

Secondes C, E

Eric Simo, Editeur

PHYSIQUE-CHIMIE

Nouvelle Edition

Emmanuel Simo, Maurice Noubissi

Avec 325 schémas d'illustration
et 205 exercices corrigés



SHOUT
SHARE IT



Eric Simo, Msc.-Ing. TU-BS (Editeur)
An den Äckern 2
31224 Peine
Allemagne
kuateric@gmail.com

Physique-Chimie Secondes C, E. Nouvelle Edition

Auteurs: Emmanuel Simo, Maître Es Sciences; Maurice Noubissi, Maître Es Sciences (Cameroun)

Contributions: E. S. (Allemagne); F. W., J. T. (Cameroun); E. A. F. (Italie, R-U); T. v. P. (Pays-Bas); A. Z., L. S., I. D. (Ukraine); D. R., P. B. (Italie); M. B. (Zimbabwe); F. K. (Pakistan); A. K. (Russie); R. K. (Maroc)

Conception graphique des couvertures: R. A. (Bangladesh)
Thème artistique des couvertures 2017: Intelligence Artificielle

ISBN 978-3-947242-00-9 • Maison d'Édition SIMO • Bandjoun Brunswick Dublin Rotterdam • 2017

Sous réserve des exceptions légales, toute représentation ou reproduction intégrale ou partielle, faite, par quelque procédé que ce soit sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit, est illicite et constitue une contrefaçon sanctionnée par le Code de la Propriété Intellectuelle. En cas d'utilisation aux fins de vente, de location, de publicité ou de promotion, l'accord de l'auteur ou des ayants droit est nécessaire.

Site Internet: www.simo.education

Avant-propos

Vous avez choisi ce livre parce que vous avez un objectif à atteindre. C'est un instrument réellement utile et efficace pour aider les apprenants des **classes de secondes scientifiques et techniques**, quel que soit leur niveau, à améliorer leurs performances en **physique-chimie**.

Inspirée de la pédagogie nouvelle, la conception de ce livre se fonde sur deux outils à savoir : le *cours* et les *exercices corrigés*.

Le cours a été conçu selon le projet pédagogique suivant :

- Une présentation claire parfaitement lisible qui permet de faciliter le travail de l'apprenant.
- Un enseignement expérimental : comme le programme le demande, l'exposé privilégie l'expérience. A chaque fois que cela est possible les notions sont présentées grâce à une expérience décomposée en un dispositif suivi d'observations. L'interprétation qui suit systématiquement ces expériences conduit aux définitions et aux grandes lois de la physique et de la chimie.
- Un cours bien structuré allant à l'essentiel : conforme aux contenus du programme, ce cours prépare aux compétences exigibles, mais en se limitant strictement aux notions qui doivent être étudiées. Nous l'avons donc voulu bref.

Les exercices résolus et commentés, soutenus par des *méthodes de résolution* permettent à l'apprenant d'acquérir l'esprit scientifique et les principaux modes de raisonnement qu'il devra savoir développer. C'est une bonne façon d'aborder les nombreux exercices de chaque chapitre. Dans le souci d'efficacité qui a fait le succès de cette édition, nous attirons votre attention dans les solutions proposées, sur la schématisation, la représentation graphique, le choix des notations, la conduite littérale et enfin l'application numérique.

Notons cependant qu'il ne sert à rien de lire à priori la solution d'un exercice, mais qu'il faut chercher cette solution après avoir lu l'énoncé en entier et ne consulter la solution proposée dans le livre que pour contrôler son propre résultat ou en cas d'hésitation.

Nous formons le vœu que cet ouvrage constitue un outil efficace pour les apprenants des **classes de secondes scientifiques et techniques** et qu'il apporte à nos collègues professeurs l'aide qu'ils sont en droit d'attendre. Nous attendons avec plaisir toutes les remarques et suggestions.

Table des matières

Partie 1 : Physique	1
1 Notions mathématiques	3
1.1 Les angles	4
1.1.1 Égalité d'angles	4
1.1.2 Unité de mesure d'angles	4
1.1.3 Lignes trigonométriques d'un angle	4
1.2 Les vecteurs	5
1.2.1 Définition	5
1.2.2 Projection d'un vecteur sur un axe	5
1.2.3 Somme géométrique de 2 vecteurs	6
1.2.4 Projection d'une somme vectorielle sur un axe	6
1.3 La droite en géométrie analytique	7
2 Les forces	9
2.1 Définition	10
2.2 Description d'une force : vecteur force	10
2.2.1 Description d'une force	10
2.2.2 Représentation d'une force	10
2.3 Somme vectorielle de deux forces	10
2.4 Mesure de l'intensité d'une force	11
2.5 Enoncés des exercices et problèmes	12
2.6 Solutions des exercices et problèmes	13
3 Equilibre d'un solide soumis à deux forces	17
3.1 Introduction	18
3.2 Conditions d'équilibre d'un solide soumis à deux forces	18
3.3 Applications	18
3.3.1 Equilibre d'un solide posé sur un plan. réaction d'un support	18
3.3.2 Equilibre d'un solide suspendu. Notion de tension	20
3.4 Enoncés des exercices et problèmes	22
3.5 Solutions des exercices et problèmes	23
4 Equilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles. Équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe	25
4.1 Conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces concourantes	26
4.2 Equilibre d'un solide soumis à n forces	26
4.3 Equilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe	26
4.3.1 L'effet d'une force sur un solide mobile autour d'un axe	26
4.3.2 Le moment d'une force par rapport à un axe	27
4.3.3 Le couple	27
4.3.4 Condition d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe : théorème des moments	28
4.4 Généralisation : les conditions d'équilibre d'un solide	29
4.5 Méthode de résolution des exercices de statique	29
4.6 Enoncés des exercices et problèmes	30
4.7 Solutions des exercices et problèmes	34

5	Quantité de mouvement	49
5.1	Définition du vecteur quantité de mouvement	50
5.1.1	Vecteur quantité de mouvement d'un solide	50
5.1.2	Vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique formé par deux solides	50
5.2	Conservation du vecteur quantité de mouvement	50
5.2.1	Système isolé — système pseudo-isolé	50
5.2.2	Principe de la conservation du vecteur quantité de mouvement	50
5.3	Enoncés des exercices et problèmes	52
5.4	Solutions des exercices et problèmes	53
6	Le courant électrique	57
6.1	Rappels	58
6.1.1	Circuit électrique	58
6.1.2	Les générateurs de courant électrique	58
6.2	Les porteurs de charges	58
6.2.1	Comparaison de deux types d'expériences	58
6.2.2	Cas des électrolytes	59
6.2.3	Nature du courant électrique	59
6.3	Sens conventionnel du courant	60
6.3.1	Sens du courant	60
6.3.2	Quel sens va-t-on attribuer au courant électrique?	60
6.3.3	Le rôle du générateur	60
6.4	Les effets du courant électrique	60
6.4.1	Expérience	60
6.4.2	Interprétation	61
6.5	Quantité d'électricité	61
6.5.1	Unité de la quantité d'électricité	61
6.5.2	Quantité d'électricité et charge électrique	61
6.6	L'intensité du courant électrique	62
6.6.1	Définition	62
6.6.2	L'unité d'intensité de courant	62
6.6.3	Une autre unité de quantité d'électricité	62
6.6.4	Mesure de l'intensité d'un courant	62
6.6.5	Les propriétés des intensités	63
6.7	Notion de dipôle	64
6.7.1	Définition	64
6.7.2	Dipôles symétriques, dipôles dissymétriques	64
6.7.3	Dipôles actifs, dipôles passifs	65
6.8	Enoncés des exercices et problèmes	67
6.9	Solutions des exercices et problèmes	68
7	La différence de potentiel entre deux points d'un circuit	71
7.1	Différence de potentiel entre deux points d'un circuit	72
7.1.1	Analogie entre un circuit d'eau et un circuit électrique : rôle du générateur	72
7.1.2	Notion de différence de potentiel (d.d.p)	72
7.1.3	La d.d.p. : une grandeur algébrique	73
7.1.4	Propriétés des tensions électriques	73
7.1.5	Mesure des tensions	75
7.2	Enoncés des exercices et problèmes	76
7.3	Solutions des exercices et problèmes	77

8	Les résistors	79
8.1	Définition	80
8.2	Caractéristique d'un conducteur ohmique; loi d'Ohm	80
8.2.1	Les deux types de caractéristiques	80
8.2.2	L'intensité de la caractéristique	80
8.2.3	Caractéristique intensité-tension d'un conducteur ohmique	80
8.2.4	Caractéristique tension-intensité d'un conducteur ohmique	81
8.2.5	Loi d'Ohm pour un conducteur ohmique	81
8.2.6	Convention d'orientation pour un conducteur ohmique	82
8.2.7	Remarque : cas des résistors non linéaires	82
8.3	Association de conducteurs ohmiques	82
8.3.1	Association en série	82
8.3.2	Association en parallèle	83
8.3.3	Potentiomètre et rhéostat	83
8.4	Enoncés des exercices et problèmes	86
8.5	Solutions des exercices et problèmes	87
9	Les diodes	91
9.1	Les diodes à jonction	92
9.1.1	Description sommaire d'une diode	92
9.2	La diode est un dipôle passif, dissymétrique	92
9.2.1	C'est un dipôle passif	92
9.2.2	C'est un dipôle dissymétrique	92
9.2.3	Polarisation directe, polarisation inverse	93
9.3	Les deux caractéristiques d'une diode	93
9.3.1	Caractéristiques directes	93
9.3.2	La caractéristique inverse	94
9.4	Applications des diodes à jonction	95
9.5	Les diodes Zener	95
9.6	Caractéristique d'une diode Zener	95
9.7	Applications des diodes Zener	95
9.8	Linéarisation des caractéristiques : diodes idéales	95
9.8.1	Définitions	96
9.8.2	Caractéristique d'une diode à jonction idéale : conséquences	96
9.8.3	Caractéristique d'une diode Zener idéale : conséquences	96
9.9	D'autre Diodes	96
9.9.1	Les diodes électroluminescentes (<i>D.E.L.</i>)	97
9.9.2	Les photodiodes	97
9.10	Enoncés des exercices et problèmes	97
9.11	Solutions des exercices et problèmes	99
10	Générateurs et récepteurs	105
10.1	Introduction	106
10.2	Les générateurs	106
10.2.1	Expérience. Les conventions	106
10.2.2	La caractéristique intensité-tension d'une pile	106
10.2.3	Loi d'Ohm pour un générateur	107
10.2.4	Modèle équivalent d'un générateur	107
10.2.5	Association des générateurs	108
10.2.6	Source potentiométrique	110
10.3	Les récepteurs	111
10.3.1	Généralités	111
10.3.2	La caractéristique intensité-tension d'un récepteur	111

10.4	Conclusions : l'électromoteur	112
10.4.1	Définition	112
10.4.2	Loi d'Ohm pour un électromoteur	112
10.4.3	Groupement de générateurs en opposition	113
10.5	Enoncés des exercices et problèmes	114
10.6	Solutions des exercices et problèmes	115
11	Point de fonctionnement d'un circuit	119
11.1	Introduction	120
11.2	Résolution d'un circuit par le calcul	120
11.2.1	Association d'une pile et d'un conducteur ohmique	120
11.2.2	Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en série	120
11.2.3	Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en parallèle	121
11.3	Résolution d'un circuit à partir des caractéristiques	121
11.3.1	Méthode générale de résolution	121
11.3.2	Pile associée à un conducteur ohmique	122
11.3.3	Piles associées à une varistance	122
11.4	Enoncés des exercices et problèmes	123
11.5	Solutions des exercices et problèmes	124
12	Les condensateurs	127
12.1	Définition et représentation	128
12.2	Capacité d'un condensateur	128
12.2.1	Charge et décharge d'un condensateur	128
12.3	Définition de la capacité C d'un condensateur	128
12.4	La capacité d'un condensateur plan	129
12.5	La fuite dans un condensateur	129
12.6	Tension de service; tension de rupture	130
12.6.1	La tension de service	130
12.6.2	La tension de rupture	130
12.7	Les groupements de condensateurs	130
12.7.1	Le groupement en surface ou en parallèle	130
12.7.2	Le groupement en série ou en cascade	130
12.8	Enoncés des exercices et problèmes	131
12.9	Solutions des exercices et problèmes	132
13	Notion de quantité de chaleur — Mesure des quantités de chaleur — Changement d'état	135
13.1	Notion de quantité de chaleur	136
13.2	Calorimétrie	136
13.2.1	Définitions	136
13.2.2	Expression de la quantité de la chaleur échangée	136
13.2.3	Chaleur massique (capacité thermique massique)	136
13.2.4	Capacité thermique ou capacité calorifique c d'un corps	136
13.2.5	Chaleurs latentes de changement d'état	137
13.3	Principe des échanges de chaleur	137
13.4	Enoncés des exercices et problèmes	138
13.5	Solutions des exercices et problèmes	140

Partie 2 : Chimie	145
14 Les atomes	147
14.1 Introduction	148
14.2 Structure de l'atome	148
14.3 Le noyau	148
14.3.1 Les constituants du noyau	148
14.3.2 Nombre de charge, Nombre de masse, représentation d'un noyau atomique	148
14.3.3 Les isotopes	149
14.4 Les électrons et leur répartition dans l'atome	149
14.4.1 Caractéristiques de l'électron	149
14.4.2 Répartition des électrons autour d'un noyau	150
14.4.3 La classification périodique actuelle des éléments	152
14.5 Enoncés des exercices et problèmes	153
14.6 Solutions des exercices et problèmes	154
15 Les molécules et les ions	157
15.1 Introduction	158
15.2 La règle de l'octet	158
15.3 Les molécules	158
15.3.1 La liaison covalente	158
15.3.2 Définition de la molécule	158
15.3.3 Représentation d'une molécule	158
15.3.4 Structure géométrique d'une molécule	159
15.3.5 Formule et structure géométrique de quelques molécules	159
15.4 Les ions	162
15.4.1 Exemple : formation du chlorure de sodium	162
15.4.2 Formation d'ions monoatomiques	163
15.4.3 Existence des ions polyatomiques	164
15.4.4 Conclusion : définition générale d'un ion	164
15.5 Enoncés des exercices et problèmes	164
15.6 Solutions des exercices et problèmes	165
16 Structure des corps purs et état physique	169
16.1 Introduction	170
16.2 Les corps purs à l'état solide	170
16.2.1 Les solides ioniques	170
16.2.2 Les solides atomiques	171
16.2.3 Les solides moléculaires	172
16.3 Les corps purs à l'état liquide	172
16.3.1 Les liquides à structure moléculaire	172
16.3.2 Les liquides à structure ionique	173
16.3.3 Les liquides à structure atomique	173
16.4 Les corps purs à l'état gazeux	174
16.5 Enoncés des exercices et problèmes	174
16.6 Solutions des exercices et problèmes	175
17 La mole	177
17.1 Introduction	178
17.2 Définition légale de la mole ; Nombre d'Avogadro	178

17.2.1	Définition de la mole	178
17.2.2	Nombre d'Avogadro	178
17.3	Représentation d'une mole de particules	178
17.3.1	Représentation de la mole d'atomes	178
17.3.2	Représentation de la mole de molécules	178
17.3.3	Représentation de la mole d'ions	178
17.4	Les masses molaires	178
17.4.1	Définition générale	178
17.4.2	Masse molaire atomique	178
17.4.3	Masse molaire moléculaire	179
17.4.4	Masse molaire ionique	179
17.5	Masse et quantité de matière	179
17.6	Cas des corps purs gazeux; volume molaire	179
17.7	Enoncés des exercices et problèmes	181
17.8	Solutions des exercices et problèmes	182
18	La dissolution dans l'eau des solides ioniques concentrations dans une solution	187
18.1	Dissolution dans l'eau des solides ioniques	188
18.1.1	Cas du chlorure de sodium	188
18.1.2	Cas du sulfate de cuivre	188
18.1.3	Effet thermique des dissolutions	188
18.1.4	Interprétation des phénomènes observés. Rôle du solvant	189
18.1.5	Solubilité	189
18.2	Concentrations dans une solution	190
18.2.1	Concentration d'une solution	190
18.2.2	Concentration d'une espèce chimique dans une solution	191
18.3	Electroneutralité d'une solution	191
18.4	Enoncés des exercices et problèmes	192
18.5	Solutions des exercices et problèmes	194
19	Le chlorure d'hydrogène l'acide chlorhydrique	199
19.1	Le chlorure d'hydrogène	200
19.1.1	Propriétés physiques	200
19.1.2	Structure	200
19.1.3	Préparation du chlorure d'hydrogène	200
19.2	Solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène	200
19.2.1	Structure des solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène	201
19.2.2	Propriétés chimiques des solutions de chlorure d'hydrogène	201
19.3	D'autres exemples de solutions acides	203
19.4	Généralisation : Acide de Brønsted	203
19.5	Enoncés des exercices et problèmes	204
19.6	Solutions des exercices et problèmes	205
20	L'hydroxyde de sodium et ses solutions aqueuses	209
20.1	Introduction	210
20.2	Hydroxyde de sodium solide	210
20.2.1	Propriétés physiques	210
20.2.2	Structure de l'hydroxyde de sodium solide	210
20.3	Les solutions aqueuses d'hydroxyde de sodium	210
20.3.1	Électrolyse d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium	210
20.4	Les propriétés des ions hydroxyde OH^-	211
20.4.1	Actions sur les indicateurs colorés	211
20.4.2	Action sur l'acide chlorhydrique	211

20.4.3	Action sur certains ions métalliques	211
20.4.4	Action sur certains métaux	212
20.4.5	Action sur le dichlore : formation d'eau de Javel	212
20.5	D'autres exemples de solutions basiques	212
20.6	Généralisation : base de Brønsted	212
20.7	Enoncés des exercices et problèmes	213
20.8	Solutions des exercices et problèmes	214
21	Le pH des solutions aqueuses	219
21.1	Définition et mesure de pH	220
21.1.1	Définition du pH	220
21.2	La mesure du pH	220
21.2.1	A l'aide du papier pH	221
21.2.2	Le pH-mètre	221
21.3	Cas de l'eau pure. Le produit ionique	221
21.3.1	Produit ionique de l'eau	221
21.4	Le pH des solutions neutres, acides et basiques	222
21.4.1	Les solutions neutres	222
21.4.2	Les solutions acides	222
21.4.3	Les solutions basiques	222
21.5	Ordre de grandeur du pH de quelques solutions	222
21.6	L'importance du pH	223
21.7	Domaine de virage de quelques indicateurs colorés	223
21.8	Enoncés des exercices et problèmes	224
21.9	Solutions des exercices et problèmes	225
22	La réaction entre une solution chlorhydrique et une solution d'hydroxyde de sodium	229
22.1	Introduction	230
22.2	Étude de la réaction	230
22.2.1	Expérience	230
22.3	Équation-bilan de la réaction	230
22.4	L'équivalence acido-basique	230
22.4.1	Définition de l'équivalence	230
22.4.2	Comment reconnaître l'équivalence ?	230
22.4.3	L'utilisation des indicateurs colorés	231
22.5	Dosage acido-basique	231
22.5.1	Définition	231
22.5.2	Principe du dosage acido-basique	231
22.5.3	Exemple de dosage acido-basique : dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium	232
22.6	Enoncés des exercices et problèmes	233
22.7	Solutions des exercices et problèmes	235
23	Identification de quelques ions	241
23.1	Introduction	242
23.2	Couleur de la solution	242
23.3	La formation de précipités	242
23.3.1	Tests d'identification de quelques anions	242
23.3.2	Tests d'identification de quelques cations	242
23.3.3	Action d'une solution d'ammoniac sur les hydroxydes formés	242
23.4	Dégagement gazeux	243

Annexes 245

Partie 1 : Physique

Notions mathématiques

1.1	Les angles	4
1.1.1	Égalité d'angles	4
1.1.2	Unité de mesure d'angles	4
1.1.3	Lignes trigonométriques d'un angle	4
1.2	Les vecteurs	5
1.2.1	Définition	5
1.2.2	Projection d'un vecteur sur un axe	5
1.2.3	Somme géométrique de 2 vecteurs	6
1.2.4	Projection d'une somme vectorielle sur un axe	6
1.3	La droite en géométrie analytique	7

1.1 Les angles

1.1.1 Égalité d'angles

Deux angles à côtés respectivement perpendiculaires sont égaux (Fig. 1.1)

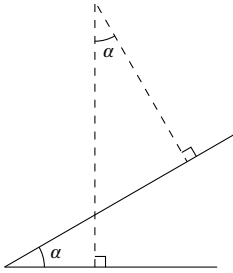


Figure 1.1

Angles déterminés par deux droites parallèles coupées par une sécantes. (Fig. 1.2)

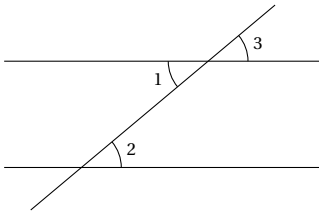


Figure 1.2

1. Deux angles tels que 1 et 2 sont dits alternes-internes : ils sont égaux.
2. Deux angles tels que 2 et 3 sont dits correspondants : ils sont égaux.
3. Les angles 1 et 3 opposés par le sommet sont égaux.

1.1.2 Unité de mesure d'angles

L'unité de mesure des angles (et des arcs de cercle) est le radian (en abrégé rad).

Le radian est la mesure d'un angle qui intercepte sur un cercle centré en son sommet un arc dont la longueur est égale au rayon du cercle.

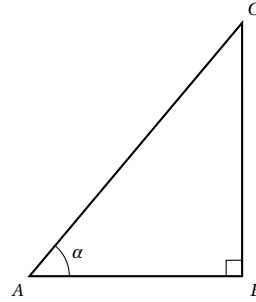
La longueur d'un cercle de rayon R est $2\pi R$, et l'angle correspondant est 2π rad.

On utilise aussi d'autres unités de mesure d'angles ou d'arcs : le degré ($^\circ$) et le grade (gr).

Retenons que $2\pi \text{ rad} = 360^\circ = 400 \text{ gr}$; Ainsi $1 \text{ rad} = 57^\circ 17' = 63,66 \text{ gr}$.

1.1.3 Lignes trigonométriques d'un angle

Figure 1.3



Dans le triangle rectangle ABC (Fig. 1.3), on a :

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{BC}{AC};$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{AC};$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{BC}{AB};$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1;$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1; \quad -1 \leq \sin \alpha \leq 1.$$

Théorème 1.1: de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit. Ainsi, pour le triangle rectangle ABC (Fig. 1.3),

$$AC^2 = AB^2 + BC^2.$$

Détermination des lignes trigonométriques d'un angle de mesure x

Il est courant aujourd'hui d'utiliser une machine à calculer type « scientifique ». Reconnaissez immédiatement les touches « $\sin$ », « $\cos$ » et « $\tan$ » sur votre machine à calculer, ainsi que la ou les touche(s) permettant de passer d'une unité de mesure d'angle (radian, degré, grade) à l'autre.

Apprenez à les utiliser.

Exemples.

- $\sin(0,5 \text{ rad}) = 0,479$;
- $\sin 29^\circ = 0,484$;
- $\sin 29 \text{ rad} = -0,663$;
- $\cos 2,1 \text{ rad} = -0,505$;

1.2. Les vecteurs

- $\cos 120^\circ = -0,500$;
- $\cos 120 \text{ rad} = 0,814$;
- $\tan 0,9 \text{ rad} = 1,260$;
- $\tan 51,5^\circ = 1,257$;
- $\tan 51,5 \text{ rad} = 2,860$.

Connaissant la ligne trigonométrique d'un angle, déterminons la mesure de cet angle. On utilise les touches $\sin^{-1}$, $\cos^{-1}$ et $\tan^{-1}$.

Assurons-nous d'abord que notre machine est en position « degré », ou « radian » ou « grade ».

1^{er} cas : la machine est en position « degré » :

- $0,6 = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,6) = 36,869^\circ$;
- $0,75 = \cos \beta \Rightarrow \beta = \cos^{-1}(0,75) = 41,409^\circ$;
- $1,3 = \tan \gamma \Rightarrow \gamma = \tan^{-1}(1,3) = 52,431^\circ$.

2^e cas : la machine est en position « radian » :

- $0,6 = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,6) = 0,643 \text{ rad}$;
- $0,75 = \cos \beta \Rightarrow \beta = \cos^{-1}(0,75) = 0,722 \text{ rad}$;
- $1,3 = \tan \gamma \Rightarrow \gamma = \tan^{-1}(1,3) = 0,915 \text{ rad}$.

3^e cas : la machine est en position « grade » :

- $0,6 = \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,6) = 40,96 \text{ gr}$;
- $0,75 = \cos \beta \Rightarrow \beta = \cos^{-1}(0,75) = 46,01 \text{ gr}$;
- $1,3 = \tan \gamma \Rightarrow \gamma = \tan^{-1}(1,3) = 58,25 \text{ gr}$.

Il faut remarquer à travers ces exemples, l'importance de l'unité de mesure d'angle dans le calcul de ces lignes trigonométriques.

1.2 Les vecteurs

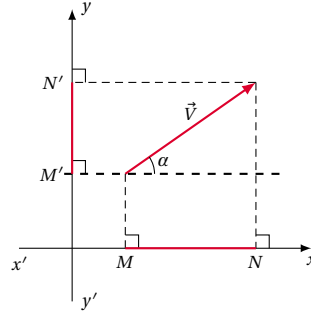
1.2.1 Définition

- Pour la physique, par simplification, un vecteur est un segment de droite orienté.
- la longueur de ce segment est la norme ou le module du vecteur.
- Exemple et notation
Soit un vecteur noté $\vec{V}$

Sa norme notée simplement V est une grandeur positive.

1.2.2 Projection d'un vecteur sur un axe

Figure 1.4



Considérons un vecteur $\vec{V}$ et deux axes $X'OX$ et $Y'OY$.

La projection (orthogonale) du vecteur $\vec{V}$ sur l'axe $X'OX$ est la mesure algébrique, sur cet axe, du vecteur $\vec{MN}$ c'est-à-dire $\overline{MN}$. La projection du vecteur $\vec{V}$ sur l'axe $Y'OY$ est la mesure algébrique sur cet axe, du vecteur $\vec{M'N'}$ c'est-à-dire $\overline{M'N'}$.

Si l'angle $(\vec{OX}, \vec{V}) = \alpha$,

- la projection de V sur OX est :

$$V_x = V \cos \alpha;$$

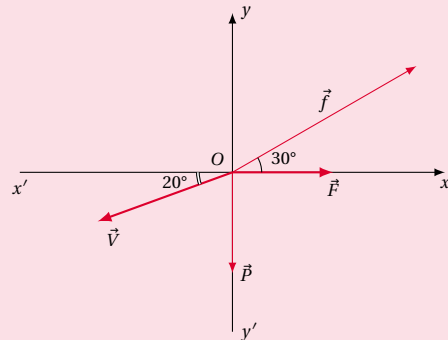
- la projection de V sur OY est :

$$V_y = V \sin \alpha.$$

Exemples.

Projetons sur les axes $X'OX$ et $Y'OY$ les vecteurs $\vec{F}$, $\vec{B}$, $\vec{V}$, et $\vec{f}$ (Fig. 1.5)

Figure 1.5



Projection sur $X'OX$,

- Projection de $\vec{F}$;

$$F_x = +F$$

(F est dans le même sens que l'axe $X'OX$)

■ Projection de $\vec{P}$

$$P_x = P \cos(\vec{OX}, \vec{P}) = P \cos 90^\circ = 0.$$

■ Projection de $\vec{V}$;

$$V_x = -V \cos 20^\circ = -0,94V$$

(le signe $(-)$ s'explique par le fait que la projection de $(\vec{V}$ sur $\vec{OX}$ est en sens inverse de $\vec{OX}$).

■ Projection de $\vec{f}$;

$$f_x = f \cos 30^\circ = 0,87f.$$

Projection sur $Y'OY$

■ Projection de $\vec{F}$;

$$F_y = 0;$$

■ Projection de $\vec{P}$;

$$P_y = -P;$$

■ Projection de $\vec{V}$;

$$V_y = -V \sin 20^\circ = -0,34V;$$

■ Projection de $\vec{f}$;

$$f_y = f \sin 30^\circ = 0,5f;$$

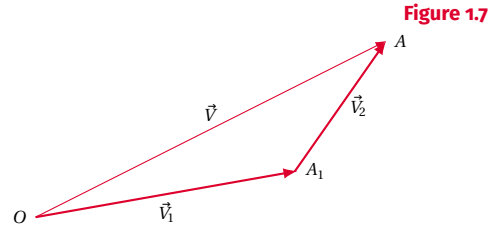
■ Projection de $(\vec{F} + \vec{P} + \vec{V} + \vec{f})$;

$$(\vec{F} + \vec{P} + \vec{V} + \vec{f})_y = 0 - P - 0,34V + 0,5f.$$

Remarque.

On peut simplifier la construction de la figure 1.6.

A partir de l'extrémité A_1 du vecteur $\vec{V}_1$, on porte le vecteur $\vec{V}_2$; le vecteur $\vec{V}$ cherché, est obtenu en joignant l'origine de $\vec{V}_1$ (point O) à l'extrémité de $\vec{V}_2$ (point A) (Fig. 1.7).

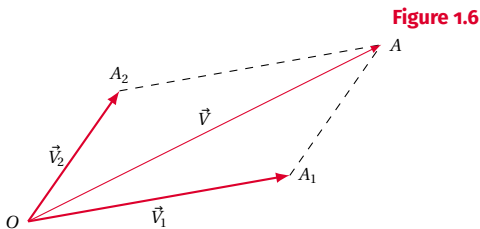


On démontre (à l'aide du produit scalaire) que $\vec{V}$ a pour norme V tel que :

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2).$$

1.2.3 Somme géométrique de 2 vecteurs

Soient deux vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$. Le vecteur $\vec{V}$ tel que $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ est la somme vectorielle des vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$. On obtient le vecteur $\vec{V}$ par la règle du parallélogramme : $\vec{V}$ est la diagonale du parallélogramme dont les côtés coïncident avec $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$. D'où la construction (Fig. 1.6);

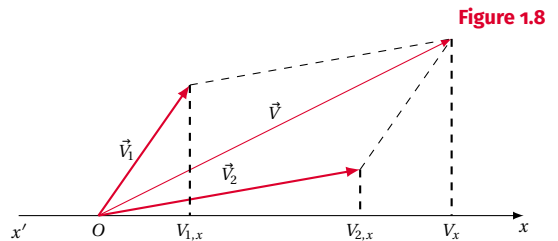


Par l'extrémité A_1 du vecteur $\vec{V}_1$, on trace la droite parallèle à $\vec{V}_2$; Par l'extrémité A_2 du vecteur $\vec{V}_2$, on trace ensuite la droite parallèle à $\vec{V}_1$. Ces deux droites se coupent en A et le vecteur $\vec{V}$ cherché est le vecteur $\vec{OA}$.

1.2.4 Projection d'une somme vectorielle sur un axe

Soit $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$.

La projection de $\vec{V}$ sur l'axe $X'OX$ est : (voir Fig. 1.8) :



$V_x = (V_1)_x + (V_2)_x$ où $(V_1)_x$ et $(V_2)_x$ sont respectivement les projections de $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ sur $X'OX$.

1.3 La droite en géométrie analytique

Dans un système d'axes XOY , une droite est : soit linéaire (droite D_0 ; Fig. 1.9) soit affine (droite D ; Fig. 1.10)

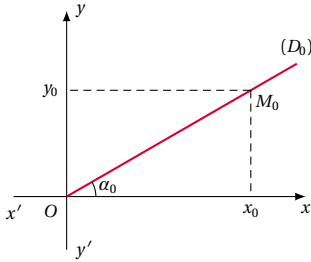


Figure 1.9

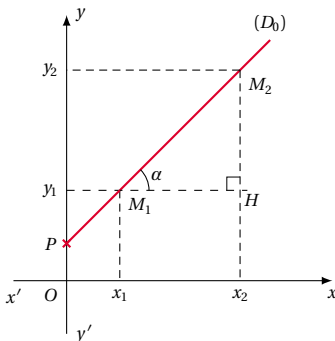


Figure 1.10

connaissant a , on peut calculer b par :

$$y_1 = ax_1 + b \Rightarrow b = y_1 - ax_1.$$

Remarque: Deuxième méthode pour déterminer l'équation d'une droite.

En écrivant que la droite passe par :

$$M_1(y_1 = ax_1 + b) \text{ et par } M_2(y_2 = ax_2 + b).$$

On obtient un système de deux équations à 2 inconnues a et b .

- Pour la droite linéaire (D_0) qui passe par l'origine O , l'équation est de la forme :

$$y = ax \text{ avec } a = \text{pente de } D_0;$$

$$D_0 = \tan \alpha_0 = \frac{y_0}{x_0}.$$

- Pour la droite affine (D) quelconque, l'équation s'écrit :

$$y = ax + b;$$

$$a = \text{pente de } (D) = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};$$

$$b = \text{ordonnée à l'origine} = \overline{OP}.$$

- Pour déterminer l'équation de la droite passant par les points $M_1(x_1, y_1)$ et $M_2(x_2, y_2)$, on procède de la manière suivante :

- détermination de la pente a :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};$$

- détermination de l'ordonnée à l'origine b :

Les forces

2.1	Définition	10
2.2	Description d'une force : vecteur force	10
2.2.1	Description d'une force	10
2.2.2	Représentation d'une force	10
2.3	Somme vectorielle de deux forces	10
2.4	Mesure de l' intensité d'une force	11
2.5	Enoncés des exercices et problèmes	12
2.6	Solutions des exercices et problèmes	13

2.1 Définition

On appelle force, toute action capable de mettre un corps en mouvement, ou de modifier le mouvement d'un corps (effet dynamique)

Exemples.

- l'action du pied d'un joueur qui tire un ballon (le ballon est mis en mouvement)
- l'action d'une raquette qui renvoie une balle de tennis (le mouvement de la balle est d'abord arrêté, puis modifié)
- l'action de déformer un corps ou de contribuer à son équilibre (effet statique).
- action du fil sur un objet suspendu
- action des mains d'un enfant qui tire les cordes élastiques de son lance-pierres.

2.2 Description d'une force : vecteur force

2.2.1 Description d'une force

Pour décrire une force, il faut préciser.

Sa droite d'action

C'est la direction suivant laquelle la force agit.

Exemples.

- Quand on tire un objet par l'intermédiaire d'un fil, la droite d'action de la force exercée est matérialisée par la direction du fil.
- Quand on lâche un objet, au voisinage de la Terre, il tombe verticalement, soumis à l'attraction de la Terre. La droite d'action de cette force d'attraction de la Terre est verticale.

Son sens

C'est le sens du mouvement que la force tend à produire.

Une force est dite motrice, si le déplacement se produit dans le sens de la force. Elle est dite résistante dans le cas contraire.

Son point d'application

C'est le point sur lequel la force s'exerce.

Dans certains cas, l'action s'exerce en un point précis du système ou sur une petite surface. Le point d'application est alors facile à déterminer.

Exemples.

- Lorsqu'un objet est tiré par l'intermédiaire d'un fil, le point d'application de la force de traction est le point d'attache du fil.
- Au cours d'un choc entre deux solides sphériques, le point d'application de la force qu'exerce un solide sur l'autre est le point de contact. Ces forces (dont le point d'application est connu) sont dites localisées.

Certaines actions sont « réparties » sur une grande surface. C'est le cas de l'action de l'eau sur la coque d'un navire.

D'autres sont « disséminées » dans la matière. C'est le cas de l'attraction terrestre appelée aussi pesanteur.

Dans ces deux derniers cas, la détermination du point d'application est délicate.

Son intensité

Cette intensité caractérise l'importance des effets (dynamique et statique) de la force. Elle se mesure à l'aide d'un dynamomètre et s'exprime en newton (N), unité de la force dans le système international des mesures.

2.2.2 Représentation d'une force

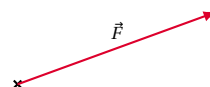


Figure 2.1

Les quatre caractéristiques d'une force peuvent être précisées par un vecteur appelé vecteur force noté $\vec{F}$ ayant :

- pour origine, le point d'application de la force ;
- pour direction, la droite d'action de la force ;
- pour sens, le sens de la force
- une longueur proportionnelle à l'intensité (suivant l'échelle)

Le vecteur force étant noté $\vec{F}$, l'intensité de la force sera noté simplement F

2.3 Somme vectorielle de deux forces

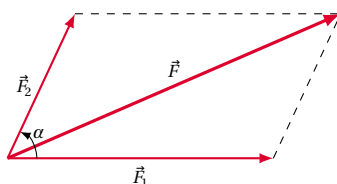


Figure 2.2

Lorsque deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ agissent simultanément sur un même corps, elles ont sur ce corps le même effet qu'une force $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

$\vec{F}$ est appelée résultante des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. Son intensité est donnée par la relation suivante :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2).$$

2.4 Mesure de l'intensité d'une force

L'instrument de mesure de l'intensité des forces est le dynamomètre.

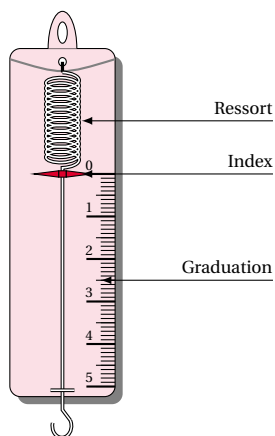


Figure 2.3

Ces appareils utilisent la déformation des systèmes élastiques. (On appelle système élastique, un système qui reprend sa forme initiale lorsque la force de déformation cesse d'agir).

Exemple: Dynamomètre utilisant un ressort cylindrique, à spires non jointives.

D'une façon générale, l'allongement du ressort est fonction de la force appliquée. Lorsque l'allongement d'un ressort est proportionnel à l'intensité de la force appliquée, on dit que le ressort est à réponse linéaire et

$$F = K(l - l_0)$$

où :

- F (en N) est l'intensité de la force;
- l (en m) est la longueur du ressort allongé;
- l_0 (en m) est la longueur du ressort « à vide »;
- K (en N m^{-1}) est le coefficient ou constante de raideur du ressort. K caractérise le ressort.

2.5 Énoncés des exercices et problèmes

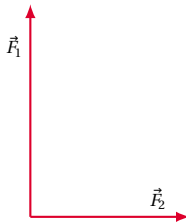
Exercice 1.

Deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont même point d'application. $\vec{F}_1$ est verticale, dirigée du bas vers le haut et d'intensité 4 N. $\vec{F}_2$ est horizontale, dirigée de gauche à droite et d'intensité 3 N.

1.1. Représenter $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$;

1.2. Représenter $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$;

1.3. Donner toutes les caractéristiques de $\vec{F}$.



Exercice 2.

Deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ de même intensité égale à 6 N et de même point d'application, font entre elles un angle de 60° .

■ Déterminer les caractéristiques de la somme de ces deux forces

■ Déterminer la force $\vec{F}_3$ telle que

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0};$$

Exercice 3.

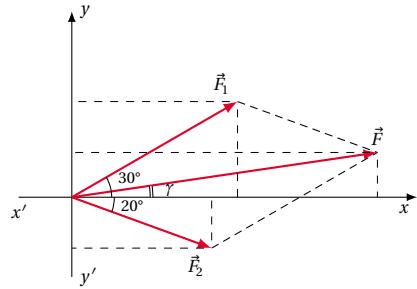
Deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont même point d'application et même droite d'action. $F_1 = 4$ N et $F_2 = 6$ N. Déterminer la somme de ces deux forces ($\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$) dans les deux cas suivants :

3.1. les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont le même sens;

3.2. les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont de sens contraire.

Exercice 4.

Un solide est soumis à deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$. La force $\vec{F}_1$, d'intensité 50 N, fait vers le haut, l'angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontale. La force $\vec{F}_2$, d'intensité 40 N, fait vers le bas, l'angle $\beta = 20^\circ$ avec la même horizontale (Voir figure ci-dessous). Déterminer $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.



Exercice 5.

Trois forces coplanaires $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$, de même intensité égale à 40 N, forment entre elles les angles : $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = 60^\circ$.

Déterminer $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$.

Exercice 6.

Sur un solide, on exerce quatre forces coplanaires et concourantes en un point O ; elles forment entre elles des angles égaux à 90° :

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = (\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 90^\circ.$$

Déterminer

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4,$$

si l'on a entre les normes de ces vecteurs forces les relations :

$$F_1 = \frac{F_2}{2} = \frac{F_3}{3} = \frac{F_4}{4} = 10 \text{ N}.$$

Exercice 7.

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, l'unité de force étant le newton, on donne : $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{F}_2 = -\vec{i} - 2\vec{j}$.

7.1. Représenter $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

7.2. Calculer la norme de chaque force

7.3. Déterminer les angles $(\vec{i}, \vec{F}_1)$, $(\vec{i}, \vec{F}_2)$ et $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$.

7.4. Déterminer $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2$.

7.5. Représenter la force $\vec{F}'$ telle que

$$\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}.$$

Exercice 8.

Un ressort s'allonge proportionnellement à la force appliquée. Il s'allonge de 5 cm pour une force de 2 N.

8.1. Déterminer la raideur du ressort.

8.2. Quel sera son allongement pour une force de 3 N ?

8.3. Quelle force faudra-t-il lui appliquer pour qu'il s'allonge de 10 cm ?

2.6. Solutions des exercices et problèmes

Exercice 9.

A l'extrémité libre d'un ressort sont appliquées successivement différentes forces. Soit F l'intensité d'une de ces forces et x l'allongement correspondant du ressort. Des mesures donnent les résultats suivants :

$F(N)$	0	5	11	15	18	20
$x(m)$	0	0,1	0,22	0,3	0,36	0,4

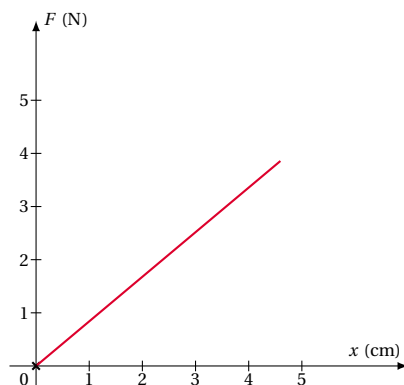
9.1. Représenter graphiquement l'application : $x \mapsto F(x)$

9.2. Montrer que l'on peut écrire : $F = Kx$

9.3. Déterminer la valeur de K en précisant son unité dans le S.I.

Exercice 10.

Le graphique ci-dessous représente l'allongement x du ressort d'un dynamomètre en fonction de l'intensité de la force exercée à l'une de ses extrémités, l'autre étant reliée à un point fixe.



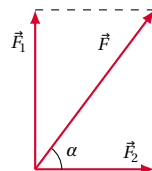
10.1. Quelle est la raideur K de ce ressort?

10.2. Quelle est l'intensité de la force qui produit un allongement de 2 cm?

2.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 12)

1.1. et 1.2. Représentation de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ainsi que celle de $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$:



1.3. Caractéristique de $\vec{F}$:

- Le point d'application de $\vec{F}$ est le point de concours des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.
- La direction, le sens et la grandeur de $\vec{F}$ sont donnés par la diagonale issue de O du parallélogramme construit à partir des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.
- Calcul de l'intensité F de la force $\vec{F}$. Le parallélogramme construit à partir des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est un rectangle dont $\vec{F}$ est la diagonale.

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ N.}$$

- Direction de $\vec{F}$ par rapport à $\vec{F}_2$.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2).$$

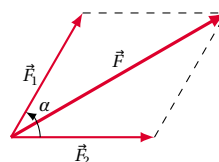
Si α est l'angle entre $\vec{F}$ et $\vec{F}_2$, alors,

$$\tan \alpha = \frac{F_1}{F_2} = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ.$$

Nous avons ainsi caractérisé $\vec{F}$.

Solution 2. (p. 12)

2.1. Caractéristiques de la somme $\vec{F}$ des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.



Le point d'application de la somme $\vec{F}$ des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ est le point de concours de ces deux vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

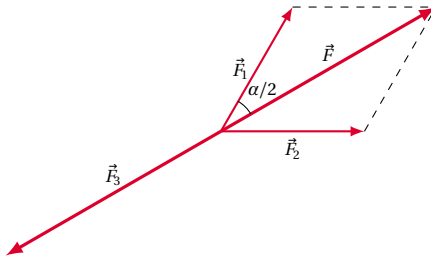
- La direction, le sens et la grandeur de $\vec{F}$ sont donnés par la diagonale issue du point O du parallélogramme construit à partir des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.
- Calcul de l'intensité F de la force $\vec{F}$

$$F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2);$$

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)};$$

$$F = \sqrt{6^2 + 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot 6 \cos(60^\circ)} = 10,39 \text{ N.}$$

2.2. Détermination de $\vec{F}_3$.



Or

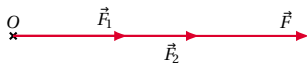
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F} \Rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{F}.$$

La force $\vec{F}_3$ se caractérise de la manière suivante :

- Elle a la même droite d'action que la force $\vec{F}$;
- elle est appliquée comme la force $\vec{F}$ au point O .
- son sens est opposé à celui de la force $\vec{F}$;
- son intensité est égal à celle de $\vec{F}$

Solution 3. (p. 12)

3.1. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ ont le même sens.

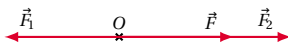


Les caractéristiques de la force $\vec{F}$ sont :

- Point d'application ; elle est appliquée en O , point commun d'application des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$;
- direction : celle des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$;
- sens : c'est celui des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$
- intensité : $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ étant colinéaires et de même sens,

$$F = F_1 + F_2 \Rightarrow F = 4 + 6 = 10 \text{ N.}$$

3.2. les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont de sens contraires.



Les caractéristiques de la force $\vec{F}$ sont :

- Point d'application ; c'est le point O .
- direction : celle des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$;
- sens : la force $\vec{F}_2$ étant plus intense que $\vec{F}_1$ le sens de la résultante $\vec{F}$ est celui de la force $\vec{F}_2$.
- intensité : $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ étant colinéaires et de sens opposés,

$$F = F_2 - F_1 \Rightarrow F = 6 - 4 = 2 \text{ N.}$$

Solution 4. (p. 12)

Soit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, dont l'axe Ox est horizontal, et l'axe Oy vertical, dirigé vers le haut.

Projetons $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sur les axes Ox et Oy

$$\vec{F}_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 \cos \alpha = 50 \cos 30^\circ = 43,3 \text{ N;} \\ F_{1y} = F_1 \sin \alpha = 50 \sin 30^\circ = 25 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_2 \begin{cases} F_{2x} = F_2 \cos \beta = 40 \cos 20^\circ = 37,6 \text{ N;} \\ F_{2y} = -F_2 \sin \beta = -40 \sin 20^\circ = -13,7 \text{ N.} \end{cases}$$

Donc :

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = 43,3 + 37,6 = 80,9 \text{ N;} \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = 25 - 13,7 = 11,3 \text{ N.} \end{cases}$$

Cette force $\vec{F}$ a une intensité de :

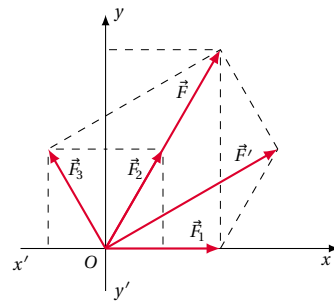
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{80,9^2 + 11,3^2} = 81,7 \text{ N.}$$

Cette force $\vec{F}$ fait avec Ox l'angle γ donné par :

$$\tan \gamma = \frac{F_y}{F_x} = \frac{11,3}{80,9} = 0,14 \Rightarrow \gamma = 8^\circ.$$

Solution 5. (p. 12)

Soit à déterminer $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$



Pour construire $\vec{F}$ procédons par étapes.

Soit $\vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Donc $\vec{F} = \vec{F}' + \vec{F}_3$

Caractéristiques de $\vec{F}$:

- point d'application : c'est le point O .
- sens : orienté obliquement vers le haut.

Déterminons la direction et l'intensité de $\vec{F}$.

Soit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, dont l'axe Ox est horizontal, confondu avec la droite d'action de la force $\vec{F}_1$ et l'axe Oy vertical, dirigé vers le haut. L'origine O de ce repère est confondue avec le point d'application commun des forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$.

Pour déterminer

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3.$$

Projetons $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ et $\vec{F}_3$ sur les axes Ox et Oy

$$\vec{F}_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 = 40 \text{ N;} \\ F_{1y} = 0 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_2 \begin{cases} F_{2x} = F_2 \cos 60^\circ = 40 \cos 60^\circ = 20 \text{ N;} \\ F_{2y} = F_2 \sin 60^\circ = 40 \sin 60^\circ = 34,64 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_3 \begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 60^\circ = -40 \cos 60^\circ = -20 \text{ N;} \\ F_{3y} = F_3 \sin 60^\circ = 40 \sin 960^\circ = 36,64 \text{ N.} \end{cases}$$

Donc pour $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ on a :

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}; \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}. \end{cases}$$

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = 40 + 20 + (-20) = 40 \text{ N;} \\ F_y = 0 + 34,64 + 34,64 = 69,28 \text{ N.} \end{cases}$$

2.6. Solutions des exercices et problèmes

Cette force $\vec{F}$ a une intensité de :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{40^2 + 69,28^2} = 83,48 \text{ N.}$$

Cette force $\vec{F}$ fait avec Ox l'angle β donné par :

$$\tan \beta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{69,28}{40} = 1,732 \Rightarrow \beta = 60^\circ.$$

Donc, $\vec{F}$ a la même droite d'action et le même sens que $\vec{F}_2$.

Solution 6. (p. 12)

Soit à déterminer les normes des vecteurs forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ et $\vec{F}_4$.

Pour

$$F_1 = \frac{F_2}{2} = \frac{F_3}{3} = \frac{F_4}{4} = 10 \text{ N,}$$

on a :

$$F_1 = 10 \text{ N; } F_2 = 2F_1 = 20 \text{ N;}$$

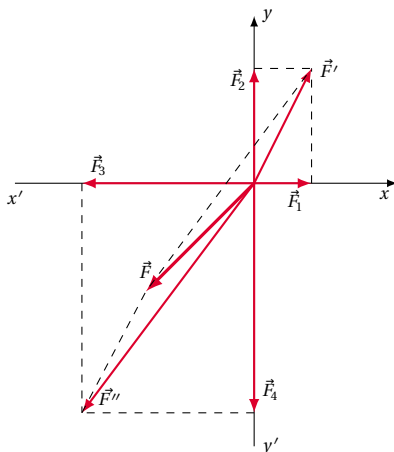
$$F_3 = 3F_1 = 30 \text{ N; } F_4 = 4F_1 = 40 \text{ N.}$$

Pour déterminer

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4.$$

procédons par étapes :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{F}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ \vec{F}'' = \vec{F}_3 + \vec{F}_4 \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{F} = \vec{F}' + \vec{F}''.$$



Caractéristiques de $\vec{F}$:

■ point d'application : c'est le point O .

■ sens : orienté obliquement vers le bas.

Déterminons la direction et l'intensité de $\vec{F}$

Soit un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, dont l'axe Ox est horizontal, et l'axe Oy vertical, dirigé vers le haut. L'origine O de ce repère est confondue avec le point commun d'application des vecteurs forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ et $\vec{F}_4$.

Projetons les vecteurs forces $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ et $\vec{F}_4$ sur les axes Ox et Oy

$$\vec{F}_1 \begin{cases} F_{1x} = F_1 = 10 \text{ N; } \\ F_{1y} = 0 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_2 \begin{cases} F_{2x} = 0 \text{ N; } \\ F_{2y} = F_2 = 20 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_3 \begin{cases} F_{3x} = -F_3 = -30 \text{ N; } \\ F_{3y} = 0 \text{ N.} \end{cases}$$

$$\vec{F}_4 \begin{cases} F_{4x} = 0 \text{ N; } \\ F_{4y} = -F_4 = -40 \text{ N.} \end{cases}$$

Donc pour $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$ on a :

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x}; \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y}. \end{cases}$$

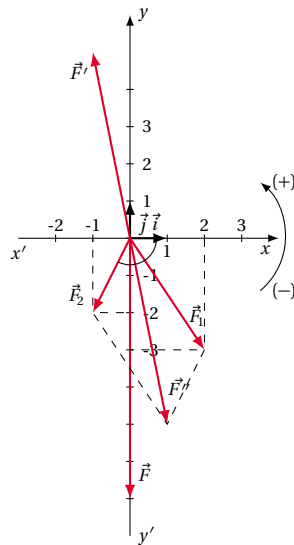
$$\vec{F} \begin{cases} F_x = 10 + 0 + (-30) + 0 = -20; \\ F_y = 0 + 20 + 0 + (-40) = -20. \end{cases}$$

Cette force $\vec{F}$ a une intensité de :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(-20)^2 + (-20)^2} = 28,28 \text{ N.}$$

Cette force $\vec{F}$ fait avec Ox l'angle β donné par :

$$\tan \beta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-20}{-20} = 1 \Rightarrow \beta = 45^\circ.$$

Solution 7. (p. 12)**7.1. Représentation de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.****7.2. Calcul de la norme de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$**

$$F_1 = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = 3,60 \text{ N;}$$

$$F_2 = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = 2,24 \text{ N.}$$

7.3. Détermination des angles $(\vec{i}, \vec{F}_1)$, $(\vec{i}, \vec{F}_2)$ et $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$.

$$\tan(\vec{i}, \vec{F}_1) = \frac{F_{1y}}{F_{1x}} = \frac{-3}{2} = -1,5 \Rightarrow$$

$$(\vec{i}, \vec{F}_1) = -56,3^\circ;$$

$$\tan(\vec{i}, \vec{F}_2) = \frac{F_{2y}}{F_{2x}} = \frac{-2}{-1} = 2.$$

En tenant compte des signes des composantes $\vec{F}_{2x}$ et $\vec{F}_{2y}$,

$$(\vec{i}, \vec{F}_2) = -(180^\circ - 63,4^\circ) = -116,6^\circ;$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_1, \vec{i}) + (\vec{i}, \vec{F}_2) = -(\vec{i}, \vec{F}_1) + (\vec{i}, \vec{F}_2);$$

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = -(-56,3^\circ) + (-116,6^\circ) = -60,3^\circ.$$

7.4. Déterminons $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2$

$$\vec{F} \begin{cases} F_x = F_{1x} + 2F_{2x} = 2 + 2 \cdot (-1) = 0 \text{ N}; \\ F_y = F_{1y} + 2F_{2y} = (-3) + 2 \cdot (-2) = -7 \text{ N}. \end{cases}$$

Cette force $\vec{F}$ a une intensité de :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{0^2 + (-7)^2} = 7 \text{ N}.$$

$F_x = 0 \Rightarrow$ la force $\vec{F}$ est confondue à sa composante F_y .

A l'évidence $\vec{F}$ fait avec l'axe Ox l'angle $\beta = -90^\circ$:

7.5. Déterminons $\vec{F}'$ telle que :

$$\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0};$$

$$\vec{F}' + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}' = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

posons

$$\vec{F}'' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2;$$

$$\vec{F}'' \begin{cases} F_x'' = F_{1x} + F_{2x} = 2 + (-1) = 1; \\ F_y'' = F_{1y} + F_{2y} = (-3) + (-2) = -5. \end{cases}$$

Cette force $\vec{F}''$ a une intensité de :

$$F'' = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = 5,1 \text{ N}.$$

Cette force $\vec{F}''$ fait avec Ox l'angle β donné par :

$$\tan \beta = \frac{F_y''}{F_x''} = \frac{-5}{1} = -5 \Rightarrow \beta = -78,7^\circ.$$

Puisque

$$\vec{F}' = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2);$$

$\vec{F}'$ a même intensité et même droite d'action que $\vec{F}''$ mais de sens contraire à $\vec{F}''$. Cette droite d'action fait avec l'axe xOx' un angle β' telle : $\beta' = 180^\circ - 78,7^\circ = 101,3^\circ$

Solution 8. (p. 12)

8.1. Détermination de la constante de raideur K du ressort.

Soient Δl_1 l'allongement du ressort pour une force $\vec{F}_1$ d'intensité $F_1 = 2 \text{ N}$. L'allongement du ressort étant proportionnel à l'intensité de la force qui lui est appliquée, on a :

$$F_1 = K \Delta l_1 \Rightarrow K = \frac{F_1}{\Delta l_1} = \frac{2}{0,05} = 40 \text{ N m}^{-1}.$$

8.2. Allongement du ressort pour une force de 3 N .

Soit Δl_2 , l'allongement du ressort pour une force $\vec{F}_2$, d'intensité $F_2 = 3 \text{ N}$. On a :

$$F_2 = K \Delta l_2 \Rightarrow \Delta l_2 = \frac{F_2}{K} = \frac{3}{40} = 7,5 \times 10^{-2} \text{ m} = 7,5 \text{ cm}.$$

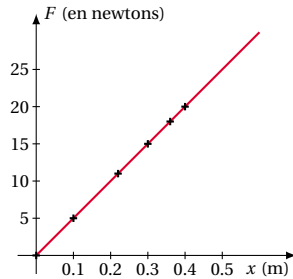
8.3. Détermination de la force pour un allongement

de 10 cm .

Soit F_3 l'intensité de cette force :
 $F_3 = K \Delta l_3 = 40 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = 4 \text{ N}.$

Solution 9. (p. 13)

9.1. Le graphique est tracé ci-dessous.



9.2. le graphe $F(x)$ est une droite passant par l'origine; L'application F est une fonction linéaire de x .

Si nous désignons par K la pente de la droite, nous avons :
 $F = Kx$

9.3. Soit à déterminer la raideur K du ressort.

Pour cela, utilisons, par exemple le point $M(0,4;20)$ et le point $O(0;0)$.

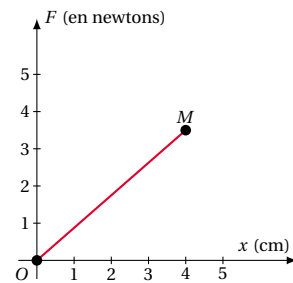
$$K = \frac{F(M) - F(O)}{x(M) - x(O)} = \frac{20 - 0}{0,4 - 0} = \frac{20}{0,4};$$

$$K = 50 \text{ N m}^{-1}.$$

Solution 10. (p. 13)

10.1. Soit à déterminer la raideur K de ce ressort :

Par définition, la raideur K du ressort est la pente de l'expression de l'intensité de la force en fonction de l'allongement qu'elle produit.



Considérons les points $M(4;3,5)$ et $O(0;0)$ du graphique. (Voir ci-contre).

$$K = \frac{F(M) - F(O)}{x(M) - x(O)};$$

$$K = \frac{3,5 - 0}{0,04 - 0} = 87,5 \text{ N m}^{-1}.$$

10.2. Détermination de l'intensité de la force qui produit un allongement de 2 cm .

$$F = Kx = 87,5 \cdot 0,02 = 1,75 \text{ N}.$$

Equilibre d'un solide soumis à deux forces

3.1	Introduction	18
3.2	Conditions d'équilibre d'un solide soumis à deux forces	18
3.3	Applications	18
3.3.1	Equilibre d'un solide posé sur un plan. réaction d'un support	18
3.3.2	Equilibre d'un solide suspendu. Notion de tension	20
3.4	Enoncés des exercices et problèmes	22
3.5	Solutions des exercices et problèmes	23

3.1 Introduction

La statique est la partie de la mécanique qui étudie l'équilibre des corps.

3.2 Conditions d'équilibre d'un solide soumis à deux forces

Si un solide est en équilibre sous l'action de deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, alors :

$$\begin{cases} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}; \\ \vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2 \text{ ont même droite d'action.} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$(3.2)$$

Remarque.

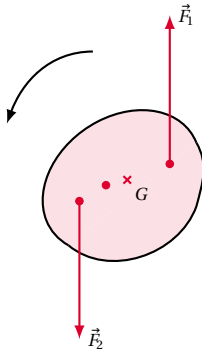


Figure 3.1

La condition 3.1 exprime l'immobilité du centre de gravité G du solide. Mais, cette condition seule ne suffit pas.

En effet, si $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ n'ont pas même droite d'action, elles constituent un couple de forces (ou simplement couple) qui a pour effet de faire tourner le solide (Fig. 3.1).

3.3 Applications

3.3.1 Equilibre d'un solide posé sur un plan. réaction d'un support

Plan horizontal

Cas d'une sphère (Fig. 3.2)

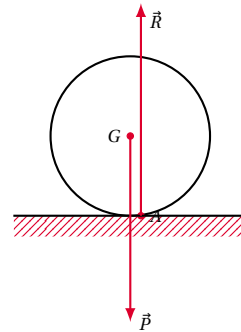


Figure 3.2

Cette sphère est soumise :

- à l'action de la pesanteur représentée par son poids $\vec{P}$, appliqué en G . (S'il n'y avait que cette action, la bille tomberait.)
- à une autre action exercée par la table, appelée réaction du support.

On la représente par le vecteur force $\vec{R}$ appliquée au point de contact A entre la sphère et le plan.

La sphère étant en équilibre, les conditions d'équilibre permettent d'écrire :

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action.} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$(3.4)$$

Nous pouvons alors représenter le vecteur force $\vec{R}$.

Cas d'une brique

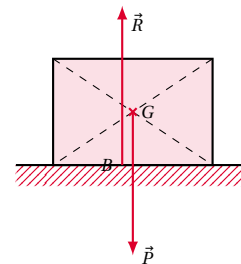


Figure 3.3

Dans le cas de la brique, la réaction du support est répartie sur toute la surface de contact (Fig. 3.3).

Toutes ces petites actions de contact sont équiva-

3.3. Applications

lentes à une force unique $\vec{R}$ appliquée nécessairement en B , puisque $\vec{P}$ et $\vec{R}$ doivent satisfaire aux deux conditions :

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action.} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

Stabilité d'un équilibre

On appelle base d'appui d'un solide posé sur un plan, le polygone convexe obtenu, en joignant les points de contact les plus extérieurs.

Pour qu'un solide posé sur un plan horizontal soit en équilibre stable, il faut que la verticale de son centre de gravité passe à l'intérieur de sa base d'appui appelé encore base de sustentation.

La stabilité de l'équilibre d'un solide au repos sur un plan horizontal est d'autant plus grande que la base d'appui est plus grande et le centre de gravité plus bas. Par exemple, l'équilibre de la brique (reposant sur l'une de ses faces) est plus stable que l'équilibre de la sphère.

Cependant, quelle que soit la position de la sphère sur le support horizontal, elle est en équilibre. On dit que la sphère est en *équilibre indifférent*.

Le plan incliné

Définition

Un plan incliné est un plan qui fait un angle α avec le plan horizontal.

Oy , perpendiculaire à la droite d'intersection des deux plans est la ligne de plus grande pente. (Fig. 3.4)

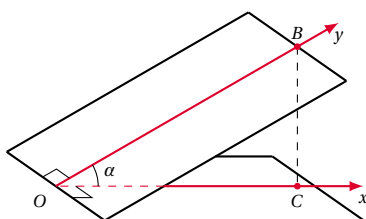


Figure 3.4

Un plan incliné est caractérisé par sa pente définie par le rapport :

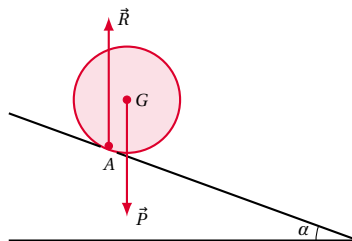
$$\frac{BC}{OB} \text{ or } \frac{BC}{OB} = \sin \alpha.$$

On dit donc que $\sin \alpha$ est la pente du plan incliné.

Cas de la sphère sur le plan incliné

La sphère est toujours soumise à deux forces (Fig. 3.5) :

Figure 3.5



- le poids $\vec{P}$, appliqué en G .
- la réaction $\vec{R}$ du plan qui est absolument appliquée en A .

Dès lors $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ne peuvent avoir la même droite d'action. La sphère ne peut donc pas être en équilibre sur le plan incliné : elle descend le long du plan incliné en roulant (Fig. 3.5).

Cas de la brique sur le plan incliné

Deux cas peuvent se présenter :

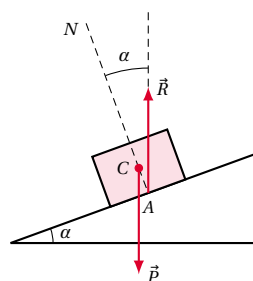
1^{er} cas : Le plan est rugueux.

L'équilibre du solide est encore possible. dans ce cas,

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action.} \end{cases} \quad (3.7)$$

Voir Figure 3.6.

Figure 3.6



AN est la normale à la surface de contact de la brique et du plan incliné. $\vec{R}$ fait avec la normale AN un angle α égal à celui que fait le plan incliné avec l'horizontale (angle aigus à côtés perpendiculaires).

Réduisons la brique à son centre de gravité G , et considérons le système d'axes orthonormés (G_x, G_y) Figure 3.7.

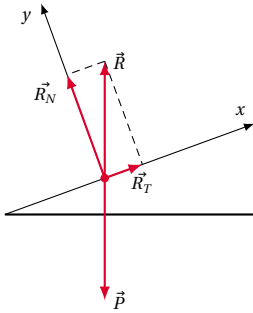


Figure 3.7

Conclusion: Lorsque le contact d'un solide avec un plan se fait sans frottement, la réaction du plan est normale à ce plan.
Dans le cas où il y a des frottements, la réaction ne peut plus être normale au plan.

Dans ce système d'axes, le vecteur force $\vec{R}$ peut s'exprimer en fonction de ses deux composantes.

$$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N.$$

Avec : $\vec{R}_N$ est la composante normale de la réaction du support. $\vec{R}_T$, représente la composante tangentielle de la réaction du support.

Cette composante est souvent appelée force de frottement car elle tend à empêcher le mouvement.

Remarque.

Le solide reste en équilibre tant que l'angle d'inclinaison α du plan par rapport à l'horizontal est inférieur à une valeur limite α_m , appelé angle de frottement.

Si $\alpha > \alpha_m$, le solide glisse le long du plan incliné.

La valeur de α_m dépend de la nature des matériaux en contact.

2^e cas : Le plan est parfaitement lisse.

Le contact se fait sans frottement. Dans ce cas, la composante tangentielle de la réaction du support est nulle.

$$\vec{R}_T = \vec{0}.$$

De la relation $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T = \vec{0}$, nous tirons $\vec{R} = \vec{R}_N$. La réaction du support est donc normale au plan incliné (Fig. 3.8).

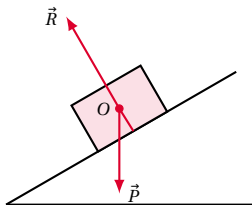


Figure 3.8

Donc, l'équilibre est impossible; $\vec{P}$ et $\vec{R}$ n'ayant pas la même droite d'action.

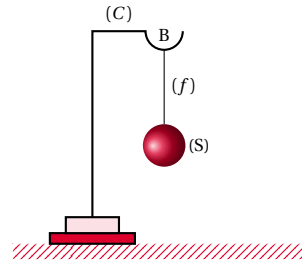
La brique se met en mouvement sur le plan incliné en glissant.

3.3.2 Equilibre d'un solide suspendu. Notion de tension

Le solide est suspendu à un fil

Considérons une boule (S) de poids P suspendue à un crochet (C) par l'intermédiaire d'un fil f de masse négligeable (Fig. 3.9).

Figure 3.9



Etudions les actions mécaniques qui interviennent dans ce dispositif.

Ici, il est absolument nécessaire de procéder par étapes en isolant à chaque étape le système étudié :

- Système étudié : la boule (S) (Fig. 3.10)

Figure 3.10



Elle est soumise à deux forces :

- le poids $\vec{P}$, appliqué au centre de gravité G .
- la force $\vec{R}$ exercée par le fil en A

La boule étant en équilibre,

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}; & (3.9) \\ \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ ont même droite d'action.} & (3.10) \end{cases}$$

3.3. Applications

- Système étudié : le fil (f) (Fig. 3.11)

Figure 3.11



- La force exercée par la boule en A notée $\vec{T}_{S/f}$.
- La force exercée par le crochet en B notée $\vec{T}_{C/f}$.
La masse du fil étant négligeable, on ne tient pas compte de son poids.

(f) est en équilibre donc :

$$\begin{cases} \vec{T}_{C/f} + \vec{T}_{S/f} = \vec{0}; & (3.11) \\ \vec{T}_{C/f} \text{ et } \vec{T}_{S/f} \text{ ont même droite d'action.} & (3.12) \end{cases}$$

- Interaction au point A.

D'après le principe d'interaction, $\vec{R} = -\vec{T}_{S/f}$

Conclusion: $\vec{P}$, $\vec{R}$, $\vec{T}_{S/f}$ et $\vec{T}_{C/f}$ ont même intensité et même droite d'action.

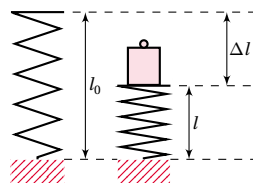
- La valeur commune de $T_{S/f}$ et $T_{C/f}$ s'appelle tension du fil. Cette tension du fil est égale au poids P de l'objet suspendu et elle est la même en tout point d'un fil de masse négligeable.
- Le fil tire sur le crochet avec une force d'intensité égale à P . On dit qu'il a transmis la force d'intensité P

Remarque.

Certains ressorts travaillent en compression, comme l'indique la Figure 3.12 ci-dessus.

Dans ce cas, on a toujours $T = K\Delta l = P$ avec $\Delta l = l_0 - l$.

Figure 3.12



Le solide est suspendu a un ressort

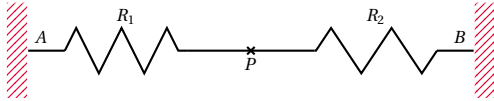
Remplaçons le fil précédent par un ressort de masse négligeable. Nous avons encore le même problème que précédemment, à la seule différence que le ressort s'est déformé. Mais une fois déformé, le ressort se comporte comme le fil.

Ici encore, la tension T du ressort est égale au poids P du corps suspendu (à l'équilibre), avec : $T = K\Delta l = K(l - l_0)$ Avec $\Delta l = l - l_0$ où l est la longueur du ressort déformé et l_0 est la longueur du ressort « à vide ».

3.4 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Deux ressorts R_1 et R_2 tendus, de masse négligeable, sont placés horizontalement. La distance AB vaut 45 cm.



1.1. Quelle relation existe-t-il entre les tensions T_1 et T_2 des deux ressorts? En déduire une relation entre les allongements a_1 et a_2 des ressorts. On donne $K_1 = 12 \text{ N m}^{-1}$, $K_2 = 18 \text{ N m}^{-1}$.

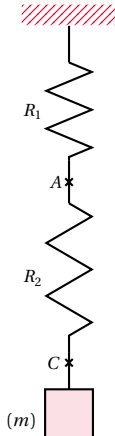
1.2. Les longueurs à vide des ressorts sont $l_{o1} = 15 \text{ cm}$ et $l_{o2} = 20 \text{ cm}$. Trouver une autre relation entre a_1 et a_2 .

1.3. Calculer a_1 et a_2 . En déduire l'intensité des tensions.

1.4. Déterminer les réactions des supports A et B et les représenter sur le schéma.

Exercice 2.

On dispose de 2 ressorts de masse négligeable : R_1 de raideur K_1 et R_2 de raideur K_2 . On les dispose bout à bout comme l'indique la figure ci-dessous et on accroche à l'extrémité libre C la masse m .



2.1. Déterminer les allongements x_1 et x_2 pris par chacun des ressorts.

On donne :

$$K_1 = 40 \text{ N m}^{-1};$$

$$K_2 = 60 \text{ N m}^{-1};$$

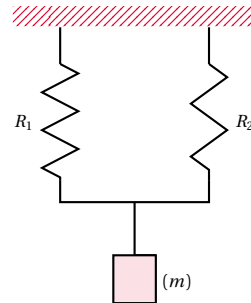
$$m = 0,2 \text{ kg};$$

$$g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}.$$

2.2. Déterminer la raideur K du ressort équivalent aux ressorts R_1 et R_2 ainsi disposés c'est-à-dire la raideur

du ressort unique qui les remplacerait exactement (même action sur la masse m quand son allongement est $(x_1 + x_2)$. Faire l'application numérique.

Exercice 3.



Deux ressorts R_1 et R_2 de même longueur naturelle et dont les raideurs sont

$$K_1 = 100 \text{ N m}^{-1} \text{ et}$$

$$K_2 = 200 \text{ N m}^{-1}.$$

sont disposés comme le montre la figure ci-dessus. En utilisant un dispositif de masse négligeable, on suspend une masse m au système.

3.1. Représenter les tensions des deux ressorts et le poids de la masse m .

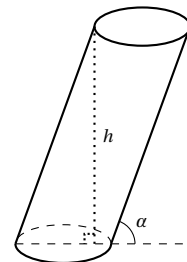
3.2. Quel est l'allongement des ressorts quand la masse suspendue est $m = 3 \text{ kg}$?

On donne $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$

3.3. Quelle est la masse suspendue si l'allongement des ressorts est 15 cm.

3.4. Quelle est la raideur du ressort équivalent à ces deux ressorts?

Exercice 4.



Un cylindre oblique, de hauteur $h = 51 \text{ cm}$ et de diamètre $d = 25 \text{ cm}$, est incliné d'un angle α par rapport au plan horizontal sur lequel il est posé.

4.1. $\alpha = 60^\circ$. Le cylindre est-il en équilibre?

4.2. On fait varier α de 90° à 0° . A partir de quelle valeur α_m va-t-il basculer?

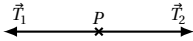
4.3. Pour $\alpha = \alpha_m$, représenter sur un schéma les forces appliquées au cylindre.

3.5 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 22)

1.1. Relation entre T_1 et T_2 .

Soit P le point de jonction des deux ressorts.



Intéressons-nous à ce point.

Il est soumis à deux forces :

- la tension $\vec{T}_1$ du ressort R_1
- la tension $\vec{T}_2$ du ressort R_2

Le point P étant en équilibre,

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{T}_1 = -\vec{T}_2.$$

En module

$$T_1 = T_2. \quad (\text{S3.1})$$

Relation entre les allongements a_1 et a_2 des deux ressorts

$$T_1 = K_1 a_1 \text{ et}$$

$$T_2 = K_2 a_2.$$

La relation S3.1 devient :

$$K_1 a_1 = K_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{18}{12} = 1,5. \quad (\text{S3.2})$$

1.2. Autre relation entre a_1 et a_2 .

Soient l_1 la longueur du ressort R_1 à l'équilibre et l_2 la longueur du ressort R_2 à l'équilibre. On a :

$$l_1 - l_{01} = a_1; \quad (\text{S3.3})$$

$$l_2 - l_{02} = a_2. \quad (\text{S3.4})$$

Additionnons membre à membre S3.3 et S3.4. On obtient :

$$(l_1 - l_{01}) + (l_2 - l_{02}) = a_1 + a_2;$$

$$(l_1 + l_2) - (l_{01} + l_{02}) = a_1 + a_2.$$

Avec

$$l_1 + l_2 = 45 \text{ cm et}$$

$$l_{01} + l_{02} = 15 + 20 = 35 \text{ cm;}$$

$$a_1 + a_2 = 45 - 35 = 10. \quad (\text{S3.5})$$

1.3. Calcul de a_1 et a_2

a_1 et a_2 s'obtiennent à partir des relations S3.2 et S3.5

Déduction de l'intensité des tensions :

$$T_1 = K_1 a_1 \Rightarrow T_1 = 12 \cdot 0,06 = 0,72 \text{ N;}$$

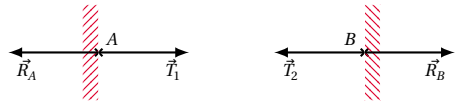
$$T_2 = K_2 a_2 \Rightarrow T_2 = 18 \cdot 0,04 = 0,72 \text{ N.}$$

1.4. Détermination des réactions des supports A et B

Désignons par $\vec{R}_A$ la réaction du support en A et $\vec{R}_B$ la réaction du support en B. Les points A et B étant en équilibre, la condition d'équilibre en chacun de ces points

donne :

$$\begin{cases} \vec{R}_A + \vec{T}_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A = -\vec{T}_1; \\ \vec{R}_B + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_B = -\vec{T}_2. \end{cases}$$

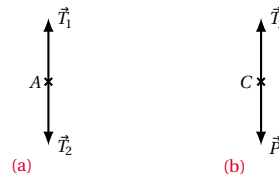


On constate que : $\vec{R}_A$ et $\vec{T}_1$ ont même droite d'action mais de sens opposé de module : $R_A = T_1 = 0,72 \text{ N}$

$\vec{R}_B$ et $\vec{T}_2$ ont même droite d'action mais de sens opposé de module : $R_B = T_2 = 0,72 \text{ N}$.

Solution 2. (p. 22)

2.1. Détermination des allongements x_1 et x_2



Intéressons-nous au point A (fig. a) (point de jonction des deux ressorts) et au point C (fig. b) (point d'accrochage de la masse m).

Le point C est soumis à deux forces : le poids $\vec{P}$ de la masse m et de la tension $\vec{T}_2$ du ressort R_2 . Ce point étant en équilibre, on a :

$$P = T_2 \Leftrightarrow mg = K_2 x_2.$$

Le point A est aussi soumis à deux forces :

- la tension $\vec{T}_1$ du ressort R_1
- la tension $\vec{T}_2$ du ressort R_2

Ce point étant en équilibre, on a :

$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow K_1 x_1 = K_2 x_2 = mg$$

d'où l'on tire x_1 et x_2 .

$$x_1 = \frac{mg}{K_1} = \frac{0,2 \cdot 9,8}{40};$$

$$x_1 = 4,9 \times 10^{-2} \text{ m} = 4,9 \text{ cm;}$$

$$x_2 = \frac{mg}{K_2} = \frac{0,2 \cdot 9,8}{60};$$

$$x_2 = 3,3 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,3 \text{ cm.}$$

2.2. Détermination de la raideur K du ressort équivalent à l'association (en série) des deux ressorts R_1 et R_2 .

Le ressort équivalent à l'association est un ressort qui, soumis à la même tension que l'association, subirait le même allongement.

Ainsi, le ressort équivalent à l'association en série est soumis à la tension : $T = P = mg$.

Son allongement est :

$$x = x_1 + x_2 \quad (\text{S3.1})$$

avec

$$T = Kx \Rightarrow x = \frac{T}{K} = \frac{mg}{K}.$$

$$x_1 = \frac{mg}{K_1}; \quad x_2 = \frac{mg}{K_2}.$$

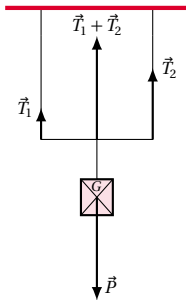
S3.1 devient

$$\frac{mg}{K} = \frac{mg}{K_1} + \frac{mg}{K_2} \Rightarrow \frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}.$$

D'où :

$$K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2} = 24 \text{ N m}^{-1}.$$

Solution 3. (p. 22)



3.1. Les tensions $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ sont verticales et dirigées vers le haut, $\vec{P}$ est vertical et dirigé vers le bas.

3.2. Allongement des ressorts

$$T_1 + T_2 = p = mg$$

Avec $T_1 = K_1 x$ et $T_2 = K_2 x$

$$K_1 + K_2 = mg \Rightarrow x = \frac{mg}{K_1 + K_2}; \quad (\text{S3.1})$$

$$x = \frac{3 \cdot 9,8}{100 + 200} = 9,8 \times 10^{-2} \text{ m} = 9,8 \text{ cm}.$$

3.3. Calcul de masse suspendue si $x = 15 \text{ cm}$

De l'expression S3.1 on tire :

$$m = \frac{(K_1 + K_2)x}{g};$$

$$m = \frac{(100 + 200) \cdot 0,15}{9,8} = 4,59 \text{ kg}.$$

3.4. Calcul de la raideur équivalente

Pour l'allongement x sa tension vaut :

$$T = Kx$$

$$\text{avec } T = T_1 + T_2$$

$$\text{donc } Kx = K_1 x + K_2 x$$

$$\Rightarrow K = K_1 + K_2 = 300 \text{ N kg}^{-1}.$$

Solution 4. (p. 22)

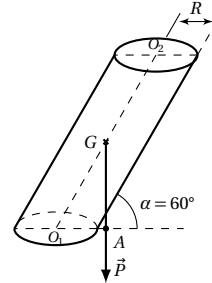
4.1. Pour que le cylindre soit en équilibre, il faut que la verticale abaissée de son centre de gravité tombe à l'intérieur de sa base d'appui (surface de base inférieure du cylindre).

Le cylindre étant supposé homogène, son centre de gravité G est confondu à son centre de symétrie qui est situé

à une hauteur

$$O_1 G = \frac{O_1 O_2}{2}.$$

des centres O_1 et O_2 des deux bases. Considérons le schéma de la figure :



Pour savoir si le cylindre incliné de 60° reste en équilibre, il suffit de calculer $O_1 A$ et le comparer au rayon de la base du cylindre.

Dans le triangle $O_1 A G$, le segment $O_1 A$ est donné par la relation :

$$O_1 A = O_1 G \cos(60^\circ)$$

$$\text{avec } O_1 G = \frac{h}{2 \sin(60^\circ)} = 29,44 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow O_1 A = 29,44 \cos(60^\circ) = 14,72 \text{ cm}.$$

En comparant $O_1 A$ au rayon de la base du cylindre qui est

$$R = \frac{d}{2} = 12,5 \text{ cm},$$

on constate que la verticale issue de G tombe à l'extérieur de la base de sustentation. Par conséquent, le cylindre incliné d'un angle $\alpha = 60^\circ$ n'est pas en équilibre.

4.2. L'angle α_m est atteint quand

$$O_1 A = \frac{d}{2} = 12,5 \text{ cm}$$

d'où :

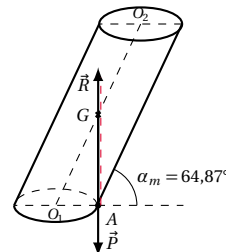
$$12,5 = O_1 G \cos \alpha_m$$

$$\Rightarrow \cos \alpha_m = \frac{12,5}{29,44} = 0,4245$$

$$\Rightarrow \alpha_m = 64,87^\circ.$$

4.3. Faisons l'inventaire des forces agissant sur le cylindre :

- le poids $\vec{P}$ appliqué au centre de gravité G du cylindre.
- la réaction $\vec{R}$ du support.



Le solide étant en équilibre, $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ont même droite d'action. $\vec{R}$ est donc nécessairement appliquée au point A .

Equilibre d'un solide soumis à trois forces non parallèles. Équilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe

4.1	Conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces concourantes	26
4.2	Equilibre d'un solide soumis à n forces	26
4.3	Equilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe	26
4.3.1	L'effet d'une force sur un solide mobile autour d'un axe	26
4.3.2	Le moment d'une force par rapport à un axe	27
4.3.3	Le couple	27
4.3.4	Condition d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe : théorème des moments	28
4.4	Généralisation : les conditions d'équilibre d'un solide	29
4.5	Méthode de résolution des exercices de statique	29
4.6	Enoncés des exercices et problèmes	30
4.7	Solutions des exercices et problèmes	34

4.1 Conditions d'équilibre d'un solide soumis à trois forces concourantes

Si un solide est en équilibre sous l'action de trois forces non parallèles $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, alors, les deux conditions suivantes sont vérifiées :

1. $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.
2. les droites d'action des trois forces sont concourantes.

Remarque.

- La condition 1. traduit deux faits :
 - l'immobilité du centre de gravité G du solide
 - les trois vecteurs forces sont dans un même plan.
- La condition 2. traduit le fait que le solide ne tourne pas.
- Les deux conditions ci-dessus sont nécessaires mais pas suffisantes. En effet, un solide soumis à trois forces remplissant les conditions précédentes peut aussi être en mouvement rectiligne uniforme (principe d'inertie)

4.2 Équilibre d'un solide soumis à n forces

Les résultats obtenus pour deux et trois forces peuvent être généralisés : une condition nécessaire pour qu'un corps soumis à n forces extérieures $\vec{F}_i$ soit en équilibre est :

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0} \text{ (immobilité de } G\text{)}.$$

Il faut nécessairement une autre condition supprimant toute rotation.

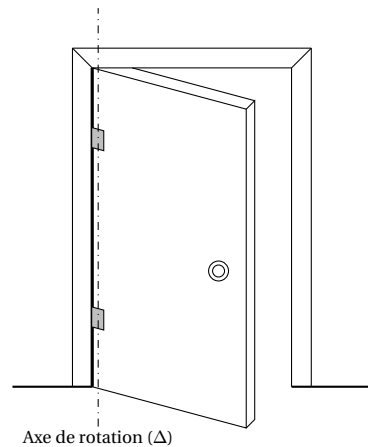
4.3 Équilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe

4.3.1 L'effet d'une force sur un solide mobile autour d'un axe

Quelques rappels

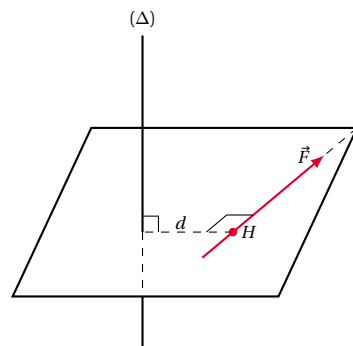
- L'axe de rotation est formé de tous les points qui restent immobiles pendant la rotation (Fig. 4.1).

Figure 4.1



- On dit qu'une force est orthogonale à l'axe si elle est située dans un plan perpendiculaire à l'axe (Fig. 4.2)

Figure 4.2



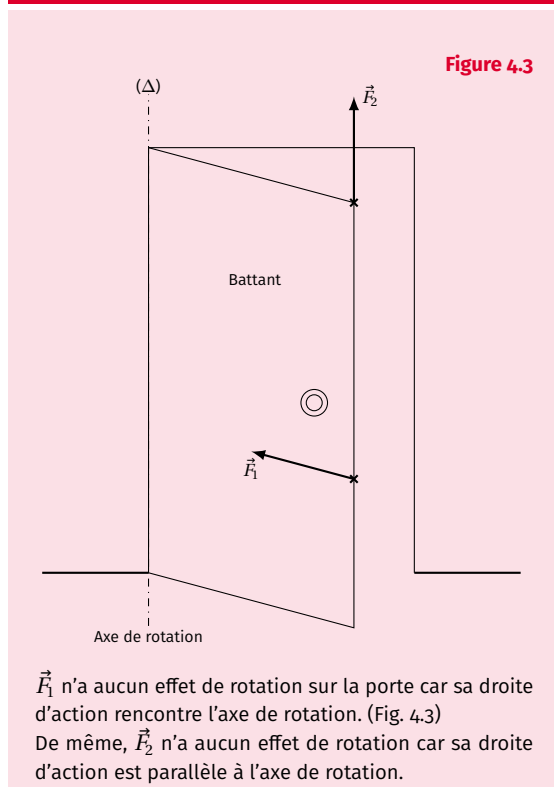
4.3. Equilibre d'un solide susceptible de tourner autour d'un axe

L'effet de rotation d'une force

Pour provoquer un effet de rotation sur un solide mobile autour d'un axe fixe, il faut exercer une force dont la droite d'action :

- ne rencontre pas l'axe de rotation
- ne soit pas parallèle à l'axe de rotation

Exemple.



4.3.2 Le moment d'une force par rapport à un axe

Se reporter à la figure 4.2.

Le moment d'une force $\vec{F}$ par rapport à un axe (Δ) est égal au produit de l'intensité de la force par la distance (d) entre l'axe (Δ) et la droite d'action de la force.

On écrit : $M_{\Delta}(\vec{F}) = Fd$. F en newtons (N), d en m, $M_{\Delta}(\vec{F})$ en newtons · mètres (Nm).

Il ressort de cette définition que le moment d'une force par rapport à un axe caractérise l'effet de rotation de cette force.

Un solide mobile autour d'un axe pouvant avoir deux sens de rotation, on attribue au moment d'une force un signe + ou -. Ainsi,

- le moment est compté positivement si la force tend à faire tourner le solide dans le sens positif arbitrairement choisi.
- le moment est compté négativement si la force tend à faire tourner le solide dans l'autre sens.

Donc le moment d'une force est une grandeur algébrique dont le signe dépend du sens positif arbitrairement choisi.

NB: Revenons à la figure 4.3.

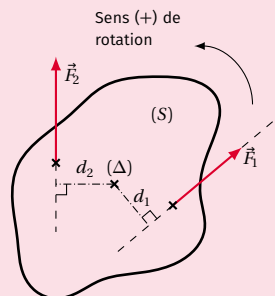
Bien que le produit $F_2 d \neq 0$, $M_{\Delta}(\vec{F}_2) = 0$ car $\vec{F}_2$ n'a aucun effet de rotation.

Donc le moment par rapport à un axe d'une force parallèle à l'axe est nul. De même, le moment par rapport à un axe d'une force dont la droite d'action rencontre l'axe, est nul.

Exercice

Considérons une plaque (S), mobile autour d'un axe horizontal (Δ) passant par son centre de gravité O. On exerce sur cette plaque deux forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ comme l'indique la figure 4.4.

Figure 4.4



Donner l'expression du moment de chacune des forces par rapport à l'axe (Δ) .

Solution

En tenant compte du sens positif choisi de la rotation,

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) = +F_1 d_1.$$

Le signe (+) signifie que $\vec{F}_1$ tend à faire tourner le solide dans le sens positif choisi.

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2 d_2.$$

Le signe (-) signifie que $\vec{F}_2$ tend à faire tourner le solide dans le sens contraire au sens positif choisi.

4.3.3 Le couple

Moment d'un couple de forces

On appelle un couple de forces, un système de deux forces parallèles de sens contraires, de même intensité et n'ayant pas la même droite d'action.

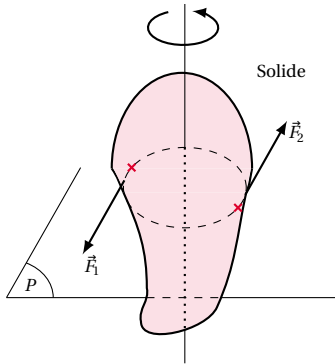


Figure 4.5

Les droites d'action des forces définissent un plan P , appelé plan du couple.

Un couple produit sur le solide auquel il est appliqué, un mouvement de rotation

Le moment M_{Δ} d'un couple par rapport à un axe (Δ) perpendiculaire au plan du couple est égal au produit de l'intensité commune de deux forces par la distance entre leurs droites d'action.

$$M_{\Delta} = Fd.$$

F en newtons (N); d en mètres (N); M_{Δ} en newton · mètres (N m)

Un couple est caractérisé par son *moment*.

Un exemple de couple : le couple de torsion

Considérons le dispositif expérimental de la figure 4.6 appelé balance de torsion.

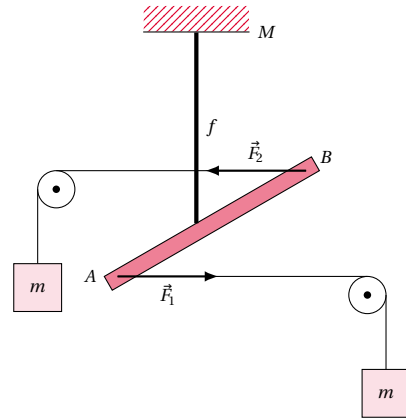


Figure 4.6

Il est constitué d'un fil métallique f , dont l'une des extrémités est fixée à un mandrin M . L'autre extrémité est fixée à une tige horizontale.

Exerçons en deux points A et B de la tige deux forces parallèles, de sens contraires et de même intensité. Le fil se tord.

Si cette torsion n'est pas trop importante, elle prend les caractères d'une déformation élastique : le fil reprend sa position lorsque cesse la torsion.

Puisque les forces élastiques équilibrent le couple $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ qui produit la torsion, on admet que ces forces élastiques sont équivalentes à un couple, appelé couple de torsion.

Des expériences montrent que le moment du couple de torsion d'un fil est proportionnel à l'angle de torsion α (Fig. 4.7).

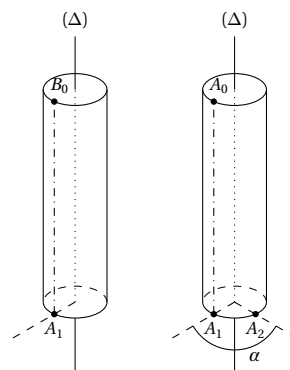


Figure 4.7

$M_{\text{torsion}} = C\alpha$; α angle de torsion en radians (rad); C , constante de torsion du fil, en newton · mètres par radian (N m rad⁻¹).

4.4. Généralisation : les conditions d'équilibre d'un solide

4.3.4 Condition d'équilibre d'un solide mobile autour d'un axe : théorème des moments

Cette condition d'équilibre est connue sous le nom de théorème des moments. Ce théorème s'énonce :

Lorsqu'un solide mobile autour d'un axe fixe est en équilibre sous l'action des forces orthogonales à l'axe, la somme algébrique des moments par rapport à l'axe de toutes ces forces est nulle.

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0.$$

4.4 Généralisation : les conditions d'équilibre d'un solide

Lorsqu'un système quelconque est en équilibre dans le repère terrestre :

1. la somme vectorielle de toutes les forces extérieures est nulle :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}.$$

cette condition traduit l'immobilité de G .

2. la somme algébrique des moments des forces extérieures par rapport à un axe (Δ) quelconque est nulle

$$\sum M_{\Delta}(\vec{F}) = 0.$$

Cette condition exprime l'absence de rotation

4.5 Méthode de résolution des exercices de statique

La statique est la partie de la mécanique qui étudie l'équilibre des systèmes.

Pour résoudre les problèmes de statique, nous conseillons la démarche suivante :

1. Délimiter avec précision le système à étudier. Il peut arriver que ce système à étudier soit une partie d'un dispositif mécanique proposé par l'énoncé.
2. Faire l'inventaire de toutes les forces extérieures appliquées à ce système (poids, réaction de contact, réaction d'axe de rotation, tension de fil,...)
3. Ecrire la condition

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

et projeter cette relation vectorielle sur deux axes

orthogonaux pour obtenir 2 relations algébriques.

4. Ecrire la condition

$$\sum M = 0$$

par rapport à un axe quelconque que l'on choisira. On peut d'ailleurs, dans certains cas, écrire cette condition deux ou plusieurs fois en envisageant deux ou plusieurs axes différents.

5. Quand on aura autant d'équations algébriques que d'inconnues, le problème sera en principe résolu.

Remarque.

Dans certains cas de problèmes compliqués, on sera amené à écrire à nouveau ces conditions d'équilibre pour un 2^e système mécanique que l'on choisira.

si l'une des forces appliquées au système est inconnue, on peut l'éliminer de deux manières : soit en projetant la relation

$$\sum \vec{F} = \vec{0}.$$

sur un axe perpendiculaire à cette force, soit en écrivant la relation

$$\sum M_{\Delta} = 0$$

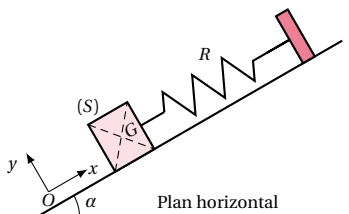
par rapport à un axe qui est

rencontré par la droite d'action de la force inconnue.

4.6 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Un solide (S) , de poids $P = 100 \text{ N}$ et de centre de gravité G est posé sur un plan incliné comme le montre la figure ci-dessous.



L'angle formé par le plan horizontal et le plan incliné est $\alpha = 30^\circ$. Il n'y a pas de frottements entre le plan incliné et le solide (S) . Celui-ci est maintenu en équilibre grâce au ressort R dont la raideur vaut $K = 500 \text{ N m}^{-1}$.

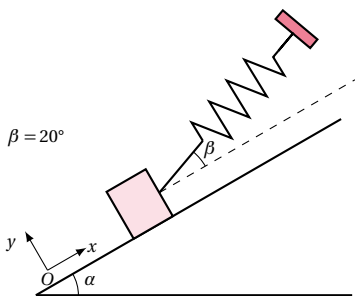
1.1. Faire le bilan des forces appliquées sur le solide (S) .

1.2. Écrire la condition d'équilibre et projeter cette relation vectorielle sur les axes Ox et Oy .

1.3. Déterminer le module de la réaction du plan et le module de la tension du ressort. En déduire l'allongement du ressort.

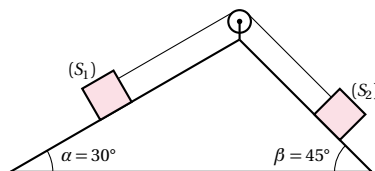
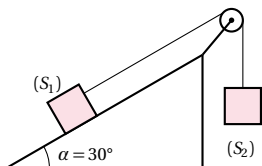
Exercice 2.

Même exercice que le précédent, mais l'axe du ressort fait un angle $\beta = 20^\circ$ avec le plan incliné. (voir figure ci-dessous)



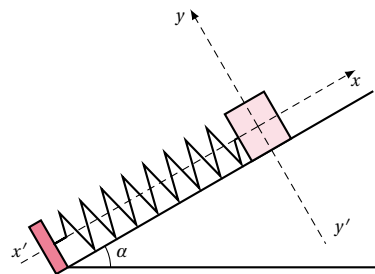
Exercice 3.

On se propose d'étudier les systèmes représentés par les figures suivantes.



Le poids du solide S_1 est $P_1 = 20 \text{ N}$ et on néglige tous les frottements. On demande de déterminer dans chaque cas le poids P_2 que doit avoir le solide S_2 pour que le système reste en équilibre.

Exercice 4.



Un corps A de masse $m = 5 \text{ kg}$, susceptible de glisser sans frottement sur un plan incliné, est retenu par un ressort R linéaire, de masse négligeable et de constante de raideur $K = 500 \text{ N m}^{-1}$ (Voir figure ci-dessus)

Le plan incliné fait un angle α réglable avec l'horizontale.

4.1. Représenter sur le schéma tous les vecteurs forces agissant sur le système (corps A)

4.2. Quelle est la relation liant ces vecteurs à l'équilibre?

4.3. Projeter cette relation dans le système d'axes orthogonaux $(x'x; x'x')$.

4.4. En déduire l'expression littérale de la contraction Δl du ressort en fonction de K , m , g et $\sin \alpha$

4.5. Pour $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$, compléter le tableau ci-dessous.

α ($^\circ$)	0	10	20	30	45	60	75	90
$\sin \alpha$								
Δl (mm)								

4.6. Tracer la courbe $\Delta l = f(\sin \alpha)$

Echelle : abscisse : 1 cm pour 0,1 unité de $\sin \alpha$.

ordonnée : 1 cm pour 10 mm de contraction (Δl)

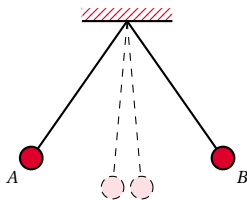
4.7. pour $\Delta l = 60 \text{ mm}$, déterminer l'angle α . En déduire un intérêt pratique de ce dispositif.

4.8. Calculer l'intensité R de la réaction du plan incliné sur le corps A pour $\alpha = 0^\circ; 45^\circ; 90^\circ$.

Exercice 5.

Deux pendules électrostatiques sont fixés au même point O . On électrise les deux sphères A et B par contact, en communiquant à chacune une charge $q = -1,6 \times 10^{-7} \text{ C}$. Les sphères s'écartent l'une de l'autre. A l'équilibre, leur centre de gravité sont distants de 20 cm (figure ci-dessous).

4.6. Énoncés des exercices et problèmes



Les masses des sphères sont $m_A = m_B = 2g$.

5.1. Quelles sont les caractéristiques de la force $\vec{F}_{B/A}$ exercée par la sphère B sur la sphère A?

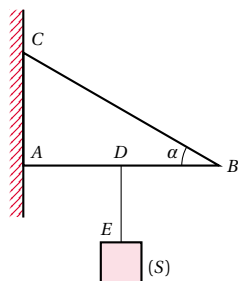
5.2. Quelle relation existe-t-elle entre $\vec{P}_A$, poids de la sphère A, $\vec{T}_A$, tension du fil OA et $\vec{F}_{B/A}$?

5.3. Calculer l'angle α que fait OA avec la verticale. Que peut-on dire de l'angle que fait OB avec la verticale?

5.4. Déterminer $\vec{T}_A$. On donne $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$.

Exercice 6.

AB est une barre scellée au mur en A. Elle est maintenue horizontale grâce à un fil BC. Un solide (S), de masse m , est accroché à la barre AB par l'intermédiaire d'un fil DE (figure ci-dessous).

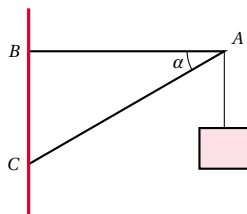


La barre et les fils sont de masse négligeable. $AD = DB$. Déterminer la réaction du mur en A et la tension du fil BC.

On prendra : $\alpha = 30^\circ$; $m = 3 \text{ kg}$; $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$.

Exercice 7.

7.1. Considérons la console de la figure suivante.



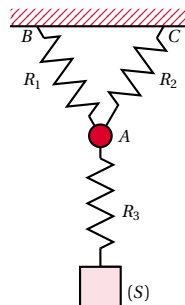
Déterminer, en fonction de m , masse du solide S, et de l'angle α :

■ les forces qui agissent au point A;

■ les réactions du mur aux points B et C.

7.2. Calculer les intensités de ces forces pour $m = 5 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$, et les représenter sur le schéma. On négligera la masse de la console.

Exercice 8.



R_1 , R_2 et R_3 sont des ressorts identiques, de masse négligeable, de longueur à vide $l_0 = 20 \text{ cm}$ et de raideur $k = 100 \text{ N m}^{-1}$. Ils sont reliés par un petit anneau A. A l'équilibre, $AB = AC = BC = 25 \text{ cm}$. (figure ci-dessus)

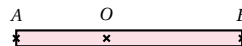
8.1. Déterminer les tensions des ressorts R_1 et R_2 .

8.2. Déterminer la tension du ressort R_3 .

8.3. Calculer la masse du solide (S) si $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$

Exercice 9.

Une tige AB, de masse négligeable, est mobile autour d'un axe (Δ) perpendiculaire en O au plan de la figure ci-dessous.



$OA = 20 \text{ cm}$;

$AB = 50 \text{ cm}$.

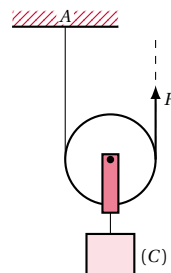
On suspend en A des masses marquées à crochets, de valeur totale $m_A = 300 \text{ g}$.

9.1. Quelle masse doit-on suspendre en B pour maintenir la tige en équilibre en position horizontale?

9.2. Une masse marquée de 100 g se détache de B. On rétablit l'équilibre en accrochant en un seul point C de AB une masse marquée de 200 g . Déterminer la position du point C.

9.3. La tige étant horizontale dans les conditions de la première question, on l'incline d'un angle α . Restera-t-elle en équilibre dans cette position?

Exercice 10.

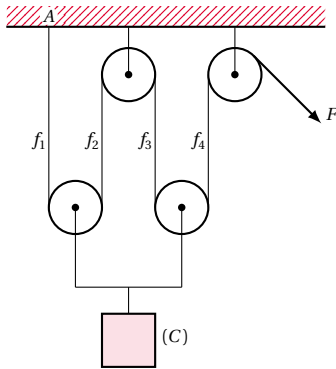


10.1. La figure ci-contre représente une poulie mobile de masse négligeable. On y suspend un corps (C) de

masse $m = 100 \text{ kg}$, $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$. Déterminer :

- la force $\vec{F}$ à exercer pour que le système soit en équilibre;
- la réaction du crochet en A.

10.2. On constitue un palan à l'aide de deux poulies fixes et de deux poulies mobiles de même diamètre et de masse négligeable (figure ci-dessous)



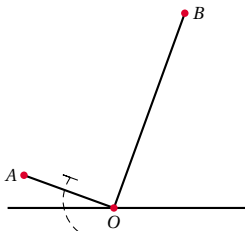
On utilise ce palan pour soulever le corps (C). Déterminer :

- les tensions de chaque brin de fil;
- la force $\vec{F}'$ à exercer pour que le système soit en équilibre;
- la réaction du crochet en A.

10.3. On constitue maintenant un palan avec n poulies fixes et n poulies mobiles avec lequel on souève un objet de masse m . Quelle est, en fonction de m , g et n l'intensité de la force à exercer pour que le système soit en équilibre? Quel est l'intérêt d'une telle combinaison de poulies?

Exercice 11.

Un pied de biche est un levier coudé AOB utilisé pour arracher les clous. On négligera dans un premier temps son poids et on considérera qu'il peut tourner sans frottement autour du point d'appui O . OB est perpendiculaire à OA . $OA = 3 \text{ cm}$, $OB = 30 \text{ cm}$ (figure ci-dessous)



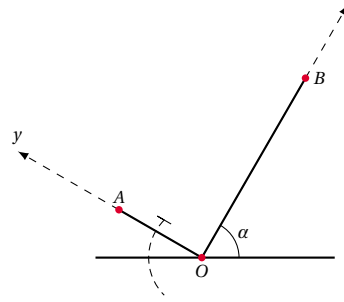
11.1. On exerce à l'extrémité B une force de 150 N perpendiculaire à OB . Avec quelle force, supposée perpendiculaire à OA , le clou est-il arraché? On considérera que le levier est en équilibre.

11.2. Ecrire la relation entre les différentes forces appliquées au levier.

En déduire la réaction de la planche au point O .

On suppose maintenant que le poids $\vec{P}$ du pied de biche n'est plus négligeable et que son centre de gravité se trouve au milieu de OB . OB fait un angle α avec la

planche (figure ci-dessous).



11.3. On exerce à l'extrémité B une force $\vec{F}_B$ perpendiculaire à OB .

Calculer en fonction F_B , P , OB , OA et α l'intensité de la force $\vec{F}_A$ supposée perpendiculaire à OA , avec laquelle le clou est arraché.

11.4. Calculer numériquement F_A en prenant les valeurs numériques $\alpha = 60^\circ$ et $P = 5 \text{ N}$.

Comparer cette valeur avec celle trouvée à la question **11.1.** et **11.2.** Quelle erreur relative a-t-on commise en négligeant le poids du levier? Peut-on légitimement le négliger?

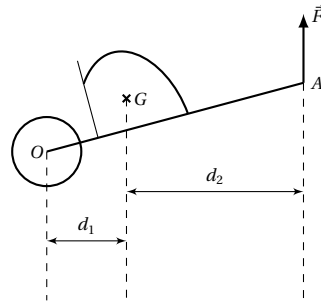
11.5. Ecrire la relation, à l'équilibre entre les différentes forces appliquées au levier.

Déterminer les coordonnées R_x et R_y de la réaction de la planche sur le pied de biche.

On prendra deux axes Ox et Oy de direction OB et OA .

Exercice 12.

La brouette est un exemple de levier. G est le centre de gravité de la brouette chargée dont la masse totale est 150 kg . Pour soulever la brouette, chaque bras du manœuvre exerce une force verticale ($\vec{F}_1 = \vec{F}_2$). Ces forces équivalent à une force unique $\vec{F}$ verticale, appliquée en A .



12.1. Calculer F si $d_1 = 80 \text{ cm}$ et $d_2 = 140 \text{ cm}$.

12.2. En déduire la valeur commune de l'intensité des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

12.3. Quelle est la réaction du sol en O ?

On donne $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$.

4.6. Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 13.

Aux extrémités d'une tige AB , de masse négligeable, on soude deux boules, de masses $m_1 = 200 \text{ g}$ et $m_2 = 100 \text{ g}$, et de dimensions négligeables. La longueur de la tige est de 30 cm .

13.1. On suspend cette tige à un fil vertical. En quel point C de la tige faut-il accrocher le fil pour que la tige reste horizontale?

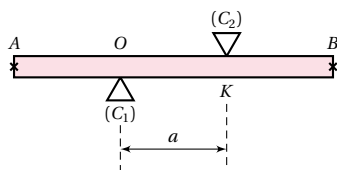
13.2. Montrer que le point C est confondu avec le centre de gravité G de la tige munie des boules. (On déterminera la position de G par la formule du barycentre.)

13.3. En déduire une méthode pour déterminer la position du centre du gravité d'un solide composite.

Exercice 14.

Une tige AB , de masse $m = 1 \text{ kg}$ et de longueur $l = 80 \text{ cm}$, est en équilibre, en position horizontale, entre deux couteaux (C_1) et (C_2) . Le couteau (C_1) est fixe. Son arête est située à 20 cm de l'extrémité B . Le couteau (C_2) peut être déplacé.

Soit a la distance entre les arêtes des deux couteaux.



On donne à a les valeurs successives suivantes : 10 cm , 20 cm , 30 cm .

Déterminer dans chaque cas les caractéristiques des forces exercées par les couteaux.

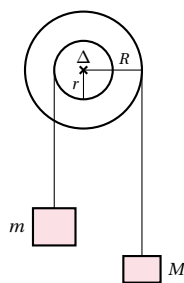
Pour cela, on écrira la condition d'équilibre de la tige supposée mobile autour d'un axe passant d'abord par O , ensuite par K .

On donne $g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}$.

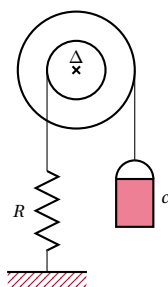
Exercice 15.

Une poulie à deux gorges, de rayon r et R , tournent autour du même axe (Δ) . Un fil s'enroulant sur la grande roue supporte un corps de masse M .

Un fil s'enroulant sur la petite roue supporte un corps de masse m . (figure a)



(a)



(b)

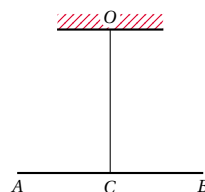
15.1. Établir la relation existant entre m et M pour que la poulie soit en équilibre.

15.2. Le dispositif est modifié ainsi que l'indique la figure b. (R) est un ressort de raideur $K = 40 \text{ N m}^{-1}$. (C) est un récipient cylindrique en matière plastique très légère dont la masse sera négligée par rapport à la masse d'eau qu'il contient. Établir la relation existant entre x , allongement du ressort, et h , hauteur d'eau dans le récipient.

A.N. : $R = 40 \text{ cm}$; $r = 20 \text{ cm}$; section intérieure du récipient : $S = 20 \text{ cm}^2$; $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$; masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$

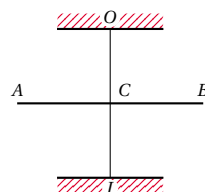
Exercice 16.

Un barreau homogène AB de longueur 20 cm est suspendu à un fil de torsion vertical OC passant par le centre du barreau. On exerce aux extrémités du barreau un couple de forces horizontales, perpendiculaires au barreau, d'intensité 1 N en prenant soin de laisser le fil vertical.



16.1. Calculer l'angle α dont a été tordu le fil si sa constante de torsion vaut $0,19 \text{ N m rad}^{-1}$. Exprimer cet angle en degré.

16.2. On remonte le barreau AB le long du fil et on le fixe au milieu du fil. Déterminer le moment du couple à exercer aux extrémités de AB dans les conditions précédentes pour que le barreau tourne du même angle α que précédemment. On considérera que les deux moitiés de fil réagissent à la torsion.

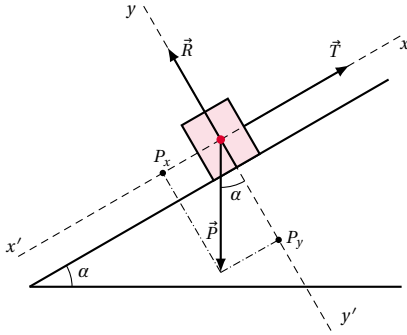


La constante de torsion d'un fil de diamètre donné est inversement proportionnel à sa longueur.

4.7 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 30)

1.1. Bilan des forces appliquées au solide S. (voir figure ci-dessous)



Le solide (S) est soumis à :

- son poids $\vec{P}$ appliqué au centre de gravité G du solide.
- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné perpendiculaire au plan (car les forces de frottement sont nulles).
- la tension $\vec{T}$ du ressort.

1.2. Condition d'équilibre.

Le solide S étant en équilibre, on a :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}. \quad (\text{S4.1})$$

Projetons cette relation vectorielle dans le système d'axes orthonormés $x'Ox$ et $y'Oy$.

Remarque: Pour les problèmes comportant des plan inclinés, il est convenable de choisir l'axe $x'x'$ parallèle au plan et l'axe $y'y'$ perpendiculaire au plan.

- Projection sur $x'Ox$:
 - La projection de $\vec{P}$ est : $P_x = -P \sin \alpha$
 - la projection de $\vec{R}$ est nulle
 - la projection de $\vec{T}$ est T puisque $\vec{T}$ est parallèle à $x'Ox$ et dans le même sens que $\vec{Ox}$.

La projection de S4.1 sur l'axe $x'Ox$ est :

$$-P \sin \alpha + 0 + T = 0. \quad (\text{S4.2})$$

- Projection sur $y'Oy$:
 - La projection de $\vec{P}$ est : $P_y = -P \cos \alpha$
 - la projection de $\vec{R}$ est : R
 - la projection de $\vec{T}$ est nulle
 - La projection de S4.1 sur l'axe $y'Oy$ est :

$$P \cos \alpha + R + 0 = 0. \quad (\text{S4.3})$$

1.3. Détermination de la réaction du plan et le module de la tension du ressort

De l'équation S4.3 on tire :

$$R = P \cos \alpha = 100 \cos 30^\circ = 86,6 \text{ N}.$$

De l'équation S4.2 on tire :

$$T = P \sin \alpha = 100 \sin 30^\circ = 50 \text{ N}.$$

Déduction de l'allongement du ressort

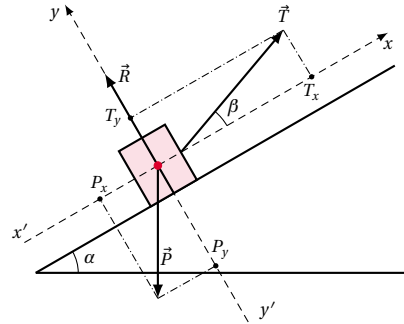
L'allongement x du ressort est lié à sa tension par :

$$T = Kx$$

$$\Rightarrow x = \frac{T}{K} = \frac{50}{500} = 0,1 \text{ m} = 10 \text{ cm}.$$

Solution 2. (p. 30)

2.1. Bilan des forces appliquées au solide (S).



Le solide (S) est soumis à :

- son poids $\vec{P}$ appliqué au centre de gravité G du solide.
- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné perpendiculaire au plan (car les forces de frottement sont nulles).
- la tension $\vec{T}$ du ressort.

Le solide (S) étant en équilibre, on a :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}. \quad (\text{S4.1})$$

Projetons cette relation vectorielle dans le système d'axes orthonormés $x'Ox$ et $y'Oy$.

- Projection sur $x'Ox$:
 - La projection de $\vec{P}$ sur l'axe $x'Ox$:

$$P_x = -P \sin \alpha;$$

- la projection de $\vec{R}$ est nulle
- la projection de $\vec{T}$ est : $T_x = T \cos \beta$ d'où

$$-P \sin \alpha + 0 + T \cos \beta = 0. \quad (\text{S4.2})$$

- Projection sur $y'Oy$:

- La projection de $\vec{P}$ est le vecteur $\vec{P}_y$ dont la valeur algébrique sur l'axe $y'Oy$ est :

$$P_y = -P \cos \alpha;$$

- la projection de $\vec{R}$ est R
- la projection de $\vec{T}$ est : $T \sin \beta$.

$$-P \cos \alpha + R + T \sin \beta = 0. \quad (\text{S4.3})$$

2.2. Détermination de la réaction du plan et le module de la tension du ressort

De l'équation S4.2 on tire :

$$T = \frac{P \sin \alpha}{\cos \beta}$$

$$\Rightarrow T = \frac{100 \sin 30^\circ}{\cos 20^\circ} = 53,20 \text{ N}.$$

De l'équation S4.3 on tire :

$$R = P \cos \alpha - T \sin \beta;$$

4.7. Solutions des exercices et problèmes

$$R = 100 \cos 30^\circ - 53,2 \sin 20^\circ = 68,41 \text{ N.}$$

Déduction de l'allongement du ressort

L'allongement x du ressort est lié à sa tension par :

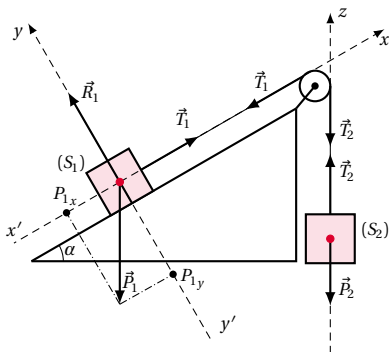
$$T = Kx$$

$$\Rightarrow x = \frac{T}{K} = \frac{53,2}{500} = 0,106 \text{ m} = 10,6 \text{ cm.}$$

Solution 3. (p. 30)

Soit à déterminer dans chaque cas le poids P_2 du solide S_2 pour que le système soit en équilibre.

Premier système. Intéressons-nous au solide S_1 .



Il est soumis à :

- son poids $\vec{P}_1$ appliqué au centre de gravité G du solide.
- la réaction $\vec{R}$ du plan incliné perpendiculaire au plan (car les forces de frottement sont nulles).
- la tension $\vec{T}_1$ du fil.

Le solide S étant en équilibre, on a :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = \vec{0}.$$

Par projection de cette équation vectorielle sur un axe xx' parallèle au plan incliné, on a :

$$-P_1 \sin \alpha + 0 + T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = P_1 \sin \alpha.$$

Intéressons-nous maintenant au solide S_2

Il est soumis à deux forces : son poids $\vec{P}_2$ et la tension du fil $\vec{T}_2$.

S_2 est aussi en équilibre donc :

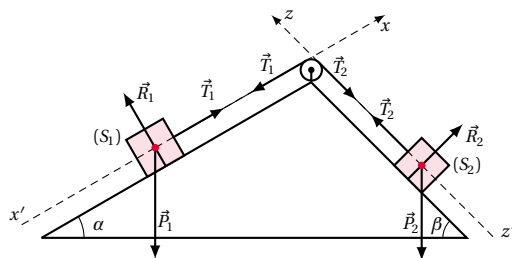
$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0} \Rightarrow T_2 = P_2.$$

La masse du fil qui relie les deux solides S_1 et S_2 étant négligeable, la tension est la même le long du fil. Donc :

$$T_2 = T_1$$

$$\Rightarrow P_2 = P_1 \sin \alpha = 20 \sin 30^\circ = 10 \text{ N.}$$

Deuxième système.



Intéressons-nous au solide S_1 . Il est soumis aux mêmes forces qu'à la figure précédente. Dans les mêmes conditions nous avons : $T_1 = P_1 \sin \alpha$.

Intéressons-nous au solide S_2 . Même démarche que ci-dessus.

On trouve : $T_2 = P_2 \sin \beta$.

L'équilibre du système est réalisé quand :

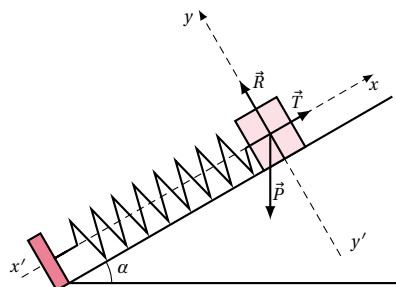
$$T_2 = T_1 \Rightarrow P_2 \sin \beta = P_1 \sin \alpha;$$

$$P_2 = P_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta};$$

$$P_2 = 20 \frac{\sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 14 \text{ N.}$$

Solution 4. (p. 30)

4.1. Représentation des vecteurs forces agissant sur le corps A. (Voir figure ci-contre).



4.2. Condition d'équilibre.

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = \vec{0}.$$

4.3. Projection sur l'axe $X'X$:

$$-P \sin \alpha + 0 + T = 0. \quad (\text{S4.1})$$

Projection sur l'axe $Y'Y$:

$$-P \cos \alpha + R + 0 = 0. \quad (\text{S4.2})$$

4.4. Déduction de l'expression de Δl de S4.1.

On tire;

$$T = P \sin \alpha$$

$$\text{avec } T = K \Delta l$$

$$\text{et } P = mg$$

$$\text{d'où : } K \Delta l = mg \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \Delta l = \frac{mg \sin \alpha}{K}$$

4.5. Pour

$$g = 40 \text{ N m}^{-1}; m = 5 \text{ kg};$$

$$K = 500 \text{ N m}^{-1} \Rightarrow \frac{mg}{K} = \frac{5 \cdot 10}{500} = 0,1;$$

$$\Delta l = 0,1 \sin \alpha \text{ (en mètre)}.$$

D'où le tableau suivant :

α (°)	0	10	20	30
$\sin \alpha$	0	0,173	0,342	0,5
Δl (mm)	0	17,3	34,2	50

α (°)	45	60	75	90
$\sin \alpha$	0,707	0,866	0,966	1
Δl (mm)	70,7	86,6	96,6	100

4.6. Courbe (voir figure ci-dessous)

4.7. graphiquement, pour

$$\Delta l = 60 \text{ mm};$$

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\Rightarrow \alpha = 36,87^\circ.$$

Par calcul,

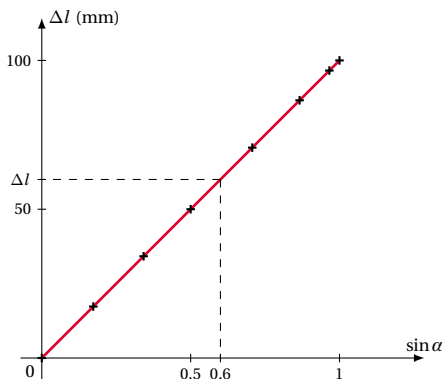
$$\sin(\alpha) = \frac{\Delta l}{0,1} = \frac{0,06}{0,1} = 0,6 \Rightarrow \alpha = 36,87^\circ.$$

4.8. Ce dispositif peut être utilisé pour mesurer les angles d'inclinaison des plans inclinés.

De l'équation S4.2 on tire :

$$R = mg \cos \alpha = 5 \cdot 10 \cos \alpha = 50 \cos \alpha.$$

α (°)	0	45	90
$\cos \alpha$	1	0,707	0
R (N)	50	35,35	0



Solution 5. (p. 30)

5.1. Caractéristique de la force $\vec{F}_{B/A}$.

La force $\vec{F}_{B/A}$ est une force d'origine électrique, dont les caractéristiques sont données par la loi de coulomb.

■ Le point d'application de cette force peut être

confondu au centre de gravité de la boule A.

- Sa droite d'action passe par les points A et B.
- Son sens est orienté suivant le vecteur $\vec{BA}$ car l'interaction entre les deux boules est répulsive.
- Son module est :

$$F_{B/A} = \frac{K|q_A||q_B|}{AB^2}.$$

A.N.

$$K = 9 \times 10^9 \text{ USI};$$

$$q_A = q_B = 1,6 \times 10^{-7} \text{ C};$$

$$AB = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m};$$

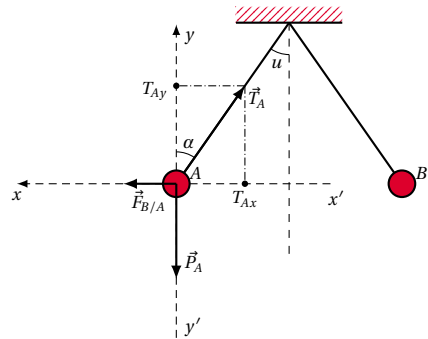
$$F_{B/A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-7}}{0,2 \times 10^2} = 5,76 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

5.2. Relation entre $\vec{P}_A$, le poids de la sphère A, $\vec{T}_A$, la tension du fil OA et $\vec{F}_{B/A}$, la force électrostatique. Ces trois forces maintiennent la sphère A en équilibre.

$$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{F}_{B/A} = \vec{0}.$$

5.3. Calcul de l'angle α que fait OA avec la verticale.

Projetons l'équation vectorielle ci-dessus sur les axes x et y (figure ci-dessous)



Sur l'axe $x'x$, on a :

$$0 - T_A \sin \alpha + F_{B/A} = 0. \quad (\text{S4.1})$$

Sur l'axe $y'y$, on a :

$$-P_A + T_A \cos \alpha + 0 = 0. \quad (\text{S4.2})$$

De S4.1 on tire :

$$T_A \sin \alpha = F_{B/A}. \quad (\text{S4.3})$$

De S4.2 on tire :

$$T_A \cos \alpha = P_A. \quad (\text{S4.4})$$

Le rapport $\frac{3}{4}$ donne :

$$\frac{T_A \sin \alpha}{T_A \cos \alpha} = \frac{F_{B/A}}{P_A} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F_{B/A}}{m_{Ag}}. \quad (\text{S4.5})$$

A.N.

$$\tan \alpha = \frac{5,76 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 0,288 \Rightarrow \alpha = 16^\circ.$$

Calcul de T_A .

De S4.3 on tire :

$$T_A = \frac{F_{B/A}}{\sin \alpha} = \frac{5,76 \times 10^{-3}}{\sin(16^\circ)} = 20,8 \times 10^{-3} \text{ N}.$$

4.7. Solutions des exercices et problèmes

Solution 6. (p. 31)

- Le système étudié est la barre AB .
- Inventaire des forces appliquées à la barre AB .
 - l'action du fil BC notée $\vec{T}$ appliquée en B , de droite d'action BC .
 - L'action du fil DE notée $\vec{T}'$ appliquée en D , de droite d'action DE . En intensité,

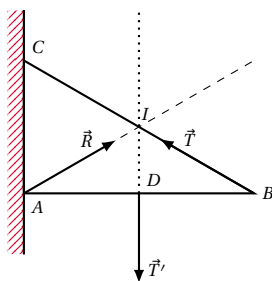
$$T' = P = mg$$

- la réaction du mur notée $\vec{R}$ appliquée en A , de droite d'action à déterminer.
- La barre AB étant en équilibre,

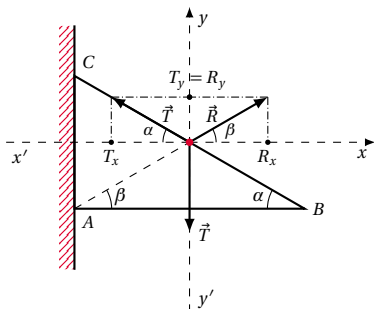
$$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$$

Les droites d'action des trois forces sont concourantes.

La droite d'action de $\vec{R}$ passe par le point I , point de concours des droites d'action de $\vec{T}$ et $\vec{T}'$ d'où la figure ci-dessous.



Pour calculer T et R , projetons l'équation vectorielle de la condition d'équilibre sur deux axes $x'Ix$ et $y'Iy$ après avoir fait « glisser » tous les vecteurs forces au point I (figure ci-dessous).



- suivant $x'Ix$:

$$0 - T \cos \alpha + R \cos \beta = 0 \quad (\text{S4.1})$$

de S4.1 on tire :

$$T = R \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}$$

- suivant $y'Iy$:

$$-T' + T \sin \alpha + R \sin \beta = 0. \quad (\text{S4.2})$$

De S4.2 on obtient :

$$-T' + R \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \sin \alpha + R \sin \beta = 0$$

$$\Rightarrow -T' + R \tan \alpha \cos \beta + R \sin \beta = 0$$

$$\Rightarrow R = \frac{T'}{\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta}.$$

Détermination de l'angle β

Considérons les triangles rectangles ADI et BDI . α et β sont donnés par :

$$\tan \alpha = \frac{DI}{DB} \text{ et}$$

$$\tan \beta = \frac{DI}{AD}.$$

En faisant le rapport de ces deux relations on obtient :

$$\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = \frac{DI}{DB};$$

$$\frac{AD}{DI} = \frac{AD}{DB}.$$

Or

$$AD = DB \Rightarrow \frac{\tan(\alpha)}{\tan(\beta)} = 1$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = \tan(\beta) \Rightarrow \alpha = \beta$$

Donc

$$T = R \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)} \Rightarrow T = R$$

$$R = \frac{T'}{\cos(\alpha) \tan(\alpha) + \sin(\alpha)}$$

avec

$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} \Rightarrow R = \frac{T'}{2 \sin(\alpha)}$$

avec

$$T' = mg;$$

$$T = R = \frac{mg}{2 \sin(\alpha)} = \frac{3 \cdot 10}{2 \sin(30^\circ)} = 30 \text{ N}.$$

Solution 7. (p. 31)

7.1. Les forces qui agissent au point A sont :

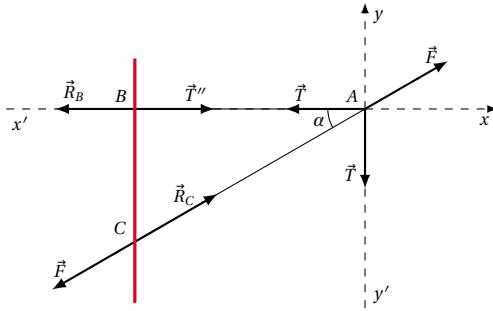
- l'action du fil $\vec{T}'$ à travers le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ du solide (S). En intensité $T' = P = mg$.
- l'action $\vec{T}$ de la barre BA .
- l'action $\vec{F}$ de la barre CA .

Le point A étant en équilibre,

$$\vec{T}' + \vec{T} + \vec{F} = \vec{0}.$$

Les droites d'action des trois forces sont concourantes.

Pour calculer T et F , projetons l'équation vectorielle de la condition d'équilibre sur deux axes $x'Ax$ et $y'Ay$ (figure suivante).



■ suivant $x'Ax$:

$$0 - T + F \cos \alpha = 0 \Rightarrow T = F \cos \alpha$$

■ suivant $y'Ay$:

$$-T' + F \sin(\alpha) = 0 \Rightarrow F = \frac{T'}{\sin(\alpha)} = \frac{mg}{\sin(\alpha)}$$

Donc :

$$T = \frac{T'}{\sin \alpha} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow T = \frac{mg}{\tan \alpha}$$

L'intensité des forces qui agissent au point A ont pour expressions :

$$T' = mg;$$

$$F = \frac{mg}{\sin \alpha};$$

$$T = \frac{mg}{\tan \alpha}.$$

Détermination de la réaction du mur au point B

Inventaire des forces au point B :

■ la force de traction $\vec{T}''$ de la barre BA.

■ la réaction du mur $\vec{R}_B$

Le point B étant en équilibre, on a :

$$\vec{R}_B + \vec{T}'' = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_B = -\vec{T}''.$$

On en déduit que la réaction du mur en B a la même droite d'action et la même intensité que la traction de la barre BA mais de sens opposé.

$$R_B = T'' = T = \frac{mg}{\tan(\alpha)}.$$

Détermination de la réaction du mur au point C

Inventaire des forces au point C :

■ la force de compression $\vec{F}'$ de la barre CA

■ la réaction du mur $\vec{R}_C$

Le point C étant en équilibre, on a :

$$\vec{R}_C + \vec{F}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_C = -\vec{F}'.$$

On en déduit que la réaction du mur en C a la même droite d'action et la même intensité que la force de compression de la barre CA mais de sens opposé.

$$R_C = F' = F = \frac{mg}{\sin(\alpha)}.$$

7.2. Applications numériques

$$m = 5 \text{ kg};$$

$$\alpha = 30^\circ;$$

$$g = 10 \text{ N kg}^{-1};$$

$$P = 5 \times 10 = 50 \text{ N};$$

$$R_B = T'' = T = \frac{5 \cdot 10}{\tan(30^\circ)} = 86,60 \text{ N};$$

$$R_C = F' = F = \frac{5 \cdot 10}{\sin(30^\circ)} = 100 \text{ N}.$$

Solution 8. (p. 31)

8.1. Sous l'action du poids du corps (S), le ressort R_3 se détend en entraînant les ressorts R_1 et R_2 . En désignant par l la longueur des ressorts R_1 et R_2 à l'équilibre, les tensions $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ de ces ressorts ont la même intensité : $T_2 = T_1 = k(l - l_0)$.

Application Numérique :

$$k = 100 \text{ N m}^{-1};$$

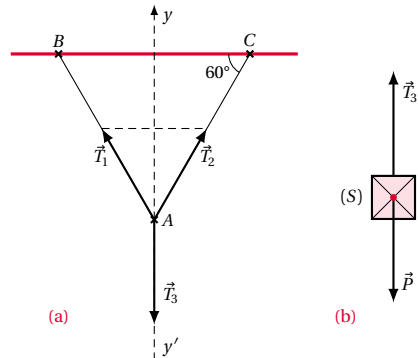
$$l = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m};$$

$$l_0 = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m};$$

$$T_2 = T_1 = 100(0,25 - 0,20) = 5 \text{ N}.$$

Le point d'application de $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ est en A.

Le sens et la direction de $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ sont schématisés sur la figure a. Leur intensité commune est égal à 5 N



8.2. Pour déterminer la tension du ressort R_3 proposons-nous d'étudier la condition d'équilibre au point A.

Il est soumis à 3 forces :

■ La tension $\vec{T}_1$ du ressort R_1 .

■ La tension $\vec{T}_2$ du ressort R_2 .

■ La tension $\vec{T}_3$ du ressort R_3 .

Ces trois tensions sont concourantes en A. A étant en équilibre, on a :

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 = \vec{0}.$$

En projetant cette équation vectorielle sur un axe $y'Ay$ (voir fig. a), nous avons :

$$T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha - T_3 = 0 \text{ avec}$$

$$T_1 = T_2 = T;$$

$$T_3 = 2T \cos \alpha.$$

Application Numérique

Puisque $AB = AC = BC$ (voir énoncé de l'exercice), le

4.7. Solutions des exercices et problèmes

triangle ABC est un triangle équilatéral. Dans un tel triangle, tous les angles sont égaux à 60° . Donc

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ;$$

$$\cos \alpha = 0,866;$$

$$T = 5 \text{ N};$$

$$T_3 = 2 \cdot 5 \cos 30^\circ 23' = 8,66 \text{ N}.$$

8.3. Calcul de la masse du solide (S) :

Système étudié : le solide (S). (Fig b)

Il est soumis à deux forces :

■ son poids $\vec{P} = m\vec{g}$, appliqué à son centre de gravité G .

■ la tension $\vec{T}'_3$, du ressort R_3 .

A l'équilibre nous avons :

$$\vec{P} + \vec{T}'_3 = \vec{0} \text{ avec}$$

$$\vec{T}'_3 = -\vec{T}_3$$

(car, la masse du ressort R_3 est négligeable).

Projetons cette équation vectorielle sur l'axe $y y'$. Nous obtenons :

$$-P + T'_3 = 0 \text{ avec } P = mg.$$

Donc,

$$-mg + T'_3 = 0 \Rightarrow$$

$$m = \frac{T'_3}{g} = \frac{8,66}{9,8} = 0,883 \text{ kg}.$$

Equilibre d'un solide mobile autour d'un axe fixe

Solution 9. (p. 31)

9.1. Détermination de la masse à suspendre en B pour que la tige soit en équilibre.

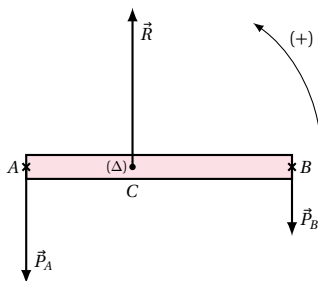
■ le système étudié est la tige AB

■ Inventaire des forces qui agissent sur la tige AB

■ le poids $\vec{P}_A = m_A \vec{g}$ des masses marquées suspendues en A.

■ le poids $\vec{P}_B = m_B \vec{g}$ de la masse suspendue en B.

■ la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) appliquée au point O (figure ci-dessous)



La tige AB étant maintenue en équilibre en position ho-

rizontale, on a :

$$M_\Delta(\vec{P}_A) + M_\Delta(\vec{P}_B) + M_\Delta(\vec{R}) = 0.$$

En choisissant le sens trigonométrique (voir figure ci-dessus) comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_\Delta(\vec{P}_A) = m_A g OA;$$

$$M_\Delta(\vec{P}_B) = -m_B g OB;$$

$$M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

(la droite d'action de la réaction $\vec{R}$ rencontre l'axe (Δ)).

$$m_A g OA - m_B g OB = 0 \Rightarrow m_B = m_A \frac{OA}{OB}$$

A.N.

$$OA = 0,2 \text{ m};$$

$$AB = 0,5 \text{ m};$$

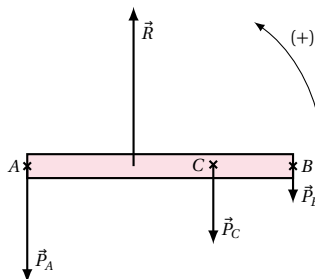
$$OB = AB - OA = 0,3 \text{ m};$$

$$m_A = 0,3 \text{ kg};$$

$$m_B = 0,3 \frac{0,2}{0,3} = 0,2 \text{ kg} = 200 \text{ g}.$$

9.2. Détermination de la position de C.

La position de C est impérativement située entre O et B (voir figure ci-dessous).



Bilan des forces qui agissent sur la tige (système étudié) ;

■ le poids $\vec{P}_A = m_A \vec{g}$ des masses marquées suspendues en A.

■ le poids $\vec{P}'_B = m'_B \vec{g}$ de la masse suspendue en B.

■ la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) appliquée au point O

■ le poids $\vec{P}_C = m_C \vec{g}$ de la masse suspendue en C.

La tige AB étant maintenue en équilibre en position horizontale, on a :

$$M_\Delta(\vec{P}_A) + M_\Delta(\vec{P}'_B) + M_\Delta(\vec{R}) + M_\Delta(\vec{P}_C) = 0.$$

En choisissant le sens trigonométrique (voir figure ci-dessus) comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_\Delta(\vec{P}_A) = m_A g OA;$$

$$M_\Delta(\vec{P}'_B) = -m'_B g OB;$$

$$M_\Delta(\vec{P}_C) = -m_C g OC;$$

$$M_\Delta(\vec{R}) = 0$$

(la droite d'action de la réaction $\vec{R}$ rencontre l'axe (Δ)).

$$m_A g OA - m'_B g OB - m_C g OC = 0$$

$$\Rightarrow OC = \frac{m_A OA - m'_B OB}{m_C}$$

A.N.

$$m_A = 0,3 \text{ kg};$$

$$OA = 0,2 \text{ m};$$

$$OB = 0,3 \text{ m};$$

$$m'_B = 0,2 - 0,1 = 0,1 \text{ kg};$$

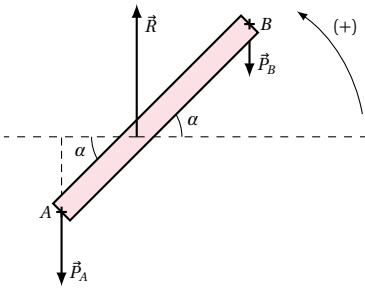
$$m_C = 0,2 \text{ kg};$$

$$OC = \frac{0,3 \cdot 0,2 - 0,1 \cdot 0,3}{0,3} = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}.$$

9.3. Etudions l'équilibre de la tige dans la nouvelle position.

Pour que la tige reste en équilibre le théorème des moments doit être vérifié.

- Inventaire des forces qui agissent sur la tige AB
- le poids $\vec{P}_A = m_A \vec{g}$ des masses marquées suspendues en A.
- le poids $\vec{P}_B = m_B \vec{g}$ de la masse suspendue en B.
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) appliquée au point O (figure ci-dessous).



Calculons la somme algébrique des moments des forces extérieures agissant sur la tige dans cette nouvelle position.

En choisissant le sens trigonométrique (voir figure ci-dessus) comme le sens positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{P}_A) + M_{\Delta}(\vec{P}_B) + M_{\Delta}(\vec{R}) = P_A \cdot d - P_B \cdot d' + 0$$

avec

$$d = OA \cos \alpha \text{ et}$$

$$d' = OB \cos \alpha.$$

La somme algébrique des moments devient :

$$P_A OA \cos \alpha - P_B OB \cos \alpha = (P_A OA - P_B OB) \cos \alpha.$$

Or

$$P_A OA - P_B OB = 0.$$

(voir question 9.1.)

Donc :

$$(P_A OA - P_B OB) \cos \alpha = 0.$$

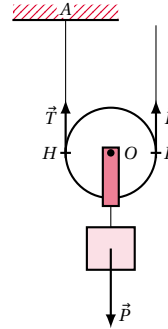
Le théorème des moments ainsi vérifié, nous concluons que dans cette nouvelle position la tige reste encore en équilibre.

Solution 10. (p. 31)

10.1. Etude de la poulie mobile

La poulie mobile est un système susceptible de tourner autour d'un axe (Δ) horizontale, perpendiculaire au plan de la figure et passant par O, centre de la poulie.

Etudions l'équilibre de la poulie



- Système étudié : la poulie mobile
- Bilan des forces extérieures agissant sur la poulie :
 - la force $\vec{F}$ appliquée à un point K, de droite d'action tangente à la circonférence de la poulie en K.
 - la tension $\vec{T}$ du brin de fil HA appliquée à au point H.
 - l'action $\vec{R}$ du corps C.

La poulie étant en équilibre, nous avons :

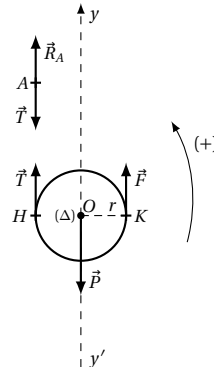
$$\begin{cases} M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{T}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = \vec{0}; & (S4.1) \\ \vec{F} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}. & (S4.2) \end{cases}$$

En choisissant le sens trigonométrique (voir figure) comme le sens positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = OK \cdot F;$$

$$M_{\Delta}(\vec{T}) = -OH \cdot T;$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0.$$



En posant $OK = OH = r$ (rayon de la poulie) on a : $Fr - Tr = 0$ d'où $F = T$

Pour calculer F en fonction de R, projetons la condition d'équilibre S4.2 sur un axe y' orienté vers le haut (voir figure ci-dessus). Nous obtenons : $F + T - R = 0$ puisque

$$F = T \Rightarrow 2F - R = 0 \Rightarrow F = \frac{R}{2}.$$

4.7. Solutions des exercices et problèmes

Or $\vec{R}$ résulte du poids $\vec{P}$ du corps (C). Donc $R = P = mg$ A.N.

$$\begin{aligned} m &= 100 \text{ kg;} \\ g &= 9,8 \text{ N kg}^{-1}; \\ F &= \frac{100 \cdot 9,8}{2} = 490 \text{ N.} \end{aligned}$$

Détermination de la réaction du crochet en A

Condition d'équilibre au point A

$$\vec{R}_A + \vec{T}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A = -\vec{T}'.$$

La masse du fil étant négligeable, la tension est la même en tous ses points.

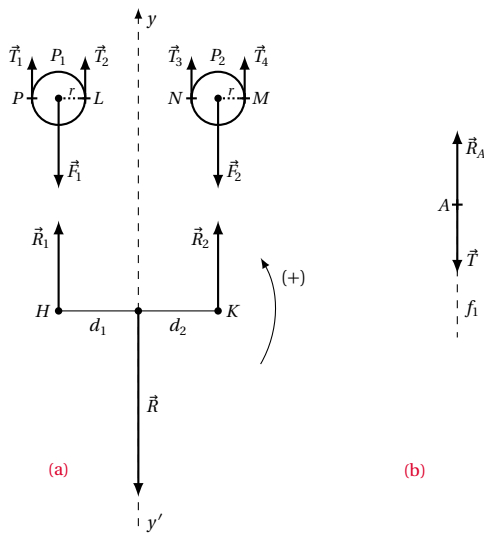
Par conséquent, $T' = T$

$$R_A = T = \frac{P}{2} = 490 \text{ N.}$$

10.2. Etude du palan

Déterminons les tensions de chaque brin de fil

Système étudié : le crochet liant les deux poulies mobiles représenté par la barre HK (figure a).



Il est soumis à :

- à l'action $\vec{R}$ du corps C résultant de son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ dont la droite d'action passe par le milieu de la barre HK.
- à l'action $\vec{R}_1$ de la chape de la poulie mobile P_1 dont la droite d'action est à une distance d_1 du milieu de la barre HK
- à l'action $\vec{R}_2$ de la chape de la poulie mobile P_2 dont la droite d'action est à une distance d_2 du milieu de la barre HK

En admettant que ce crochet, susceptible de tourner autour d'un axe (Δ) passant par son milieu et perpendiculaire au plan de la figure est en équilibre, nous avons :

$$\begin{cases} M_{\Delta}(\vec{R}_1) + M_{\Delta}(\vec{R}_2) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0; & (S4.3) \\ \vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{P} = \vec{0}. & (S4.4) \end{cases}$$

En choisissant le sens trigonométrique (voir figure a) comme le sens positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{R}_1) = -d_1 R_1;$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}_2) = d_2 R_2;$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0.$$

En remarquant que $d_1 = d_2 = d$, on a :

$$R_1 d - R_2 d = 0 \Rightarrow R_1 = R_2.$$

Pour calculer $R_1 = R_2$ projetons la condition d'équilibre S4.3 sur un axe $y'y$ orienté vers le haut (voir figure a). Nous obtenons : $R_1 + R_2 - R = 0$ ou encore

$$2R_1 - R = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{R}{2}.$$

Or $R = P = mg$ donc

$$R_1 = R_2 = \frac{mg}{2}.$$

Deuxième système étudié : la poulie P_1 Bilan des forces agissant sur P_1 .

■ Action $\vec{F}_1$ du crochet avec $\vec{F}_1 = -\vec{R}_1$ (principe de l'action et de la réaction).

■ la tension $\vec{T}_1$ du brin de fil f_1

■ la tension $\vec{T}_2$ du brin de fil f_2

Cette poulie étant en équilibre on a :

$$\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{F}_1 = \vec{0}$$

projetons cette relation vectorielle sur un axe $y'y$ orienté vers le haut. Nous obtenons :

$$T_1 + T_2 - F_1 = 0 \text{ avec}$$

$$T_1 = T_2.$$

(car la tension est la même le long du fil) et

$$F_1 = R_1 = \frac{mg}{2}.$$

(voir ci-dessus)

Donc :

$$2T_1 = F_1 = \frac{mg}{2}$$

$$\Rightarrow T_1 = T_2 = \frac{F_1}{2} = \frac{mg}{4} = 245 \text{ N.}$$

Un raisonnement analogue sur la poulie P_2 conduit à :

$$T_3 = T_4 = \frac{P}{4} = 245 \text{ N.}$$

Détermination de l'intensité F'

$$F' = T_4 = \frac{mg}{4} = \frac{100 \cdot 9,8}{4} = 245 \text{ N.}$$

Détermination de la réaction du crochet en A (figure b)

D'après le principe de l'action et de la réaction, nous avons au point A, l'équation vectorielle suivante :

$$\vec{R}_A + \vec{T}'_1 = \vec{0} \Rightarrow \vec{R}_A = -\vec{T}'_1$$

La masse du fil étant négligeable, la tension est la même en tous ses points.

Par conséquent,

$$R_A = T' = T_1 = \frac{mg}{4} = \frac{100 \cdot 9,8}{4} = 245 \text{ N.}$$

10.3. Généralisation

Pour un palan à n poulies fixes et n poulies mobiles la tension de chaque brin de fil est :

$$T = \frac{P}{2n} = \frac{mg}{2n}.$$

Donc l'intensité de la force à exercer pour maintenir le système en équilibre est :

$$F = T = \frac{P}{2n} = \frac{mg}{2n}.$$

Intérêt d'une telle combinaison de poulies

Pour soulever à l'aide de ce dispositif une charge de poids P , on exerce une force d'intensité F telle que :

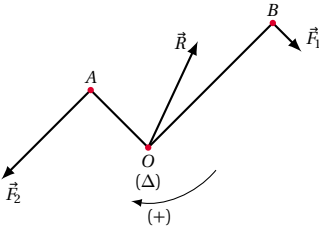
$$F = \frac{P}{2n} = \frac{mg}{2n}.$$

Solution 11. (p. 32)

11.1. Calcul de l'intensité F_2 de la force avec laquelle le clou est arraché

Système étudié : le pied de biche.

Les forces qui agissent sur le pied de biche sont (figure ci-dessous)



- la force $\vec{F}_1$ appliquée en B ;
- la force $\vec{F}_2$ appliquée en A ;
- la réaction $\vec{R}$ appliquée en O.

À l'équilibre on a :

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) + M_{\Delta}(\vec{F}_2) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0.$$

En choisissant le sens des aiguilles d'une montre (voir figure) comme le sens positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0;$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_1) = F_1 OB;$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_2) = -F_2 OA;$$

$$F_1 \cdot OB - F_2 \cdot OA = 0$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{OB}{OA} F_1 = \frac{30}{3} 150 = 1500 \text{ N}.$$

11.2. Relation entre les différentes forces appliquées au levier

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{R} = \vec{0}.$$

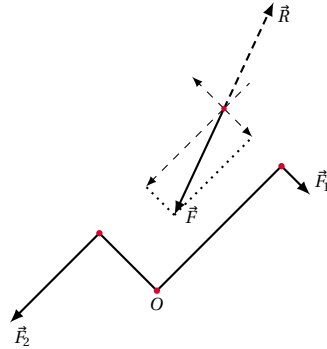
Déduction de la réaction de la planche au point O

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{R} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$$

posons $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Les caractéristiques de la somme $\vec{F}$ sont données par la diagonale du parallélogramme construit à partir des vecteurs forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (figure ci-dessous).

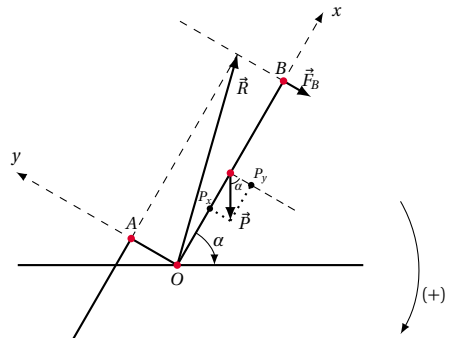


$\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ étant perpendiculaires, ce parallélogramme est un rectangle. Dans ces conditions, $\vec{F}$ a pour intensité :

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{150^2 + 1500^2} = 1507 \text{ N}.$$

La réaction $\vec{R}$ a même intensité et même droite d'action que $\vec{F}$ mais de sens opposé.

11.3. Calcul de la force F_A



En tenant compte du poids du levier, la condition d'équilibre s'écrit :

$$M_{\Delta}(\vec{F}_A) + M_{\Delta}(\vec{F}_B) + M_{\Delta}(\vec{R}) + M_{\Delta}(\vec{P}) = 0$$

En choisissant le sens des aiguilles d'une montre comme le sens positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0;$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_A) = -F_A OA;$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}_B) = +F_B OB;$$

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = P \frac{OB}{2} \cos \alpha;$$

$$F_B OB + P \frac{OB}{2} \cos(\alpha) - F_A OA = 0$$

4.7. Solutions des exercices et problèmes

$$\Rightarrow F_A = \frac{OB}{OA} \left(\frac{P \cos(\alpha)}{2} + F_B \right).$$

A.N.

$$F_A = \frac{30}{3} \left(\frac{5 \cos 60^\circ}{2} + 150 \right) = 1512,5 \text{ N}.$$

Soit à comparer F_A et F_2

On constate que :

$$F_A = 1512,5 \text{ N} > F_2 = 1500 \text{ N}.$$

Calcul de l'erreur relative

$$\frac{F_A - F_2}{F_A} = \frac{1512,5 - 1500}{1512,5} = 8,26 \times 10^{-3} = 0,8\%.$$

$\Delta F_A / F_A$ est assez petite pour qu'on puisse négliger le poids du levier devant les forces $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$

11.4. Relation qui existe entre les différentes forces appliquées au levier à l'équilibre

$$\vec{R} + \vec{P} + \vec{F}_A + \vec{F}_B = \vec{0}.$$

En projetant cette relation sur les axes Ox et Oy on a :Suivant Ox :

$$R_x - P \sin \alpha - F_A = 0;$$

$$R_x = F_A + P \sin \alpha.$$

Suivant Oy :

$$R_y - P \cos \alpha - F_B = 0;$$

$$R_y = F_B + P \cos \alpha.$$

A.N.

$$R_x = 1512,5 + 5 \sin 60^\circ = 1516,8 \text{ N};$$

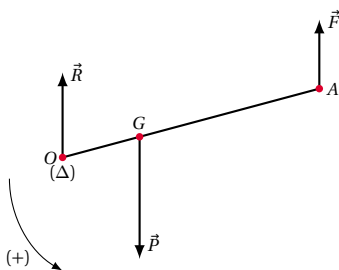
$$R_y = 150 + 5 \cos 60^\circ = 152,5 \text{ N}.$$

Solution 12. (p. 32)**12.1.** Calcul de F

Système étudié : la brouette chargée.

Inventaire des forces extérieures agissant sur le système :

- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ appliqué en G , centre de gravité de la brouette chargée.
- la force motrice $\vec{F}$ appliquée en A .
- la réaction $\vec{R}$ du sol appliquée au point O



Le système est mobile autour d'un axe (Δ) un axe qui passe par O et est perpendiculaire au plan de la figure. A l'équilibre, on a :

$$\begin{cases} M_{\Delta}(\vec{P}) + M_{\Delta}(\vec{F}) + M_{\Delta}(\vec{R}) = 0; \\ \vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}. \end{cases} \quad \begin{matrix} (S4.1) \\ (S4.2) \end{matrix}$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{P}) = -mg OG;$$

$$M_{\Delta}(\vec{F}) = F \cdot OA;$$

$$M_{\Delta}(\vec{R}) = 0.$$

L'équation S4.1 devient :

$$F \cdot OA - mg OG = 0 \Rightarrow F = \frac{OG}{OA} mg$$

A.N.

$$OA = d_1 + d_2 = 0,8 + 1,4 = 2,2 \text{ m};$$

$$OG = d_1 = 0,8 \text{ m};$$

$$m = 150 \text{ kg};$$

$$g = 9,8 \text{ N kg}^{-1}.$$

$$F = \frac{0,8}{2,2} \cdot 150 \cdot 9,8 = 534,5 \text{ N}.$$

12.2. Valeur commune de F_1 et F_2

$$F = F_1 + F_2 \text{ Or}$$

$$F_1 = F_2$$

donc :

$$F = 2F_1 = 2F_2;$$

$$F_1 = F_2 = \frac{F}{2} = \frac{534,5}{2} = 267,25 \text{ N}.$$

12.3. Détermination de $\vec{R}$

La réaction est donnée par la relation vectorielle S4.2 ci-dessus projetée sur un axe vertical orienté vers le haut :

$$R - P + F = 0$$

$$\Rightarrow R = P - F = 150 \cdot 9,8 - 534,5 = 935,5 \text{ N}.$$

Solution 13. (p. 33)**13.1.** Détermination du point C .

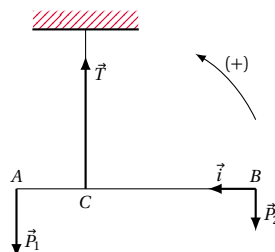
Système étudié : la tige munie des boules.

Inventaire des forces qui agissent sur la tige :

- le poids $\vec{P}_1 = m_1\vec{g}$ appliqué en A .
- le poids $\vec{P}_2 = m_2\vec{g}$ appliqué en B .
- la tension $\vec{T}$ appliquée en C .

Soit (Δ) un axe qui passe par C . Le système est mobile autour de cet axe. A l'équilibre, on a :

$$M_{\Delta}(\vec{P}_1) + M_{\Delta}(\vec{P}_2) + M_{\Delta}(\vec{T}) = 0. \quad (S4.1)$$



En choisissant le sens trigonométrique comme le sens

positif de rotation, nous avons alors :

$$M_{\Delta}(\vec{P}_1) = m_1 g C A;$$

$$M_{\Delta}(\vec{P}_2) = -m_2 g C B;$$

$$M_{\Delta}(\vec{T}) = 0.$$

L'équation S4.1 devient : $m_1 g C A - m_2 g C B = 0$. Avec $CA = AB - CB$

$$\begin{aligned} m_1 g (AB - CB) - m_2 g C B &= 0 \\ \Rightarrow -C B g (m_1 + m_2) &= -m_1 g A B; \\ C B &= \frac{A B m_1}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

A.N.

$$AB = 0,3 \text{ m};$$

$$m_1 = 200 \text{ g} = 0,2 \text{ kg};$$

$$m_2 = 4100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg};$$

$$CB = \frac{0,3 \cdot 0,2}{0,2 + 0,1} = 0,2 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$$

13.2. Détermination du barycentre G de la tige munie des boules

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \vec{OA} + m_2 \vec{OB}}{m_1 + m_2}.$$

Choisissons un repère $(B, \vec{i})$ et projetons y la relation barycentrique ci-dessus. On obtient :

$$BG = \frac{m_1 BA + m_2 BB}{m_1 + m_2} \Rightarrow BG = \frac{m_1 BA}{m_1 + m_2}.$$

Nous constatons que l'expression de GB est la même que celle de CB .

Donc $GB = CB$, nous concluons que les points G et C sont confondus.

13.3. Pour déterminer le centre de gravité d'un solide composite, il suffit de déterminer le point d'application de la résultante des poids des différentes parties du solide en utilisant le théorème des moments.

Solution 14. (p. 33)

Déterminons dans les différents cas les caractéristiques des forces exercées par les couteaux (C_1) et (C_2) .

Premier cas $a = 10 \text{ cm}$

Le système étudié : la tige AB .

Inventaire des forces agissant sur la tige AB .

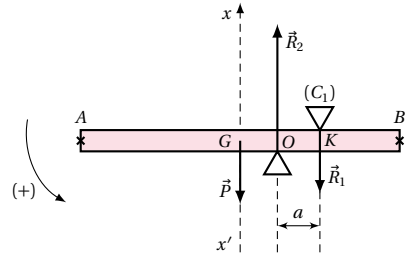
■ le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ appliqué en G , milieu de AB (nous admettons que la tige est homogène).

■ la réaction $\vec{R}_1$ du couteau (C_1) appliqué en K .

■ la réaction $\vec{R}_2$ du couteau (C_2) appliqué en O .

Pour déterminer $\vec{R}_1$ considérons que la tige, susceptible de tourner autour d'un axe passant par O , est en équilibre, alors :

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{R}_1) + M_O(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.1})$$



En choisissant le sens trigonométrique (voir figure) comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_O(\vec{P}) = mgGO = mg(GK - a) = mg\left(\frac{l}{4} - a\right);$$

$$M_O(\vec{R}_1) = -R_1 KO = -R_1 a;$$

$$M_O(\vec{R}_2) = 0 \text{ car } \vec{R}_2 \text{ passe par } O.$$

L'équation S4.1 devient :

$$mg\left(\frac{l}{4} - a\right) - R_1 a = 0 \Rightarrow R_1 = \frac{mgl - 4mga}{4a}$$

A.N.

$$m = 1 \text{ kg};$$

$$g = 9,8 \text{ N kg}^{-1};$$

$$l = 0,8 \text{ m};$$

$$a = 0,1 \text{ m};$$

$$R_1 = \frac{1 \cdot 9,8 \cdot 0,8 - 4 \cdot 1 \cdot 9,8 \cdot 0,1}{4 \cdot 0,1} = 9,8 \text{ N}.$$

Pour déterminer $\vec{R}_2$, considérons que la tige AB susceptible de tourner autour d'un axe passant par K est en équilibre. Alors, nous aurons :

$$M_K(\vec{P}) + M_K(\vec{R}_1) + M_K(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.2})$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_K(\vec{P}) = mgGK = \frac{mgl}{4};$$

$$M_K(\vec{R}_2) = -R_2 OK = -R_2 a;$$

$$M_K(\vec{R}_1) = 0 \text{ car } \vec{R}_1 \text{ passe par } K.$$

L'équation S4.2 devient :

$$\begin{aligned} \frac{mgl}{4} - R_2 a &= 0 \\ \Rightarrow R_2 &= \frac{mgl}{4a} = \frac{1 \cdot 9,8 \cdot 0,8}{4 \cdot 0,1} = 19,6 \text{ N}. \end{aligned}$$

Vérifions que l'autre condition d'équilibre est satisfaite, à savoir :

$$\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0}.$$

Projetons cette relation vectorielle sur un axe vertical orienté vers le haut.

$$-P - R_1 + R_2 = 0?$$

$$-9,8 - 9,8 + 19,6 = 0.$$

Cette condition étant satisfaite, nous concluons que la tige est en équilibre et que $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$ ont les caractéristiques suivantes :

4.7. Solutions des exercices et problèmes

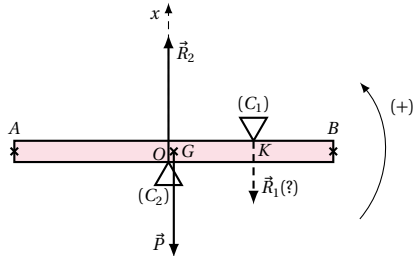
- leurs droites d'action sont verticales et parallèle l'une de l'autre.
- $\vec{R}_1$ est appliquée en K , orientée vers le bas et d'intensité $R_1 = 9,8 \text{ N}$.
- $\vec{R}_2$ est appliquée en O , orientée vers le haut et d'intensité $R_2 = 19,6 \text{ N}$.

Deuxième cas : $a = 20 \text{ cm}$

Dans ce cas, les points G et O sont confondus.

Le système étudié est le même que précédemment.

Le bilan des forces est encore le même que ci-dessus.



En considérant la rotation de la tige autour d'un axe passant par K , et l'état d'équilibre de la tige, nous avons :

$$M_K(\vec{P}) + M_K(\vec{R}_1) + M_K(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.3})$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_K(\vec{P}) = mg GK = mga;$$

$$M_K(\vec{R}_2) = -R_2 OK = -R_2 a;$$

$$M_K(\vec{R}_1) = 0 \text{ car } \vec{R}_1 \text{ passe par } K.$$

L'équation S4.3 devient :

$$mga - R_2 a = 0;$$

$$R_2 = mg = 1 \cdot 9,8 = 9,8 \text{ N}.$$

Pour déterminer $\vec{R}_1$, considérons que la tige AB susceptible de tourner autour d'un axe passant par O est en équilibre. Alors, nous aurons :

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{R}_1) + M_O(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.4})$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_O(\vec{P}) = M_O(\vec{R}_2) = 0 \text{ car } \vec{P} \text{ et } \vec{R}_2 \text{ passent par } O;$$

$$M_O(\vec{R}_1) = -R_1 KO = -R_1 a.$$

L'équation S4.4 devient :

$$-R_1 a = 0 \text{ avec } a \neq 0 \Rightarrow R_1 = 0.$$

Vérifions que l'autre condition d'équilibre est satisfaite, à savoir :

$$\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0}.$$

Projetons cette relation vectorielle sur un axe vertical orienté vers le haut.

$$-P - 0 + R_2 = 0? \Rightarrow -9,8 + 9,8 = 0.$$

Cette condition étant satisfaite, nous concluons que la tige est en équilibre et que $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$ ont les caractéristiques suivantes :

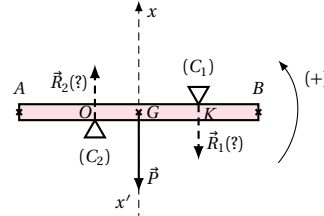
- la réaction $\vec{R}_1$ est nulle. le couteau (C_1) n'exerce aucune action sur la tige AB .

- $\vec{R}_2$ est appliquée en O , de droite d'action verticale, orientée vers le haut et d'intensité $R_2 = 9,8 \text{ N}$.

Troisième cas : $a = 30 \text{ cm}$

- Le système étudié est toujours la tige AB .

- le bilan des forces extérieures agissant sur la tige est le même que précédemment.



- En considérant la rotation de la tige AB autour d'un axe passant par O , calculons la somme algébrique des moments des forces extérieures :

$$\sum M_O =$$

$$M_O(\vec{P}) + M_O(\vec{R}_1) + M_O(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.5})$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_O(\vec{P}) = -P \cdot GO = -P \left(a - \frac{l}{4} \right);$$

$$M_O(\vec{R}_1) = -R_1 KO = -R_1 a;$$

$$M_O(\vec{R}_2) = 0 \text{ car } \vec{R}_2 \text{ passe par } O.$$

L'équation S4.5 devient :

$$\sum M_O = -P \left(a - \frac{l}{4} \right) - R_1 a.$$

Or ici,

$$\begin{aligned} a &> \frac{l}{4} \\ \Rightarrow a - \frac{l}{4} &\text{ et } -P \left(a - \frac{l}{4} \right) - R_1 a \neq 0 \\ \Rightarrow \sum M_O &\neq 0. \end{aligned}$$

En considérant la rotation de la tige autour d'un axe passant par O , la tige n'est pas en équilibre.

- Considérons maintenant la rotation de la tige AB autour d'un axe passant par K , puis calculons la somme algébrique des moments des forces extérieures :

$$\sum M_K =$$

$$M_K(\vec{P}) + M_K(\vec{R}_1) + M_K(\vec{R}_2) = 0. \quad (\text{S4.6})$$

En choisissant le sens trigonométrique comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_K(\vec{P}) = mg GK = \frac{mgl}{4};$$

$$M_K(\vec{R}_2) = -R_2 OK = -R_2 a;$$

$$M_K(\vec{R}_1) = 0 \text{ car } \vec{R}_1 \text{ passe par } K.$$

L'équation S4.6 devient :

$$\sum M_K = \frac{mgl}{4} - R_2 a.$$

Si la tige est en équilibre,

$$\sum M_K = 0$$

soit :

$$\begin{aligned} \frac{mgl}{4} - R_2 a &= 0 \\ \Rightarrow R_2 &= \frac{mgl}{4} a = 1 \cdot 9,8 \frac{0,8}{4} = 6,5 \text{ N.} \end{aligned}$$

Calculons R_1 en utilisant l'autre condition d'équilibre.

$$\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 = \vec{0}.$$

Par projection de cette relation vectorielle sur un axe vertical orienté vers le haut, on a :

$$P_x + R_{1x} + R_{2x} = 0.$$

Avec

$$\begin{aligned} P_x &= -P \text{ et} \\ R_{2x} &= +R_2 - P + R_{1x} + R_2 = 0; \\ R_{1x} &= P - R_2 = 1 \cdot 9,8 - 6,5 = 3,3 \text{ N.} \end{aligned}$$

La projection de $\vec{R}_1$ sur cet axe x' est positif, ce qui est contraire à ce que prévoit le dispositif expérimental.

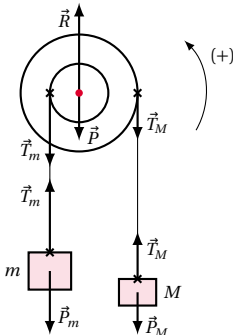
Donc, dans les conditions du dispositif ($a = 30 \text{ cm}$), la tige AB ne peut être en équilibre.

Solution 15. (p. 33)

15.1. Relation entre m et M

Système étudié : la poulie à deux gorges. Inventaire des forces agissant sur le système :

- la tension $\vec{T}'_m$ appliquée sur la circonférence de la petite roue.
- la tension $\vec{T}'_M$ appliquée sur la circonférence de la grande roue.
- le poids $\vec{P}$ appliqué au centre O de la poulie.
- la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ) . (Voir figure)



Le système, susceptible de tourner autour de l'axe (Δ) , étant en équilibre, on a :

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}'_m) + M_\Delta(\vec{T}'_M) + M_\Delta(\vec{R}) = 0. \quad (\text{S4.1})$$

Avec

$$\begin{aligned} \vec{T}'_m &= m\vec{g} \text{ et} \\ \vec{T}'_M &= M\vec{g} \end{aligned}$$

car la tension du fil est égale au poids du corps suspendu. En choisissant le sens trigonométrique (voir figure) comme le sens positif, de rotation, nous avons alors :

$$M_\Delta(\vec{T}'_m) = mgr;$$

$$M_\Delta(\vec{T}'_M) = -MgR;$$

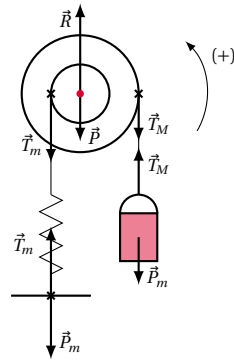
$$M_\Delta(\vec{R}) = M_\Delta(\vec{P}) = 0 \text{ car } \vec{P} \text{ et } \vec{R} \text{ passent par } (\Delta).$$

L'équation S4.1 devient :

$$mgr - MgR = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{m}{M} &= \frac{R}{r} = \frac{40}{20} = 2 \Rightarrow \\ m &= 2M. \end{aligned}$$

15.2. Le dispositif expérimental étant modifié, nous avons le même bilan des forces agissant sur la poulie à deux gorges (système étudié).



La condition d'équilibre étant la même, la tension $T_{m'}$ du ressort (R) et le poids P de l'eau sont tels que :

$$T'_m r = MgR$$

$$T'_m = Kx \text{ et}$$

$$M = \rho Sh.$$

Donc : $Kxr = \rho ShgR$.

A.N.

$$r = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m};$$

$$R = 40 \text{ cm} = 0,4 \text{ m};$$

$$K = 40 \text{ N m}^{-1};$$

$$S = 20 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$g = 10 \text{ N kg}^{-1};$$

$$\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}. h \text{ et } x \text{ en mètres.}$$

$$40x \cdot 0,2 = 1000 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot h \cdot 10 \cdot 0,4 \Rightarrow$$

$$8x = 8h \Rightarrow$$

$$x = h.$$

Solution 16. (p. 33)

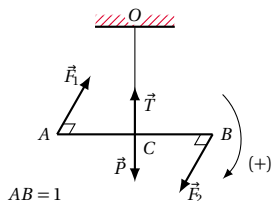
16.1. Calcul de l'angle de torsion α du fil

Système étudié : le barreau AB . Inventaire des forces extérieures agissant sur le barreau :

- le poids $\vec{P}$ du barreau appliqué en C
- la tension $\vec{T}$ du fil, appliquée en C

4.7. Solutions des exercices et problèmes

- le couple de forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ appliquées respectivement en A et en B, d'intensité commune 1 N.



La condition d'équilibre du barreau est donnée par le théorème des moments :

$$M_{\text{couple}}(\vec{F}_1 \text{ et } \vec{F}_2) + M_C(\vec{T}) + M_C(\vec{P}) + M_{\text{torsion}} = 0.$$

En choisissant le sens du mouvement des aiguilles d'une horloge comme le sens positif de rotation, on a : $M_{\text{couple}} = Fl$.

$$M_C(\vec{P}) = M_C(\vec{T}) = 0$$

car $\vec{P}$ et $\vec{T}$ passent par C.

$M_{\text{torsion}} = -C\alpha$ (le couple de torsion s'oppose à l'action des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$). L'équation devient :

$$Fl - C\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{Fl}{C} = \frac{1 \cdot 0,2}{0,19} = 1,052 \text{ rad.}$$

Exprimons α en degré

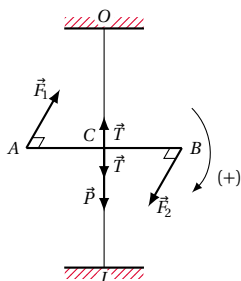
$$\pi (= 3,14) \text{ rad} \Rightarrow 180^\circ;$$

$$1,052 \text{ rad} \Rightarrow x^\circ;$$

$$\alpha \text{ (degré)} = x^\circ = \frac{1,052 \cdot 180}{3,14} = 60,3^\circ.$$

16.2. Le montage ayant été modifié, calculons le moment du couple à exercer aux extrémités de AB pour obtenir la même torsion d'angle α :

Le système étudié est toujours le barreau AB.



Inventaire des forces extérieures agissant sur le système :

- le poids $\vec{P}$ du barreau appliqué en C
- la tension $\vec{T}$ du fil OC, appliquée en C
- la tension $\vec{T}'$ du fil IC, appliquée en C
- le couple de forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ appliquées respectivement en A et B.
- le couple de torsion exercé par le fil OC de moment M_t
- le couple de torsion exercé par le fil IC de moment M'_t .

La condition d'équilibre du barreau est donnée par le théorème des moments :

$$M_{\text{couple}} + M_C(\vec{T}) + M_C(\vec{P}) + M'_t + M_t = 0. \quad (\text{S4.1})$$

En choisissant le sens du mouvement des aiguilles d'une horloge comme le sens positif de rotation, on a : $M_{\text{couple}} = Fl$

$$M_C(\vec{P}) = M_C(\vec{T}) = M_C(\vec{T}') = 0$$

car $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{T}'$ passent par C

$$M_t = -C_1 \alpha \text{ et}$$

$$M'_t = -C_2 \alpha.$$

L'équation S4.1 devient :

$$M_{\text{couple}} - C_1 \alpha - C_2 \alpha = 0 \Rightarrow$$

$$M_{\text{couple}} = \alpha(C_1 + C_2). \quad (\text{S4.2})$$

Les fils CO et CI ayant les mêmes caractéristiques (longueur et diamètre)

$$C_1 = C_2 = C' \Rightarrow C_1 + C_2 = 2C'$$

De plus, la constante de torsion d'un fil de diamètre donné étant inversement proportionnel à sa longueur,

$$\begin{cases} C \Rightarrow \frac{1}{l}; \\ C' \Rightarrow \frac{1}{l'} \end{cases} \Rightarrow C \frac{1}{l} = C' \frac{1}{l'} \Rightarrow C' = \frac{Cl}{l'}.$$

L'équation S4.2 devient :

$$M_{\text{couple}} = \alpha(C_1 + C_2) = \alpha \cdot 2C' = \alpha \cdot 2 \cdot 2 \cdot C = 4C\alpha;$$

$$M_{\text{couple}} = 4 \cdot 0,19 \cdot 1,052 = 0,8 \text{ N m}^{-1}.$$

Désignons par F , l'intensité commune des forces horizontales et perpendiculaires qui s'exercent aux extrémités du barreau. Le moment du couple qui sollicite le barreau est donné par :

$$M = Fd \quad (\text{S4.3})$$

avec $d = AB = 20 \text{ cm}$.

Or puisque le fil subit une torsion, on a :

$$M = C\alpha. \quad (\text{S4.4})$$

De S4.3 et S4.4 on tire :

$$\alpha = \frac{Fd}{C} = \frac{1 \cdot 0,2}{0,19} = 1,05 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow \alpha = 60,19^\circ$$

16.3. Calcul de M' , moment du couple dans le dispositif 2

$M = C'\alpha$ où C' est donnée par :

$$C = \frac{K}{l} \Rightarrow K = Cl;$$

$$C' = \frac{K}{l'} \Rightarrow K = C'l' \Rightarrow Cl = C'l'$$

$$\Rightarrow C' = \frac{Cl}{l'} = \frac{Cl}{l/2} = 2C.$$

D'où :

$$M = 2C\alpha = 2 \cdot 0,19 \cdot 1,05 = 0,4 \text{ N m}^{-1}.$$

Quantité de mouvement

5.1	Définition du vecteur quantité de mouvement	50
5.1.1	Vecteur quantité de mouvement d'un solide	50
5.1.2	Vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique formé par deux solides	50
5.2	Conservation du vecteur quantité de mouvement	50
5.2.1	Système isolé — système pseudo-isolé	50
5.2.2	Principe de la conservation du vecteur quantité de mouvement	50
5.3	Enoncés des exercices et problèmes	52
5.4	Solutions des exercices et problèmes	53

5.1 Définition du vecteur quantité de mouvement

5.1.1 Vecteur quantité de mouvement d'un solide

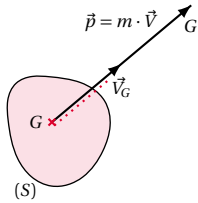


Figure 5.1

Considérons un solide S (de masse m) en mouvement. A un instant t , le vecteur-vitesse du centre d'inertie G du solide étant $\vec{V}_G$, on définit le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ du solide S par la relation vectorielle,

$$\vec{p} = m \vec{V}_G.$$

Les caractéristiques du vecteur $\vec{p}$ sont :

- Origine : le centre d'inertie G
- Direction et sens : ceux du vecteur $\vec{V}_G$
- Module : le produit $m V_G$

Unité de p : $P = mV$ avec m en kg, V en ms^{-1} et p en kgms^{-1} .

5.1.2 Vecteur quantité de mouvement d'un système mécanique formé par deux solides

Rappel 5.1.

On appelle système en mécanique, l'ensemble (constitué d'un ou plusieurs corps) sur lequel porte l'étude. Tout ce qui n'appartient pas au système constitue le milieu extérieur.

Considérons un système formé par deux solides S_1 et S_2 .

Si $\vec{p}_1$ est le vecteur quantité de mouvement de S_1 et $\vec{p}_2$ le vecteur quantité de mouvement de S_2 au même instant, le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ du système à cet instant est :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

Le vecteur quantité de mouvement du système ($S_1 + S_2$) s'obtient en faisant une somme vectorielle.

5.2 Conservation du vecteur quantité de mouvement

5.2.1 Système isolé — système pseudo-isolé

Un système est isolé lorsqu'il n'est soumis à aucune action extérieure. Un tel système n'existe pas dans la pratique car, quelque soit le système objet-Terre choisi, on ne peut négliger l'attraction des autres planètes.

Cependant, certains systèmes sont soumis à des forces extérieures dont la somme vectorielle est nulle. De tels systèmes se comportent comme s'ils n'étaient soumis à aucune action extérieure; on dit que ces systèmes sont pseudo-isolés ou libres.

Exemple.

Tout objet en mouvement sur une table (ou banc) à coussin d'air appelé aérotable (aérobanc) ou table soufflante (banc soufflant).

Ici le poids $\vec{P}$ de l'objet est compensé par la réaction de la surface. (Les frottements étant presque supprimés par la couche d'air.

5.2.2 Principe de la conservation du vecteur quantité de mouvement

Le vecteur quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un système mécanique isolé ou pseudo-isolé, déformable ou non, reste constant au cours de son évolution.

On dit qu'il y a conservation du vecteur quantité de mouvement du système pseudo-isolé.

Etude générale

Choc entre les deux solides S_1 et S_2 qui forment le système.

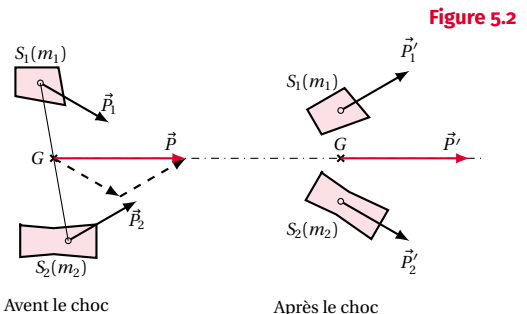


Figure 5.2

5.2. Conservation du vecteur quantité de mouvement

Nous proposons par simple commodité une analyse des états de quantité de mouvement sous forme de tableau.

	Avant le choc	Après le choc
$S_1(m_1)$	$\vec{V}_1 : \vec{p}_1 = m_1 \vec{V}_1$	$\vec{V}'_1 : \vec{p}'_1 = m_1 \vec{V}'_1$
$S_2(m_2)$	$\vec{V}_2 : \vec{p}_2 = m_2 \vec{V}_2$	$\vec{V}'_2 : \vec{p}'_2 = m_2 \vec{V}'_2$
$S_1 + S_2$	$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ $\vec{p} = m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$	$\vec{p}' = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$ $\vec{p}' = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$

Si S_1 et S_2 forment un système pseudo-isolé, il y a conservation de la quantité de mouvement au cours du choc.

Donc :

$$\vec{p} = \vec{p}' \Rightarrow$$
$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2.$$

Cette relation vectorielle est exploitée en projetant sur un axe.

Exemple: Choc avec accrochage

Sur un banc à coussin d'air, un solide S_1 de masse m_1 lancé à la vitesse $\vec{V}_1$ (projectile) heurte un solide S_2 , de masse m_2 (cible) initialement au repos. Après le choc, les solides S_1 et S_2 restent accrochés l'un à l'autre. Déterminons la vitesse de l'ensemble après le choc.

Solution. Le système étudié est $\{S_1, S_2\}$ de masse $m_1 + m_2$. Avant le choc la quantité du mouvement du système est :

$$\vec{p} = m_1 \vec{V}_1 + \vec{0}.$$

Après le choc la quantité du mouvement du système est :

$$\vec{p}' = (m_1 + m_2) \vec{V}'.$$

Le système étant pseudo-isolé,

$$\vec{p} = \vec{p}' \Rightarrow m_1 \vec{V}_1 = (m_1 + m_2) \vec{V}'.$$

Sur l'aérobanc, les vecteur-vitesse sont portés par l'axe $x'x$ donc :

$$V' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_1.$$

Exemple: Eclatement d'un système pseudo-isolé initialement immobile

Soit le système S de masse m qui explose et se sépare en deux fragments S_1 (masse m_1) et S_2 (masse m_2). Analysons les états du quantité de mouvement avant et après l'éclatement.

Figure 5.3

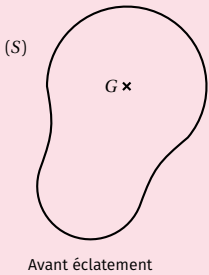
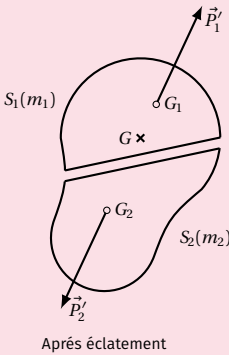


Figure 5.4



Avant l'éclatement

$S_1(m_1)$	n'existe pas
$S_2(m_2)$	n'existe pas
$S(m)$	$\vec{V} = \vec{0} : \vec{p} = m \vec{V} = \vec{0}$

Après l'éclatement

$S_1(m_1)$	$\vec{V}'_1 : \vec{p}'_1 = m_1 \vec{V}'_1$
$S_2(m_2)$	$\vec{V}'_2 : \vec{p}'_2 = m_2 \vec{V}'_2$
$S(m)$	$\vec{p}' = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2$ $\vec{p}' = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2$

Le système étant pseudo-isolé, il y a conservation de la quantité de mouvement au cours de l'éclatement. Donc.

$$\vec{p} = \vec{p}' \Rightarrow$$
$$\vec{0} = m_1 \vec{V}'_1 + m_2 \vec{V}'_2.$$

Remarque.

Cette relation vectorielle nous permettra (en exercices) d'expliquer le recul d'une arme à feu et la propulsion par réaction.

5.3 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Calculer la quantité de mouvement de chacun des mobiles suivants :

- cycliste de masse totale $m = 70 \text{ kg}$ se déplaçant à la vitesse de 30 km h^{-1} ;
- avion de masse 10 tonnes se déplaçant à la vitesse de 800 km h^{-1} ;
- balle de tennis de masse $m = 60 \text{ g}$ se déplaçant à la vitesse de 10 m s^{-1} ;
- proton de masse $m = 1,27 \times 10^{-27} \text{ kg}$ animé d'un mouvement de vitesse $v = 30000 \text{ km s}^{-1}$;
- balle de fusil de masse $m = 5 \text{ g}$ animé d'un mouvement de vitesse $v = 1500 \text{ km s}^{-1}$.

Exercice 2.

Un corps A de masse m lancé à la vitesse $V_A = 10 \text{ m s}^{-1}$ sur un plan horizontal rencontre un corps B , immobile, de même masse et s'y accroche.

- 2.1.** Montrer que le système $(A + B)$ est pseudo-isolé si on néglige les frottements au cours du déplacement.
2.2. Donner les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}$ du système $(A + B)$ après le choc.

Exercice 3.

Un homme de masse $m = 60 \text{ kg}$ debout dans une pirogue de masse $M = 200 \text{ kg}$, saute sur la rive avec une vitesse initiale $v = 5 \text{ m s}^{-1}$.

- 3.1.** La pirogue reste-t-elle immobile ou se déplace-t-elle? Pourquoi?
3.2. Si la pirogue se déplace quelle est la vitesse initiale de ce mouvement? (On supposera que la pirogue est située dans un plan horizontal défini par la rive.)

Exercice 4.

Un pistolet de masse $M = 400 \text{ g}$ lance une balle de masse $m = 8 \text{ g}$ à la vitesse initiale de 350 m s^{-1} .

- 4.1.** Calculer la vitesse de recul du pistolet.
4.2. Avec ce pistolet on tire horizontalement à bout portant sur une brique de terre posée sur une table supposée parfaitement lisse. Calculer la vitesse de l'ensemble (brique + balle) après le tir. (On donne la masse de la brique $m = 5 \text{ kg}$).

Exercice 5.

Moussa et Tamko jouent aux billes dans une cour horizontale que l'on supposera parfaitement lisse. La bille de Moussa lancée à la vitesse $v_1 = 10 \text{ cm s}^{-1}$ rencontre la bille de Tamko immobile. Après le choc la bille de

Moussa rebondit dans une direction qui fait un angle de 60° avec $\vec{v}_1$. La bille de Tamko, quant à elle, se met en mouvement avec une vitesse $\vec{v}_2$, qui fait avec la direction initiale de $\vec{v}_1$ un angle de 30° . Calculer les vitesses v'_1 et v'_2 .

Exercice 6.

Moussa et Tamko lancent deux billes de masse m_1 et m_2 à des vitesses respectives $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sur un sol supposé lisse et horizontal. Les deux billes se heurtent de plein fouet. Après le choc la vitesse $\vec{v}'_1$ de m_1 est telle que

$$\vec{v}'_1 = -\frac{\vec{v}_1}{2}.$$

Donner les caractéristiques des vitesses $\vec{v}'_1$ et $\vec{v}'_2$ des deux billes après le choc.

A.N.

$$m_1 = 20 \text{ g};$$

$$m_2 = 50 \text{ g};$$

$$v_1 = 10 \text{ cm s}^{-1};$$

$$v_2 = 5 \text{ cm s}^{-1}.$$

Exercice 7.

Un enfant chaussé de patins à roulette se déplaçant sur un sol parfaitement lisse et horizontal à la vitesse constante de 4 m s^{-1} reçoit un ballon de masse $m = 800 \text{ g}$ lancé à la vitesse $v = 10 \text{ m s}^{-1}$ dans le sens opposé à son mouvement. L'enfant bloque le ballon.

- 7.1.** Quels sont le sens et la vitesse du mouvement de l'ensemble (enfant + ballon)?
7.2. L'enfant renvoie le ballon devant lui avec une vitesse de 10 m s^{-1} (par rapport au sol). Calculer la nouvelle vitesse de l'enfant. (On donne la masse de l'enfant + patin $m = 50 \text{ kg}$).

5.4 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 52)

Calcul de la quantité de mouvement

$P = mV$ avec m en kg, V en m s^{-1} et P en kg m s^{-1} .

- Cas du cycliste de masse $m = 70 \text{ kg}$ et de vitesse

$$V = 30 \text{ km h}^{-1} = \frac{30000}{3600} = 8,33 \text{ m s}^{-1};$$

$$P = 70 \cdot 8,33 = 583,3 \text{ kg m s}^{-1}.$$

- Cas d'un avion de masse $m = 10 \text{ t} = 10000 \text{ kg}$ et de vitesse

$$V = 800 \text{ km h}^{-1} = 222,22 \text{ m s}^{-1};$$

$$P = 10000 \cdot 222,22 = 2,22 \times 10^6 \text{ kg m s}^{-1}.$$

- Cas d'une balle de tennis de masse $m = 60 \text{ g} = 6 \times 10^{-2} \text{ kg}$ et de vitesse

$$V = 10 \text{ m s}^{-1};$$

$$P = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 0,6 \text{ kg m s}^{-1}.$$

- Cas d'un proton de masse $m = 1,27 \times 10^{-27} \text{ kg}$ et de vitesse

$$V = 30000 \text{ km s}^{-1} = 3 \times 10^7 \text{ m s}^{-1};$$

$$P = 1,27 \cdot 10^{-27} \cdot 3 \cdot 10^7 = 5,01 \times 10^{-20} \text{ kg m s}^{-1}.$$

- Cas d'une balle de fusil de masse $m = 5 \text{ g} = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ et de vitesse

$$V = 1500 \text{ km h}^{-1} = \frac{1500000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 416,67 \text{ m s}^{-1};$$

$$P = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 416,67 = 2,08 \text{ kg m s}^{-1}.$$

Solution 2. (p. 52)

2.1. Montrons que le système $(A + B)$ est pseudo-isolé

En négligeant les frottements, ce système est soumis aux forces suivantes : $\vec{P}_A$, le poids du corps A ; $\vec{P}_B$, le poids du corps B ; $\vec{R}_A$, réaction du plan sur le corps A ; $\vec{R}_B$, réaction du plan sur le corps B.

Ces actions sont telles que :

$$\begin{array}{l} \vec{P}_A + \vec{R}_A = \vec{0} \\ \vec{P}_B + \vec{R}_B = \vec{0} \end{array}$$

$$\vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{R}_A + \vec{R}_B = \vec{0}$$

La somme vectorielle des actions s'exerçant sur le système $(A + B)$ étant nulle, ce système est pseudo-isolé.

2.2. Caractéristiques de la vitesse $\vec{V}$ du système $(A + B)$ après le choc

Avant le choc

corps A ($m, \vec{V}_A$)	$\vec{p}_A = m \vec{V}_A$
corps B ($m, \vec{V}_B = \vec{0}$)	$\vec{p}_B = \vec{0}$
système $(A + B)$	$\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B = m \vec{V}_A$

Après le choc

corps A ($m, \vec{V}_A$)	—
corps B ($m, \vec{V}_B = \vec{0}$)	—
système $(A + B)$	$\vec{p}' = (m + m) \vec{V} = 2m \vec{V}$

Le système étant pseudo-isolé,

$$\vec{p} = \vec{p}' \Rightarrow m \vec{V}_A = 2m \vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \frac{1}{2} \vec{V}_A.$$

Donc $\vec{V}$ a même direction et même sens que $\vec{V}_A$. Elle a pour module,

$$V = \frac{10}{2} = 5 \text{ m s}^{-1}.$$

Solution 3. (p. 52)

Bilan des actions extérieures sur le système (homme + pirogue) :

Le poids $\vec{P} = (m + M) \vec{g}$ et la poussée d'Archimède $\vec{F}$ exercée par l'eau.

Le système étant initialement immobile,

$$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow$$

On a un système pseudo-isolé.

3.1. Etat de la pirogue après l'éclatement du système

Avant éclatement

homme (m)	$\vec{p}_1 = \vec{0}$
pirogue (M)	$\vec{p}_2 = \vec{0}$
système	$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$

Après éclatement

homme (m)	$\vec{p}'_1 = m \vec{v}$
pirogue (M)	$\vec{p}'_2 = M \vec{V}'$
système	$\vec{p}' = m \vec{v} + M \vec{V}'$

Le système étant pseudo-isolé,

$$\vec{p}' = \vec{p} \Rightarrow m \vec{v} + M \vec{V}' = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}' = -\frac{m}{M} \vec{v}.$$

$\vec{V}' \neq \vec{0}$ Donc après la séparation, la pirogue est en mouvement dans la même direction que l'homme mais de sens opposé.

3.2. Vitesse initiale du mouvement de la pirogue

$$V' = \frac{m}{M} v = \frac{60}{200} \cdot 5 = 1,5 \text{ m s}^{-1}.$$

Solution 4. (p. 52)

4.1. Même démarche que pour l'exercice 3.

$$\vec{V}' = -\frac{m}{M} \vec{v} \Rightarrow$$

$$V = \frac{m}{M} v = \frac{8}{400} \cdot 300 = 7 \text{ m s}^{-1}.$$

4.2. Même démarche que pour l'exercice 2 :

$$\vec{V}' = \frac{m}{M+m} \vec{v} \Rightarrow$$

$$V' = \frac{m}{M+m} v = \frac{8 \times 10^{-3}}{5 + 8 \times 10^{-3}} \cdot 350 = 0,559 \text{ m s}^{-1}.$$

Solution 5. (p. 52)

Etude du choc de deux billes identiques sur un sol horizontal Soient :

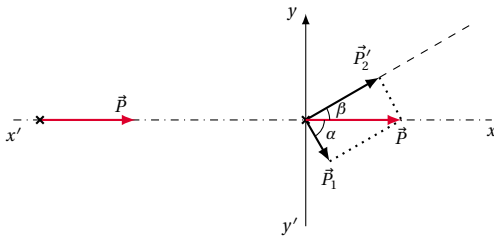
- $v_1 = 10 \text{ cm s}^{-1}$, la vitesse de la bille projectile avant le choc.
- v'_1 la vitesse de la bille projectile après le choc.
- v_2 la vitesse de la bille cible avant le choc.
- v'_2 la vitesse de la bille cible après le choc.

L'angle entre $\vec{v}_1$ et $\vec{v}'_1$ est $\alpha = 60^\circ$ et l'angle entre $\vec{v}_1$ et $\vec{v}'_2$ est $\beta = 30^\circ$.

Etudions les quantités du mouvement du système (B_1, B_2) avant et après le choc.

Avant le choc	
bille $B_1(m)$	$\vec{v}_1 \Rightarrow \vec{p}_1 = m \vec{v}_1$
bille $B_2(m)$	$\vec{v}_2 = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_2 = \vec{0}$
système (B_1, B_2)	$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m \vec{v}_1$

Après le choc	
bille $B_1(m)$	$\vec{p}'_1 = m \vec{v}'_1$
bille $B_2(m)$	$\vec{p}'_2 = m \vec{v}'_2$
système (B_1, B_2)	$\vec{p}' = m \vec{v}'_1 + m \vec{v}'_2$



Le sol étant parfaitement lisse, on néglige les frottements et le système est considéré comme libre. Il y a conservation de la quantité de mouvement.

$$\vec{p}' = \vec{p} \Rightarrow m \vec{v}'_1 + m \vec{v}'_2 = m \vec{v}_1 \Rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}'_1 + \vec{v}'_2. \quad (\text{S5.1})$$

Projetons cette relation S5.1 sur $x x'$ et $y y'$:

$$\begin{cases} v_1 = v'_1 \cos \alpha + v'_2 \cos \beta \\ 0 = -v'_1 \sin \alpha + v'_2 \sin \beta \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_1 = v'_1 \cos 60^\circ + v'_2 \cos 30^\circ \\ 0 = -v'_1 \sin 60^\circ + v'_2 \sin 30^\circ. \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations donne : $v'_1 = 5 \text{ cm s}^{-1}$ et $v'_2 = 8,66 \text{ cm s}^{-1}$.

Solution 6. (p. 52)

Etude de choc de deux billes de m_1 et m_2 initialement en mouvement dans la même direction mais en sens contraire (Les deux billes se heurtent de plein fouet). Soient :

- v_1 , la vitesse de la bille de masse m_1 avant le choc.
- v'_1 la vitesse de la bille de masse m_1 après le choc.
- v_2 la vitesse de la bille de masse m_2 avant le choc.
- v'_2 la vitesse de la bille de masse m_2 après le choc.

Etudions les quantités du mouvement du système (B_1, B_2) avant et après le choc.

Avant le choc	
bille $B_1(m_1)$	$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1$
bille $B_2(m_2)$	$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2$
système (B_1, B_2)	$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2$

Après le choc	
bille $B_1(m_1)$	$\vec{p}'_1 = m_1 \vec{v}'_1$
bille $B_2(m_2)$	$\vec{p}'_2 = m_2 \vec{v}'_2$
système (B_1, B_2)	$\vec{p}' = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$



Le sol étant parfaitement lisse, on néglige les frottements et le système est considéré comme libre. Il y a conservation de la quantité de mouvement.

$$\vec{p}' = \vec{p} \Leftrightarrow m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2.$$

Avec

$$\vec{v}'_1 = -\frac{\vec{v}_1}{2} - m_1 \frac{\vec{v}_1}{2} + m_2 \vec{v}'_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}'_2 = \frac{3m_1}{2m_2} \vec{v}_1 + \vec{v}_2.$$

Or $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ ayant la même direction, $\vec{v}'_2$ a la même direction que $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$.

En projetant $\vec{v}'_2$ sur l'axe $x x'$, on obtient :

$$v'_2 = \frac{3m_1}{2m_2} v_1 - v_2 = 1 \text{ cm s}^{-1}.$$

La projection de $\vec{v}'_2$ étant positive, cela signifie que $\vec{v}'_2$ a le sens de l'orientation de l'axe. Donc $\vec{v}'_2$ est opposée à $\vec{v}_2$.

Après le choc, chacune des deux billes rebrousse chemin avec respectivement pour vitesse :

$$m_1 : v'_1 = \frac{v_1}{2} = 5 \text{ cm s}^{-1} \text{ et}$$

$$m_2 : v'_2 = 1 \text{ cm s}^{-1}.$$

5.4. Solutions des exercices et problèmes

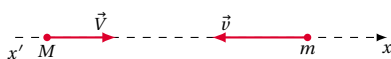
Solution 7. (p. 52)

7.1. Sens et vitesse du mouvement du système (enfant — ballon)

Etudions la quantité de mouvement de ce système avant et après l'arrêt du ballon.

Avant l'arrêt du ballon	
enfant (M)	$\vec{p}_e = M \vec{V}$
ballon (m)	$\vec{p}_b = m \vec{v}$
système	$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}_b = M \vec{V} + m \vec{v}$

Après l'arrêt du ballon	
enfant (M)	$\vec{p}'_e = M \vec{V}'$
ballon (m)	$\vec{p}'_b = m \vec{V}'$
système	$\vec{p}' = (M + m) \vec{V}'$



En supposant le système pseudo-isolé, on a :

$$\vec{p}' = \vec{p} \Rightarrow (M + m) \vec{V}' = M \vec{V} + m \vec{v}.$$

D'où l'on tire :

$$\vec{V}' = \frac{M}{M + m} \vec{V} + \frac{m}{M + m} \vec{v}. \quad (\text{S5.1})$$

En projetant S5.1 sur l'axe $x x'$, on a :

$$V'_x = \frac{M}{M + m} V - \frac{m}{M + m} v.$$

A.N.

$$M = 50 \text{ kg};$$

$$m = 0,8 \text{ kg};$$

$$V = 4 \text{ m s}^{-1};$$

$$v = 10 \text{ m s}^{-1};$$

$$V'_x = 3,78 \text{ m s}^{-1}.$$

$V'_x > 0 \Rightarrow$ Après arrêt du ballon, le système se déplace dans le sens $x' x$ à la vitesse $V' = 3,78 \text{ m s}^{-1}$.

7.2. Déterminons la vitesse de l'enfant après le lancement du ballon

Etudions les quantités du mouvement avant et après le lancement du ballon.

Avant le lancement du ballon :

$$\vec{p}' = (M + m) \vec{V}'.$$

Après le lancement du ballon :

$$\vec{p}'' = M \vec{V}''_1 + m \vec{V}''_2.$$

En supposant le système pseudo-isolé,

$$\vec{p}'' = \vec{p}' \Rightarrow M \vec{V}''_1 + m \vec{V}''_2 = (M + m) \vec{V}'.$$

En projetant cette relation sur l'axe $x x'$ on a :

$$M V''_1 + m V''_2 = (M + m) V' \Rightarrow$$

$$V''_1 = \frac{M + m}{M} V' - \frac{m}{M} V''_2.$$

A.N.

$$M = 50 \text{ kg};$$

$$m = 0,8 \text{ kg};$$

$$V' = 3,78 \text{ m s}^{-1};$$

$$V''_2 = 10 \text{ m s}^{-1};$$

$$V''_1 = 3,68 \text{ m s}^{-1}.$$

Le courant électrique

6.1	Rappels	58
6.1.1	Circuit électrique	58
6.1.2	Les générateurs de courant électrique	58
6.2	Les porteurs de charges	58
6.2.1	Comparaison de deux types d'expériences	58
6.2.2	Cas des électrolytes	59
6.2.3	Nature du courant électrique	59
6.3	Sens conventionnel du courant	60
6.3.1	Sens du courant	60
6.3.2	Quel sens va-t-on attribuer au courant électrique ?	60
6.3.3	Le rôle du générateur	60
6.4	Les effets du courant électrique	60
6.4.1	Expérience	60
6.4.2	Interprétation	61
6.5	Quantité d'électricité	61
6.5.1	Unité de la quantité d'électricité	61
6.5.2	Quantité d'électricité et charge électrique	61
6.6	L'intensité du courant électrique	62
6.6.1	Définition	62
6.6.2	L'unité d'intensité de courant	62
6.6.3	Une autre unité de quantité d'électricité	62
6.6.4	Mesure de l'intensité d'un courant	62
6.6.5	Les propriétés des intensités	63
6.7	Notion de dipôle	64
6.7.1	Définition	64
6.7.2	Dipôles symétriques, dipôles dissymétriques	64
6.7.3	Dipôles actifs, dipôles passifs	65
6.8	Enoncés des exercices et problèmes	67
6.9	Solutions des exercices et problèmes	68

6.1 Rappels

Nous revenons dans ce paragraphe sur des notions déjà étudiées dans le cours de technologie de troisième.

6.1.1 Circuit électrique

Un circuit électrique est une suite continue de conducteurs comprenant :

- un générateur électrique (qui fournit de l'énergie électrique)
- un ou des récepteurs (qui utilisent la plus grande partie de l'énergie électrique)
- des conducteurs de liaison (fils de connexion) reliant les différentes parties du circuit électrique.
- un interrupteur pour commander le fonctionnement du récepteur.

6.1.2 Les générateurs de courant électrique

1. Générateur de courant continu. Ce sont :
 - les piles
 - les accumulateurs
 - les alimentations stabilisées.

On distingue les bornes de ces générateurs par :

- des signes différents (+) et (–)
- un code de couleur : rouge et noir
- parfois une taille différente. C'est le cas des piles plates.

2. Générateur de courant alternatif.

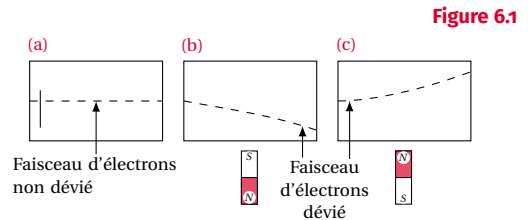
6.2 Les porteurs de charges

6.2.1 Comparaison de deux types d'expériences

Action d'un aimant sur un faisceau d'électron

Produisons un faisceau d'électrons à l'intérieur d'un tube de Crookes.

Le faisceau est rectiligne et horizontal. (Fig. 6.1a)



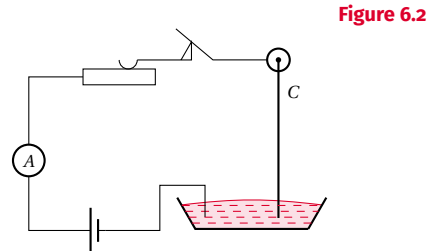
Faisons agir un aimant droit sur le faisceau d'électrons.

- Quand on approche le pôle Sud (S) de l'aimant, le faisceau d'électrons est dévié vers le bas (Fig. 6.1b).
- Quand on approche le pôle Nord (N) de l'aimant, le faisceau d'électrons est dévié vers le haut (Fig. 6.1c).

Action d'un aimant sur un conducteur métallique parcouru par un courant électrique

Considérons un conducteur métallique C , dans un circuit.

1. Lorsque l'interrupteur est fermé, on n'observe aucun changement apparent; le conducteur C reste vertical.



2. Approchons le pôle Nord (N) d'un aimant droit près du conducteur; le conducteur C est alors dévié vers la droite.

6.2. Les porteurs de charges

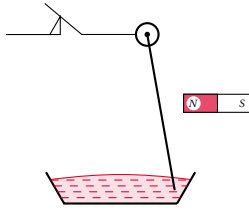


Figure 6.3

3. Lorsqu'on approche le pôle Sud (S) de l'aimant près du conducteur C, ce dernier est dévié vers la gauche.

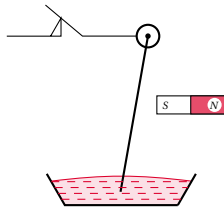


Figure 6.4

Conclusion: En comparant ces deux expériences, nous pouvons dire que le courant électrique dans le conducteur métallique C s'interprète comme un déplacement de porteurs de charge, les porteurs de charge étant ici les électrons libres du métal.

2. Dix minutes après la fermeture de l'interrupteur, on observe :
- une coloration jaune migrant vers l'anode : zone (1).
 - une coloration bleue migrant vers la cathode : zone (2).

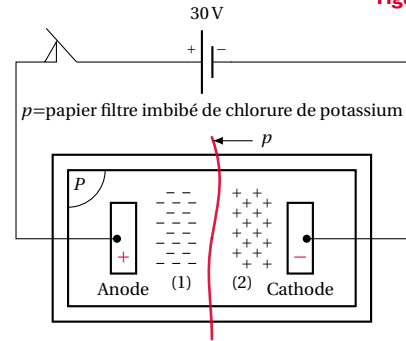


Figure 6.6

Les migrations des couleurs sont dues aux ions colorés qui se déplacent lentement vers les électrodes :

- les ions dichromates (jaunes) $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ migrent vers l'anode
- les ions cuivre (bleus) Cu^{2+} migrent vers la cathode.

Conclusion: Les porteurs de charges dans un électrolyte sont les ions :

- les ions (+) qui migrent vers la cathode (d'où le terme cation pour les désigner)
- les ions (-) qui migrent vers l'anode et on les appelle alors anions.

6.2.2 Cas des électrolytes

Un électrolyte est un composé qui, dissout ou fondu, conduit le courant électrique.

Expérience de migration d'ions

1. Avant le passage du courant électrique.

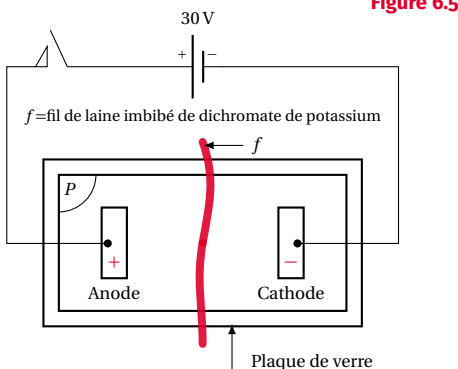


Figure 6.5

6.2.3 Nature du courant électrique

Le courant électrique est constitué par un déplacement de porteurs de charge ;

- dans les conducteurs métalliques, les porteurs de charge sont les électrons libres
- dans les électrolytes, les porteurs de charge sont les ions : cations et anions.

6.3 Sens conventionnel du courant

6.3.1 Sens du courant

Le courant électrique est un déplacement de porteurs de charge. Or il existe deux types de porteurs de charge :

- type positif (type p) : cations, trou (un trou est un manque d'électron. On en rencontre dans les semi-conducteurs).
- type négatif (type n) : anions, électrons.

Ces deux types de porteurs se déplacent en sens contraire.

6.3.2 Quel sens va-t-on attribuer au courant électrique ?

Le sens conventionnel (choisi il y a plus d'un siècle) du courant électrique est le même que le sens de déplacement des porteurs de charge de type positif.

C'est aussi le sens contraire du déplacement des électrons libres dans un conducteur métallique.

6.3.3 Le rôle du générateur

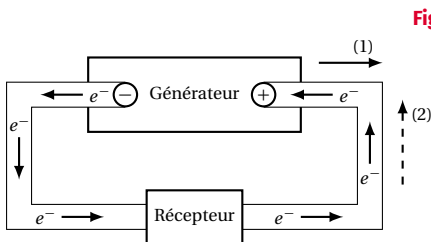


Figure 6.7

- (1) sens conventionnel du courant
(2) sens du déplacement des électrons

C'est le générateur qui provoque le déplacement des porteurs de charge. C'est pourquoi un générateur est aussi appelé *électromoteur*.

Or, les porteurs de charge ne peuvent se déplacer que s'ils sont soumis à des forces électrostatiques, donc s'ils sont placés dans un champ électrostatique $\vec{E}$.

C'est donc le générateur qui crée le champ électrostatique à l'intérieur du conducteur.

L'existence de ce champ est lié à l'existence d'une différence de potentiel $V_P - V_N$ entre les pôles du générateur.

Nous constatons que, dans un circuit ne comportant qu'un générateur, le courant électrique sort du générateur par le pôle (+).

6.4 Les effets du courant électrique

6.4.1 Expérience

Soit un circuit comprenant :

- une lampe à incandescence L
- un électrolyseur E contenant une solution d'hydroxyde de sodium
- un fil conducteur ab sous lequel on a placé une petite aiguille aimantée.

1. Fig. 6.8 L'interrupteur K est ouvert : on n'observe rien.

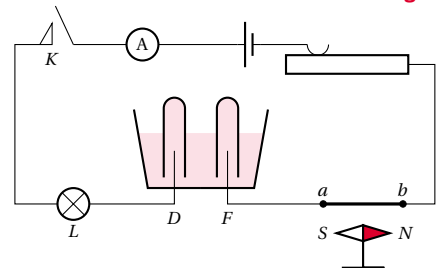


Figure 6.8

2. Fig. 6.9 L'interrupteur K est fermé :

- la lampe L s'allume
- on observe un dégagement gazeux aux électrodes de l'électrolyseur. De plus, le volume de gaz dégagé à l'électrode F (gaz dihydrogène) est le double de celui du gaz obtenu à l'électrode D (gaz dioxygène)
- l'aiguille aimantée dévie.

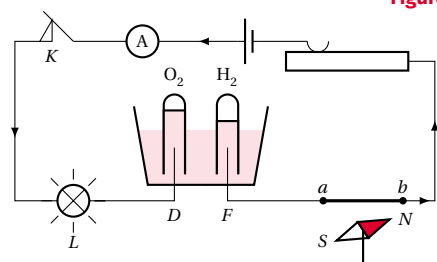


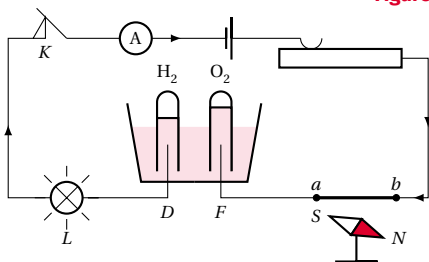
Figure 6.9

6.5. Quantité d'électricité

3. Fig. 6.10 On permute les bornes du générateur ; le sens du courant dans le circuit est ainsi inversé :

- la lampe L brille de la même manière
- les dégagements gazeux dans l'électrolyseur sont permutés : le volume du gaz obtenu à l'électrode D est le double de celui dégagé à l'électrode F
- l'aiguille aimantée dévie en sens contraire du sens observé dans l'expérience (b).

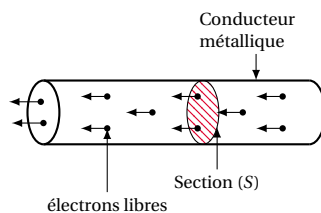
Figure 6.10



6.5 Quantité d'électricité

Considérons une section (S) d'un conducteur métallique. Soit N le nombre d'électrons qui franchissent cette section (S). Chaque électron transporte une charge électrique ($-e$) ; donc N électrons transportent une charge électrique ($-Ne$).

Figure 6.11



On dira qu'il est passé au travers de (S) une quantité d'électricité de mesure Q donnée par l'expression : $Q = Ne$.

Donc Q est une grandeur positive caractérisant le « trafic » des charges électriques.

6.4.2 Interprétation

- Dans la lampe, le filament est devenu incandescent sous l'effet du passage du courant. L'élévation de température et le dégagement de chaleur constituent l'effet thermique du courant électrique. Cet effet ne dépend pas du sens du courant.
- Dans l'électrolyseur, le passage du courant décompose les molécules d'eau en donnant des gaz de nature différente qui se dégagent sur les électrodes : c'est l'effet chimique. La nature du gaz dégagé dépend du signe de l'électrode ; c'est ainsi que les dégagements gazeux sont permutés quand on change le sens du courant.
- Le passage du courant dans le conducteur (ab) crée un champ magnétique dont l'orientation dépend du sens du courant : c'est l'effet magnétique.

Conclusion: les trois effets du courant électrique

Le courant électrique a trois effets :

- l'effet thermique qui ne dépend pas du sens du courant
- l'effet chimique dont la manifestation dépend du sens du courant
- l'effet magnétique qui dépend aussi du sens du courant électrique.

On dit que les effets chimiques et magnétiques sont polarisés.

6.5.1 Unité de la quantité d'électricité

L'unité de quantité d'électricité est le coulomb (symbole C).

6.5.2 Quantité d'électricité et charge électrique

1. La quantité d'électricité a été introduite pour mesurer le « trafic » des charges électriques. Dans son expression, la nature des porteurs de charge n'apparaît pas.
2. La charge électrique, elle, est une grandeur algébrique, positive ou négative selon la nature des porteurs de charge.

Exemple.

La charge d'un électron ou d'un ion chlorure Cl^- est

$$q_1 = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

La charge d'un proton ou d'un ion sodium Na^+ est

$$q_2 = +e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Mais la quantité d'électricité transportée par tous ces

porteurs est la même :

$$q = e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Exercice

Une pile ronde est capable de fournir une quantité d'électricité de $1,8 \times 10^3 \text{ C}$. Cette quantité d'électricité correspond à un certain nombre N d'électrons franchissant la borne (+) de la pile. Calculer N .

Solution

$$Q = Ne \Rightarrow$$

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{1,8 \times 10^3}{1,6 \times 10^{-19}} = 1,12 \times 10^{22}.$$

C'est-à-dire 11 200 milliards de milliards d'électrons !

6.6 L'Intensité du courant électrique

6.6.1 Définition

L'intensité d'un courant est le quotient de la quantité d'électricité Q qui traverse une section du conducteur par la durée t de cette traversée : On écrit :

$$I = \frac{Q}{t}.$$

L'intensité d'un courant continu est constante.

6.6.2 L'unité d'intensité de courant

Dans le système international, l'unité d'intensité de courant est l'ampère (symbole A). Ainsi, dans l'expression

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Q en coulomb (C) ; t en secondes (s) ; I en ampère (A).

6.6.3 Une autre unité de quantité d'électricité

Le coulomb, unité de quantité d'électricité du système international, est une unité petite pour les besoins industriels.

A partir de la relation $Q = It$, on a défini une autre unité de Q : l'ampère-heure (symbole Ah).

C'est la quantité d'électricité transportée par un courant électrique d'un ampère pendant une heure.

$$1\text{Ah} = 3600\text{C}.$$

Exemple : les charges des batteries d'automobile s'expriment en Ah.

6.6.4 Mesure de l'intensité d'un courant

Les ampèremètres

L'appareil qui permet de mesurer l'intensité d'un courant est l'ampèremètre.

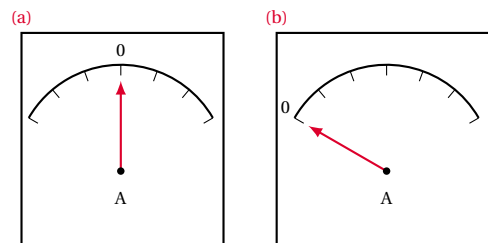
Le fonctionnement des ampèremètres est basé sur les effets magnétiques ou calorifiques du courant.

Un ampèremètre possède deux bornes et un cadran gradué devant lequel se déplace une aiguille.

Une des bornes est marquée du signe (+), l'autre du signe (-).

Il existe deux types de cadran :

Figure 6.12



Ampèremètre à zéro central (Fig. 6.12a)

Le zéro se trouve au milieu de la graduation. Dans cet ampèremètre, l'aiguille dévie à droite ou à gauche suivant le sens du courant.

Ampèremètre à zéro latéral (Fig. 6.12b)

Le zéro se trouve à gauche de la graduation. Donc l'aiguille ne peut dévier qu'à droite. Il faut le brancher en prenant soin que le courant y pénètre par la borne (+), sinon, l'aiguille bute à gauche (ce qui est dangereux pour l'appareil).

6.6. L'Intensité du courant électrique

Remarque.

Il existe des ampèremètres électroniques qui affichent la valeur numérique de l'intensité du courant quel que soit son sens.

Représentation symbolique d'un ampèremètre

La figure ci-contre montre la représentation symbolique d'un ampèremètre.

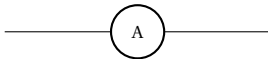


Figure 6.13

Utilisation d'un ampèremètre

Un ampèremètre est toujours monté en série dans un circuit. Il doit être branché de sorte que le courant entre par la borne (+).

Un ampèremètre ne se branche jamais seul aux bornes d'un générateur, car il serait à coup sûr détérioré.

Cas d'un ampèremètre à plusieurs calibres

La plupart des ampèremètres possèdent plusieurs calibres, ce qui étend leur domaine d'utilisation.

Le calibre d'un ampèremètre est la valeur de l'intensité du courant qui correspond à la déviation maximale. C'est aussi l'intensité maximale pouvant traverser l'ampèremètre sous peine de détérioration.

Il convient dès lors de choisir avec soin le meilleur calibre possible lors de la mesure de l'intensité. On procède par les étapes suivantes :

- utiliser d'abord le plus grand calibre ;
- si l'aiguille se place dans la partie gauche du cadran (cas d'un ampèremètre à zéro latéral), changer de calibre et choisir celui pour lequel la déviation est maximale.

Exercice

Un ampèremètre possède un cadran à 100 divisions et il est muni de trois calibres : 0,1 A ; 0,5 A et 1 A. Complétez le tableau suivant et dire si le calibre a été bien choisi.

Calibre	0,1 A	0,5 A	1 A
Lecture (divisions)	40	60	50
i (A)			

Solution

Soient : c , le calibre, $d = 100$, le nombre de divisions du cadran et l est la lecture en divisions, de la déviation

de l'aiguille.

Posons

$$K = \frac{c}{d}.$$

K est l'opérateur qui permet de passer de la lecture (en divisions) à l'intensité (en A). Ainsi, $i = Kl$. En faisant les applications numériques, nous pouvons alors compléter le tableau.

Calibre	0,1 A	0,5 A	1 A
Lecture (divisions)	40	60	50
i (A)	0,04	0,06	0,25

Mise à part la 5^e lecture (qui devrait être faite sur le calibre 0,5 A), toutes les autres lectures ont été faites sur un calibre convenable.

6.6.5 Les propriétés des intensités

Cas d'un circuit simple (non bifurqué)

Expérience

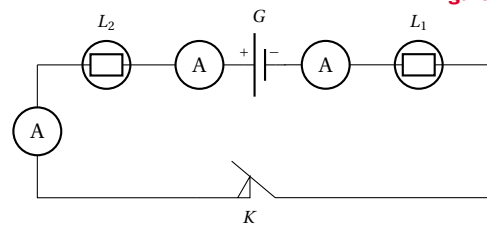


Figure 6.14

Aux bornes d'un générateur de courant continu, montons en série une lampe (L_1), un interrupteur et une lampe L_2 .

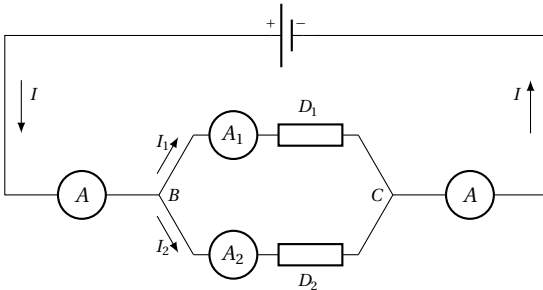
Toujours, en série dans le circuit, intercalons trois ampèremètres.

Lorsque l'interrupteur est fermé, nous remarquons que les trois ampèremètres indiquent la même intensité.

Conclusion: L'intensité du courant électrique est la même en tout point d'un circuit non bifurqué.

Cas d'un circuit dérivé

Figure 6.15



Réalisons le montage ci-contre et effectuons les mesures d'intensité.

Entre les points B et C , le circuit est constitué de deux branches ou dérivation.

Les conducteurs D_1 et D_2 sont dits montés en parallèle ou en dérivation.

Le reste du circuit ne comprenant pas de dérivation est appelé circuit principal.

Les points B et C où convergent les branches sont les noeuds. En général, un noeud de courant est un point où arrivent plusieurs branches d'un réseau.

I est l'intensité du courant principal, I_1 et I_2 sont les intensités des courants dérivés.

La lecture des ampèremètres montre que $I = I_1 + I_2$ (au noeud B) et $I_1 + I_2 = I$ (au noeud C).

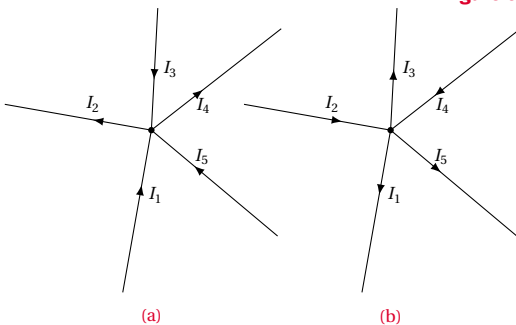
On pourrait multiplier les expériences, on arriverait toujours au même résultat, et ceci quel que soit le nombre de dérivation : l'intensité du courant principal est égale à la somme des intensités des courants dérivés.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Généralisation : loi des noeuds

Le résultat ci-dessus peut se généraliser au cas où plusieurs courants arrivent à un noeud et où plusieurs courant en repartent.

Figure 6.16



Cette généralisation est connue sous le nom de loi

des noeuds qu'on énonce ainsi : *La somme des intensités des courants qui arrivent à un noeud est égale à la somme des intensités des courants qui en partent.*

Exemple.

Figure (a) $I_1 + I_3 + I_5 = I_2 + I_4$.

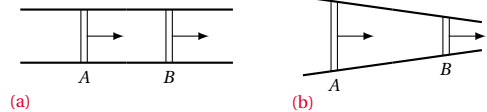
Figure (b) $I_2 + I_4 = I_1 + I_3 + I_5$.

$$\sum I_{\text{entrant}} = \sum I_{\text{sortant}}$$

Interprétation : Conservation des charges

Toutes les propriétés du courant électrique s'expliquent par le fait que les charges électriques se déplacent dans un circuit électrique sans s'accumuler en un point (on dit aussi sans former de bouchon).

Figure 6.17



Ainsi donc, pendant une durée t , le même nombre N de charges traversent les section A et B et dans le même sens.

Dans le cas de la figure (b), la vitesse des charges à la traversée de la section B est plus grande pour éviter une accumulation des charges à ce niveau.

6.7 Notion de dipôle

6.7.1 Définition

Un dipôle est une portion de circuit possédant deux bornes de branchement.

Exemples : une lampe, le générateur, un électrolyseur.

6.7.2 Dipôles symétriques, dipôles dissymétriques

- Un dipôle est symétrique si son comportement est le même, quel que soit le sens du courant qui le traverse. On dit aussi que ses deux bornes sont identiques.

6.7. Notion de dipôle

Exemples.

La lampe à incandescence, le conducteur ohmique.

- Dans le cas où il apparaît des modifications dans le circuit quand on inverse ses bornes (on change ainsi le sens du courant qui le traverse), le dipôle est dissymétrique.

Exemples.

Le générateur, la diode.

6.7.3 Dipôles actifs, dipôles passifs

- Un dipôle est dit actif, s'il peut produire de lui-même un courant électrique. C'est le cas d'une pile et de tout générateur.
- un dipôle est dit passif, s'il ne peut pas produire un courant électrique lui-même.

Exemples.

Une lampe, un électrolyseur.

Exercice

Représenter le sens et calculer l'intensité des courants inconnus aux noeuds ci-contre :

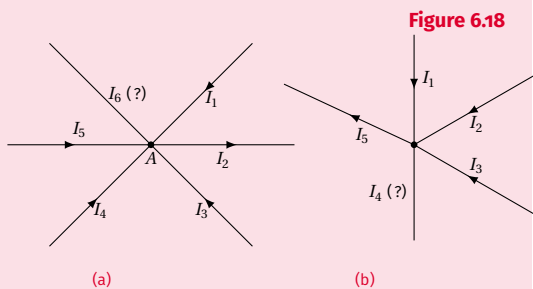


Figure 6.18

On donne

- Fig. 6.18a :

$$\begin{aligned} I_1 &= 4,2\text{A}; \\ I_2 &= 4\text{A}; \\ I_3 &= 1,6\text{A}; \\ I_4 &= 2,8\text{A}; \\ I_5 &= 3,4\text{A}; \\ I_6 &= ? \end{aligned}$$

- Fig. 6.18b :

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,7\text{A}; \\ I_2 &= 2,6\text{A}; \\ I_3 &= 3,8\text{A}; \\ I_4 &= ?; \\ I_5 &= 4,7\text{A}. \end{aligned}$$

Solution

D'après la loi des noeuds,

$$\sum I_{\text{entrant}} = \sum I_{\text{sortant}}$$

Figure 6.18a. Sans tenir compte de I_6 , faisons la somme des intensités des courants entrants et des courants sortants :

$$\begin{aligned} \sum I_{\text{entrant}} &= I_1 + I_3 + I_4 + I_5 \\ &= 4,2 + 1,6 + 2,8 + 3,4 = 12\text{A}; \end{aligned}$$

$$\sum I_{\text{sortant}} = I_2 = 4\text{A} < 12\text{A}.$$

Pour que la loi des noeuds soit satisfaite, il faut que I_6 soit sortant

Dans ce cas

$$\begin{aligned} I_2 + I_6 &= I_1 + I_3 + I_4 + I_5 \\ \Rightarrow I_6 &= (I_1 + I_3 + I_4 + I_5) - I_2 = 12 - 4 = 8\text{A}. \end{aligned}$$

Figure 6.18b. Sans tenir compte de I_4 , faisons les sommes $\sum I_{\text{entrant}}$ et $\sum I_{\text{sortant}}$.

$$\sum I_{\text{entrant}} = I_2 + I_3 = 2,6 + 3,8 = 6,4\text{A};$$

$$\sum I_{\text{sortant}} = I_1 + I_5 = 1,7 + 4,7 = 6,4\text{A}.$$

Sans I_4 , la loi des noeuds est satisfaite au noeud B. Donc il n'y a aucun courant dans la branche où est supposé circuler I_4 . $I_4 = 0$.

Exercice

Dans le réseau ci-contre, les dipôles constituant les différentes branches ne sont pas représentés.

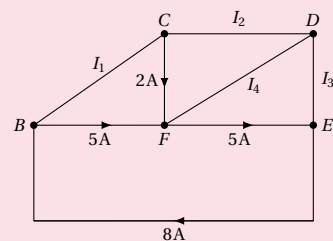


Figure 6.19

Déterminer les valeurs des intensités I_1 , I_2 , I_3 , et I_4 . Indiquer sur le schéma le sens de ces courants. Calculer

la quantité d'électricité qui circule entre F et D pendant 10 min.

Solution

Déterminons les intensités et les sens des courants I_1 , I_2 , I_3 et I_4 .

La meilleure approche consiste à commencer par les noeuds où toutes les intensités sont connues sauf une. Ainsi, au noeud B sans tenir compte de I_1 :

$$\begin{aligned}\sum I_{\text{sortant}} &= I_{BF} = 6\text{ A} \text{ et} \\ \sum I_{\text{entrant}} &= I_{EB} = 8\text{ A} > 6\text{ A}.\end{aligned}$$

Pour que la loi des noeuds soit satisfaite, il faut que I_1 soit sortant (par rapport au noeud B). Dans ce cas,

$$\begin{aligned}I_1 + I_{BF} &= I_{EB} \\ \Rightarrow I_1 &= I_{EB} - I_{BF} = 8 - 6 = 2\text{ A}.\end{aligned}$$

au noeud F sans tenir compte de I_4

$$\begin{aligned}\sum I_{\text{sortant}} &= I_{FE} = 5\text{ A}; \\ \sum I_{\text{entrant}} &= I_{BF} + I_{CF} = 6 + 2 = 8\text{ A} > 5\text{ A}.\end{aligned}$$

Pour que la loi des noeuds soit satisfaite, il faut que I_4 soit sortant (par rapport au noeud F). Et alors,

$$\begin{aligned}I_{FE} + I_4 &= I_{BF} + I_{CF} \\ \Rightarrow I_4 &= I_{BF} + I_{CF} - I_{FE} = 8 - 5 = 3\text{ A}.\end{aligned}$$

au noeud E

On détermine par la même méthode que I_3 est entrant (par rapport au noeud E).

D'après la loi des noeuds,

$$\begin{aligned}I_{FE} + I_3 &= I_{EB} \\ \Rightarrow I_3 &= I_{EB} - I_{FE} \Leftrightarrow I_3 = 8 - 5 = 3\text{ A}.\end{aligned}$$

au noeud C sans tenir compte de I_2 ,

$$\begin{aligned}\sum I_{\text{entrant}} &= I_1 = 2\text{ A}; \\ \sum I_{\text{sortant}} &= I_{CF} = 2\text{ A}.\end{aligned}$$

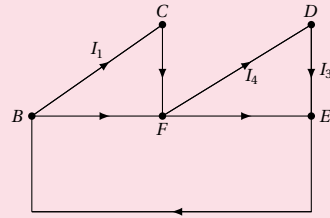
Donc sans I_2 , la loi des noeuds est satisfaite au noeud C . Il n'y a donc pas de courant dans la branche où est supposé circuler

$$I_2 \cdot I_2 = 0.$$

(on peut supprimer cette branche).

Sens des courants I_1 , I_3 et I_4 (voir schéma ci-contre)

Figure 6.20



Calculons la quantité d'électricité Q qui circule entre F et D pendant 10 min.

Dans cette branche, l'intensité du courant est I_4 :

$$\begin{aligned}I_4 &= \frac{Q}{t} \\ \Rightarrow Q &= I_4 t = 3 \cdot 10 \cdot 60 = 1800\text{ C}.\end{aligned}$$

6.8 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Quelle quantité d'électricité traverse en 24 heures une section d'un conducteur parcouru par un courant d'intensité 20 mA?

Exercice 2.

Une batterie d'accumulateurs a une capacité de 40 Ah. (La capacité est la quantité d'électricité qu'elle peut fournir à la décharge.)

2.1. Quelle quantité d'électricité, en coulombs, peut-elle débiter?

2.2. On utilise cette batterie dans un circuit où l'intensité du courant est 10 A. Combien de temps durera cette batterie?

Exercice 3.

Combien d'électrons traversent par seconde une section d'un conducteur parcouru par un courant de 10 μA ? On donne : charge de l'électron = $1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 4.

Le courant électrique dans un conducteur métallique est dû à un mouvement d'ensemble des électrons libres du métal. On se propose de déterminer la vitesse

$$V = \frac{d}{\Delta t}$$

de déplacement de ces électrons dans une barre de cuivre lorsque celle-ci est parcourue par un courant d'intensité I .

4.1. Déterminer le nombre d'électrons traversant une section de la barre pendant l'intervalle de temps Δt .

4.2. On admet que chaque atome de cuivre fournit un électron libre. Déterminer le nombre d'électrons libres se trouvant dans une portion de barre de longueur d et de section S . On appellera ρ la masse volumique du cuivre.

4.3. En déduire la vitesse de déplacement V des électrons.

4.4. Calculer numériquement V si : $I = 5 \text{ A}$;
 $\text{Cu} = 63 \text{ g mol}^{-1}$; $\rho = 8900 \text{ kg m}^{-3}$; $S = 0,3 \text{ cm}^2$;
 N (nombre d'Avogadro) $\approx 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$;
 $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 5.

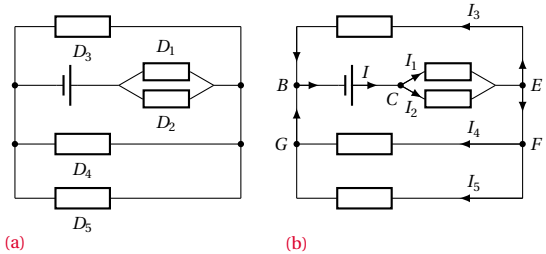
Le cadran d'un ampèremètre pouvant fonctionner sur 3 calibres (1 A; 3 A et 5 A) comporte 100 divisions. Selon l'usage, on l'utilise d'abord sur le calibre 5 A. L'aiguille s'arrête sur la division 40.

5.1. Quelle est l'intensité du courant?

5.2. Peut-on utiliser cet ampèremètre sur les autres calibres? Si oui, sur quelle division s'arrête l'aiguille?

5.3. Quel calibre est-il préférable d'utiliser? Pourquoi?

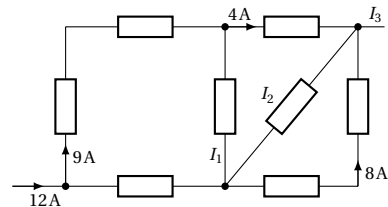
Exercice 6.



Les dipôles D_1 , D_2 , D_3 , D_4 et D_5 ne sont pas des générateurs. D_1 est identique à D_2 , D_3 , D_4 et D_5 sont identiques. (Voir Fig a)

Sachant que D_1 est parcouru par un courant de 1,5 A, déterminer le sens et les intensités des courants dans toutes les branches du circuit.

Exercice 7.



Dans le réseau représenté par la figure ci-contre, déterminer les sens et les intensités des courants I_1 , I_2 , et I_3 .

6.9 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 67)

La quantité d'électricité et l'intensité sont liées par :
 $Q = It$.

Application numérique :

$$\begin{aligned} I &= 20 \text{ mA} = 20 \times 10^{-3} \text{ A}; \\ t &= 24 \text{ h} = 24 \times 3600 = 86\,400 \text{ s}; \\ Q &= 20 \times 10^{-3} \times 86\,400 = 1\,728 \text{ C}. \end{aligned}$$

Solution 2. (p. 67)

2.1. Quantité d'électricité (en C) que peut débiter cette batterie. (1 Ah = 3600 C)

$$\begin{aligned} Q \text{ (en C)} &= Q \text{ (en Ah)} \times 3600 \\ &= 40 \times 3600 = 144 \times 10^3 \text{ C}. \end{aligned}$$

2.2. Durée de vie t de la batterie :

$$\begin{aligned} Q &= It \Rightarrow \\ t &= \frac{Q}{I} = \frac{144 \times 10^5}{10} = 144 \times 10^2 \text{ s} = 4 \text{ h}. \end{aligned}$$

Solution 3. (p. 67)

Nombre d'électrons qui traversent une section du conducteur pendant la durée $t = 1 \text{ s}$.

$Q = It$. Par ailleurs, $Q = Ne$; donc

$$\begin{aligned} It &= Ne \Rightarrow \\ N &= \frac{It}{e} = \frac{10 \times 10^{-6} \times 1}{1,6 \times 10^{-19}} = 6,25 \times 10^{13} \text{ électrons}. \end{aligned}$$

Solution 4. (p. 67)

4.1. Nombre N d'électrons qui traversent une section du conducteur pendant la durée Δt : $Q = I\Delta t$ et par ailleurs, $Q = Ne$.

Donc

$$I\Delta t = Ne \Rightarrow N = \frac{I\Delta t}{e}.$$

4.2. Nombre N' d'électrons libres dans une portion de barre de cuivre :

Volume de cette portion de conducteur :

$$V = Sd.$$

Masse de cette portion de conducteur :

$$M = V\rho = Sd\rho.$$

Nombre n de moles d'atomes de cuivre dans cette portion :

$$n = \frac{m_{\text{Cu}}}{M_{\text{Cu}}} = \frac{Sd\rho}{M_{\text{Cu}}}.$$

Nombre N_{Cu} d'atomes de cuivre dans cette portion :

Soit N_A le nombre d'Avogadro :

$$N_{\text{Cu}} = nN_A = \frac{Sd\rho}{M_{\text{Cu}}} N_A$$

puisque chaque atome de cuivre libéré 1 électron libre,

$$N' = N_{\text{Cu}} = \frac{Sd\rho N_A}{M_{\text{Cu}}}.$$

4.3. Vitesse V des électrons :

Supposons que la longueur de la section de la barre de cuivre franchie par N électrons pendant la durée Δt est d .

Dans ce cas

$$N = N' \Rightarrow \frac{I\Delta t}{e} = \frac{Sd\rho N_A}{M_{\text{Cu}}} \Rightarrow \frac{IM_{\text{Cu}}}{S\rho N_A e} = \frac{d}{\Delta t}.$$

Or le quotient

$$\frac{d}{\Delta t}$$

définit la vitesse V des électrons. Donc

$$V = \frac{IM_{\text{Cu}}}{S\rho N_A e}.$$

4.4. Application Numérique :

$$I = 5 \text{ A};$$

$$M_{\text{Cu}} = 63 \times 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1};$$

$$S = 0,3 \times 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$N_A = 6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1};$$

$$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$\rho = 8900 \text{ kg m}^{-3};$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{5,63 \times 10^{-3}}{0,3 \times 10^{-4} \times 8900 \times 6 \times 10^{23} \times 1,6 \times 10^{-19}} \\ &= 1,23 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}. \end{aligned}$$

Solution 5. (p. 67)

5.1. Intensité du courant

$$I = \frac{C}{dt}.$$

A.N.

$$C = 5 \text{ A};$$

$$d = 100;$$

$$l = 40 \Rightarrow$$

$$I = \frac{5 \cdot 40}{100} = 2 \text{ A}.$$

5.2. Possibilité de lire cette intensité sur les autres calibres
 On ne peut lire une intensité sur un calibre que si l'intensité est strictement inférieure au calibre.

Donc pour $I = 2 \text{ A}$, on peut lire cette intensité sur le calibre 3 A;

Déterminons alors l'indication de l'aiguille :

Soient $C' = 3 \text{ A}$ le calibre et l' l'indication de l'aiguille :

$$I = \frac{C'}{dl'}.$$

6.9. Solutions des exercices et problèmes

$$\Rightarrow I' = \frac{Id}{C'} = \frac{2 \cdot 100}{3} = 66,6.$$

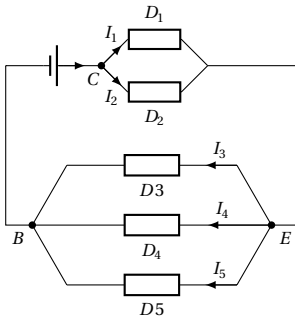
Donc l'aiguille s'arrête entre les divisions 66 et 67.

5.3. Le calibre le plus approprié pour la lecture

Pour un appareil de mesure électrique, l'erreur sur la mesure est proportionnelle au calibre. Il convient donc de choisir le calibre le plus petit qui permette d'effectuer la mesure. Pour le cas précédent, il est préférable d'utiliser le calibre 3A.

Solution 6. (p. 67)

Désignons par I_1, I_2, I_3, I_4 et I_5 les intensités du courant dans les dipôles D_1, D_2, D_3, D_4 et D_5 respectivement.



Soit I l'intensité du courant principal. Appliquons la loi des noeuds aux différents noeuds de ce réseau.

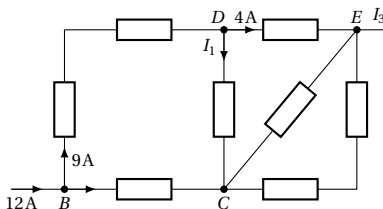
- **Au noeud C** $I = I_1 + I_2$; D_1 et D_2 étant identiques, $I_1 = I_2$. Donc $I = 2I_1 = 2 \cdot 1,5 = 3A$.
- Les points E et F sont reliés par un fil de connexion. Ces points peuvent être confondus en un seul noeud. Il en est de même des points B et G . On obtient alors le schéma équivalent ci-contre :
- **Au noeud E** $I = I_3 + I_4 + I_5$, D_4 et D_5 étant identique, $I_3 = I_4 = I_5$. Donc

$$I = 3I_3$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{I}{3} = \frac{3}{3} = 1A.$$

Donc

$$I_3 = I_4 = I_5 = 1A.$$

Solution 7. (p. 67)

Appliquons la loi des noeuds au réseau en commençant par les noeuds où toutes les intensités sont connues sauf une. Ainsi,

- **Au noeud B** I_{entrant} (12A) étant supérieure au I_{sortant}

(9A), nous déduisons que I_{BC} est sortant. Donc :

$$12 = 9 + I_{BC} \Rightarrow I_{BC} = 12 - 9 = 3A.$$

- **Au noeud D** I_{entrant} (9A) étant supérieure au I_{sortant} ($I_{DE} = 4A$), nous déduisons que I_1 est sortant. Donc :

$$9 = I_{DE} + I_1 \Rightarrow I_1 = 9 - I_{DE} = 9 - 4 = 5A.$$

- **Au noeud C** I_1 (5A) et I_{BC} (3A) sont entrants. I_{CE} (8A) est obligatoirement sortant. Nous constatons que, sans tenir compte de I_2 , la loi des noeuds est satisfaite au noeud C. Donc $I_2 = 0$.

- **Au noeud E**

I_{DE} et I_{CE} sont entrants. $I_2 = 0$. Donc I_3 est sortant. D'après la loi des noeuds,

$$I_3 = I_{DE} + I_{CE} = 4 + 8 = 12A.$$

La différence de potentiel entre deux points d'un circuit

7.1	Différence de potentiel entre deux points d'un circuit	72
7.1.1	Analogie entre un circuit d'eau et un circuit électrique : rôle du générateur	72
7.1.2	Notion de différence de potentiel (d.d.p)	72
7.1.3	La d.d.p. : une grandeur algébrique	73
7.1.4	Propriétés des tensions électriques	73
7.1.5	Mesure des tensions	75
7.2	Enoncés des exercices et problèmes	76
7.3	Solutions des exercices et problèmes	77

7.1 Différence de potentiel entre deux points d'un circuit

7.1.1 Analogie entre un circuit d'eau et un circuit électrique : rôle du générateur

Examinons les expériences décrites sur les figures 7.1 et 7.2 ci-dessous.

Phénomènes hydrauliques

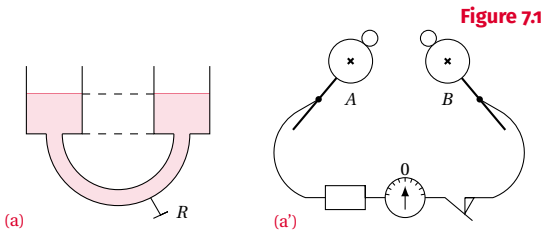


Figure 7.1

(a) : Le niveau de l'eau est le même dans les deux récipients A et B; aucun courant d'eau ne circule dans le tuyau qui relie les deux récipients lorsqu'on ouvre le robinet R.

(b) : Le niveau de l'eau étant différent dans les deux récipients A et B, un courant d'eau peut circuler du récipient A vers le récipient B lorsqu'on ouvre le robinet R.

Phénomènes électriques

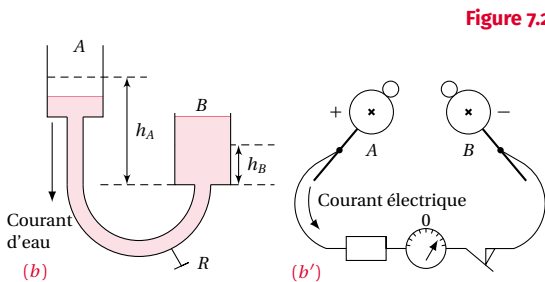


Figure 7.2

(a') : L'état électrique (on dit par analogie « niveau électrique ») des deux boules A et B du générateur de Whimshurst est le même; aucun courant électrique ne traverse l'ampèremètre à la fermeture de l'interrupteur K.

(b') : Il y a une différence de « niveau électrique » entre les deux boules A et B. Un courant électrique peut circuler de la boule A vers la boule B à la fermeture de l'interrupteur.

Dans les expériences (b) et (b'), les courants d'eau et d'électrons sont brefs car les différences de niveau s'annulent rapidement.

Pour les prolonger, il convient d'ajouter dans le circuit un appareil qui maintienne la différence de niveau entre A et B.

Cet appareil est :

- une pompe dans le cas de l'eau (Fig. 7.3)

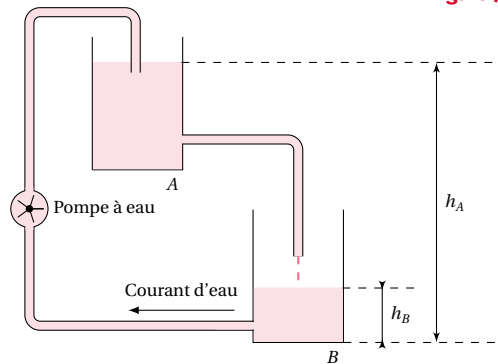


Figure 7.3

- Un générateur dans le cas des électrons (Fig. 7.4)

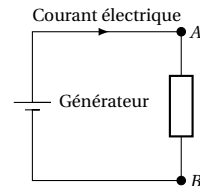


Figure 7.4

Ainsi un générateur apparaît comme une pompe à électrons dont le rôle est de maintenir entre deux points d'un circuit une différence de « niveau électrique ».

7.1.2 Notion de différence de potentiel (d.d.p)

Le niveau d'eau dans les réservoirs A et B peut être repéré par les altitudes h_A et h_B des surfaces libres. Ces altitudes sont maintenues grâce à la pompe à eau. Ces hauteurs se mesurent en mètres.

De même, le « niveau électrique » aux points A et B peut être décrit par une grandeur que l'on appelle potentiel électrique, noté « V ».

Les potentiels électriques se mesurent en volts (V).

7.1. Différence de potentiel entre deux points d'un circuit

Dans l'exemple précédent, nous dirons que les points A et B sont respectivement au potentiel V_A et au potentiel V_B . Ces potentiels sont maintenus grâce au générateur électrique.

La circulation de l'eau n'est possible dans le circuit hydraulique que quand il existe une différence d'altitude $h_A - h_B$ entre les surfaces libres de l'eau dans les deux récipients.

De même, la circulation du courant électrique n'est possible que quand il existe une différence de potentiel (d.d.p.) $V_A - V_B$ entre les points A et B du circuit.

Cette différence de potentiel est encore appelée tension électrique, notée « U ». On écrit : « $V_A - V_B = U_{AB}$ » pour désigner la tension électrique entre les points A et B .

Choix d'une référence (ou d'une origine).

L'habitude voudrait que l'on compte les altitudes par rapport à une référence : le niveau moyen de la mer, pris égal à zéro.

De même en physique, on repère les potentiels électriques par rapport à une référence : le potentiel de la Terre. Par convention, le potentiel de la Terre est zéro.

Retenons cependant que ce n'est pas la valeur du potentiel en un point qui est importante, mais la différence de potentiel existant entre deux points.

7.1.3 La d.d.p. : une grandeur algébrique

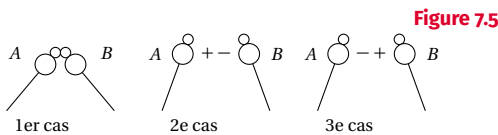


Figure 7.5

Soit une d.d.p. entre deux points A et B . Trois cas peuvent se présenter :

1^{er} cas : $V_A = V_B \Rightarrow V_A - V_B = U_{AB} = 0$.

2^e cas : $V_A > V_B \Rightarrow V_A - V_B = U_{AB} > 0$.

3^e cas : $V_A < V_B \Rightarrow V_A - V_B = U_{AB} < 0$.

Conclusion: La tension électrique entre deux points est une grandeur algébrique.

Schématisation d'une tension électrique

Sur les schémas, on symbolise la tension électrique par une flèche. Ainsi notée, la pointe de la flèche désigne le premier indice de U_{AB} ou le premier terme de $V_A - V_B$ (Fig. 7.6).

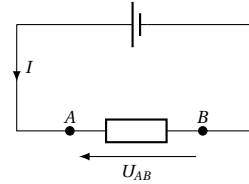


Figure 7.6

Donc la tension U_{BA} est représentée par une flèche allant de A vers B . (Fig. 7.7)

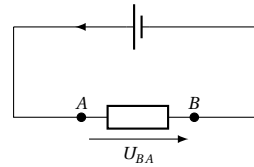


Figure 7.7

En effet,

$$V_A - V_B = U_{AB} \text{ et}$$

$$V_B - V_A = U_{BA}.$$

Par ailleurs

$$V_A - V_B = -V_B + V_A = -(V_B - V_A) = -U_{BA}.$$

Donc $U_{AB} = -U_{BA}$.

7.1.4 Propriétés des tensions électriques

L'unicité de la différence de potentiel

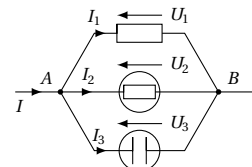


Figure 7.8

Entre deux points A et B d'un circuit électrique, la différence de potentiel ne dépend pas de la dérivation considérée. Elle ne dépend que des points A et B (une analogie de plus avec les altitudes).

Pour l'exemple ci-contre, $U_1 = U_2 = U_3 = U_{AB}$.

L'additivité des tensions

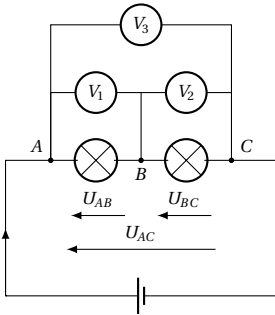


Figure 7.9

Expérience

Réalisons le montage ci-dessus, comprenant en série. Un générateur, deux lampes (AB) et (BC), et un interrupteur.

Puis branchons trois voltmètres :

- le voltmètre V_1 entre A et B ;
- le voltmètre V_2 entre B et C ;
- le voltmètre V_3 entre A et C .

La lecture des trois voltmètres montre que : $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$. La répétition de ces mesures avec d'autres composants (générateur et lampes), conduit toujours à la même relation.

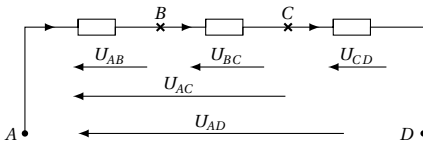
Conclusion: Loi d'additivité des tensions S'il existe une tension entre les points A , B et C d'un circuit électrique, on aura toujours $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$.

Remarque.

notons la ressemblance entre cette relation et la relation de Chasles (cours de Mathématiques) :

$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC}.$$

Figure 7.10



Loi des branches

Soient quatre points A , B , C et D d'un circuit. (Figure ci-dessus)

- Considérons les points A , C et D .

D'après la loi d'additivité des tensions,

$$U_{AD} = U_{AC} + U_{CD}. \quad (7.1)$$

- Considérons les points A , B et C .

On peut écrire,

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}. \quad (7.2)$$

7.2 dans 7.1 $\Rightarrow$

$$U_{AD} = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD}. \quad (7.3)$$

Remarque.

On peut obtenir la relation 7.3 à partir des « flèches tension » sur le schéma :

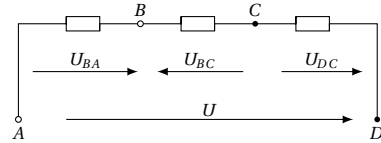


Figure 7.11

La tension U_{AD} entre deux points A et D d'un circuit est égale à la somme algébrique des tensions partielles affectées, la tension étant comptée,

- positivement lorsque la « flèche-tension » a le même sens que la flèche U_{AD} .
- négativement dans le cas contraire.

Exemple.

Pour la figure ci-dessous,

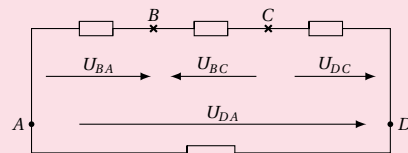


Figure 7.12

$$U_{DA} = U_{DC} + U_{BC} + U_{BA} \quad (7.4)$$

7.4 et 7.3 sont des relations identiques

Loi des mailles

Complétons la figure 7.11 par une branche AD . Nous obtenons la figure 7.12, où les branches AB , BC , CD et DA constituent une maille (maille $ABCD A$). On appelle maille, tout circuit fermé. La relation 7.4 reste inchangée mais pour ne privilégier aucune branche, nous transférons tous les termes dans le premier membre et nous obtenons ainsi la loi des mailles.

$$U_{DA} - U_{DC} + U_{BC} - U_{BA} = 0. \quad (7.5)$$

Pour obtenir directement cette nouvelle relation, il suffit de parcourir la maille dans un sens déterminé $ADCBA$, par exemple et de faire précéder les tensions :

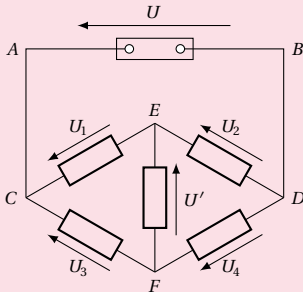
7.1. Différence de potentiel entre deux points d'un circuit

- Du signe plus (+) si la « flèche-tension » est rencontrée dans le sens queue vers tête.
- du signe moins (−) dans le cas contraire.

Exercice

On réalise le montage de la figure ci-dessous.

Figure 7.13



Un certain nombre de tensions sont connues.

$$U = 6,0V;$$

$$U_1 = 4,0V;$$

$$U_4 = 2,5V.$$

1. Quels sont les noeuds et les branches de ce circuit ?
2. Quelles sont les différentes mailles de ce circuit ?
3. Calculer U_2 et U_3 .
4. On pose $U' = U_{EF}$; Calculer U' .

Solution

1. Les noeuds (point où convergent au moins trois branches) du circuit sont C, E, D et F. Les branches du circuit sont : AB, CE, ED, DF, CF, EF.

NB: Entre les points A et C, il n'y a aucun composant pouvant provoquer une différence de potentiel. Donc $V_A = V_C$. Du point de vue électrique, ces points A et C sont confondus. Il en est de même des points B et D.

2. Les différentes mailles du circuit : ABDECA; ABDFCA; CEDFC; CEFC; DEFD.

3. Calcul de U_2 et de U_3 .

Nous utiliserons la loi des mailles en commençant par la maille où toutes les tensions sont connues sauf une.

Ainsi, en considérant la maille ABDECA, nous pouvons calculer U_2

$$U_{AB} + U_{BD} + U_{DE} + U_{EC} + U_{CA} = 0.$$

(loi des mailles).

Où

$$U_{AB} = U;$$

$$U_{BD} = 0;$$

$$U_{DE} = -U_2;$$

$$U_{EC} = -U_1 \text{ et}$$

$$U_{CA} = 0.$$

La loi des mailles devient :

$$U - 0 - U_2 - U_1 + 0 = 0 \Rightarrow$$

$$U_2 = U - U_1 = 6 - 4 = 2,0V$$

Remarque : On arrive directement au résultat, en parcourant la maille dans un sens (arbitraire) en se rappelant que chaque tension est comptée positivement si on rencontre la « flèche-tension » dans le sens queue-tête et négativement dans le cas contraire.

Ainsi, pour la maille ci-dessus, parcourue dans le sens $A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$ on aura :

$$-U_1 - U_2 + U = 0$$

(même résultat que ci-dessus)

Calcul de U_3

Considérons la maille ABDFCA parcourue dans le sens $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow A$. La loi des mailles s'écrit :

$$-U + U_4 + U_3 = 0 \Rightarrow U_3 = U - U_4 = 6 - 2,5 = 3,5V.$$

4. Calcul de U'

Considérons la maille DFED parcourue dans le sens $D \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow D$. La loi des mailles nous donne :

$$U_4 + U' - U_2 \Rightarrow U' = U_2 - U_4 = 2,0 - 2,5 = -0,5V.$$

On pouvait aussi utiliser la maille CEFC.

7.1.5 Mesure des tensions

La différence de potentiel entre deux points d'un circuit se mesure à l'aide d'un voltmètre. Cet appareil est toujours placé en dérivation entre ces deux points.

Comme pour l'ampèremètre, quelques précautions sont nécessaires au branchement du voltmètre :

1. choix du courant : continu ou alternatif;
2. choix du calibre : le mieux adapté;
3. respect des polarités.

Il existe plusieurs sortes de voltmètres :

- le voltmètre à aiguille (à zéro central ou à zéro à gauche);
- le voltmètre numérique;
- l'oscilloscope sa construction est telle que le déplacement vertical du spot est proportionnel, à la tension appliquée entre l'entrée Y et l'entrée M (notée ---).

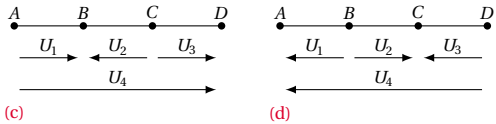
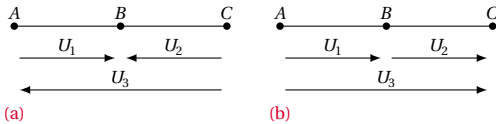
7.2 Énoncés des exercices et problèmes

Conseil

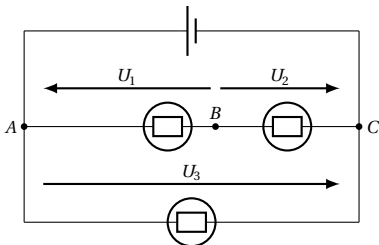
Pour un début dans la résolution des exercices sur la loi des branches et la loi des mailles, nous vous conseillons de partir de la relation de Chasles relative à 3, 4, 5... point alignés : $\overline{BA} + \overline{AD} + \overline{DC} + \dots + \overline{FB} = 0$. Et en remplaçant chaque terme par la tension correspondante : $U_{BA} + U_{AD} + U_{DC} + \dots + U_{FB} = 0$. Le remplacement final d'une tension de type U_{MP} par son opposée — U_{PM} n'offre pas de difficulté. Par la suite, on comprendra aisément qu'il est plus rapide d'utiliser les « flèches-tension ».

Exercice 1.

Écrire les relations entre les tensions dans les schémas suivants ;



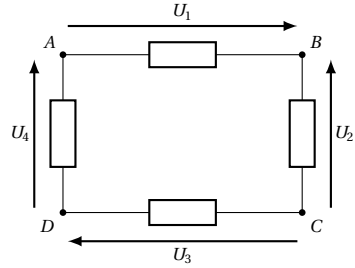
Exercice 2.



On considère le montage de la figure ci-dessous.

- 2.1.** Donner l'expression de U_3 en fonction de U_1 et U_2 .
2.2. Calculer la valeur de U_3 sachant que $U_1 = 3\text{ V}$ et $U_2 = -1,5\text{ V}$.

Exercice 3.



Sur le schéma ci-dessus, on connaît les tensions : $U_1 = 1,5\text{ V}$, $U_2 = -2,5\text{ V}$, $U_3 = 0,75\text{ V}$.

- 3.1.** Que vaut U_4 ?
3.2. Trouvez la valeur de $U_5 = V_B - V_D$ et la valeur de $U_6 = V_A - V_C$.
3.3. En prenant le potentiel du point C comme référence, classer par ordre croissant les potentiels V_A , V_B , V_C et V_D .

Exercice 4.

On dispose de deux lampes L_1 (220 V, 40 W) et L_2 (127 V, 40 W).

- 4.1.** Trouver l'intensité du courant qui traverse chaque lampe en cas de fonctionnement normal.
4.2. On soumet L_2 à la tension de 220 V. Quel risque court-on.

7.3 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 76)

Relation entre les tensions dans les schémas :

Figure a :

■ En utilisant la « relation de Chasles », nous avons :

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \text{ où}$$

$$U_{AC} = U_3;$$

$$U_{AB} = -U_1;$$

$$U_{BC} = U_2.$$

La relation entre les tensions est :

$$U_3 = -U_1 + U_2 = U_2 - U_1.$$

■ En utilisant les flèches-tension, nous constatons que les flèches-tension de U_3 et de U_2 ont le même sens, lequel sens est opposé à la flèche-tension de U_1 .

La relation entre les tensions est :

$$U_3 = -U_1 + U_2 = U_2 - U_1.$$

Figure b : En utilisant les flèches-tension :

$$U_3 = U_1 + U_2.$$

Figure c : En utilisant les flèches-tension :

$$U_4 = U_1 - U_2 + U_3.$$

Figure d : En utilisant les flèches-tension :

$$U_4 = U_1 - U_2 + U_3.$$

Solution 2. (p. 76)

2.1. Expression de U_3 en fonction de U_1 et U_2 .

Considérons la branche ABC.

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \text{ où}$$

$$U_{AC} = -U_3;$$

$$U_{AB} = U_1 \text{ et}$$

$$U_{BC} = -U_2.$$

Donc

$$-U_3 = U_1 - U_2 \Rightarrow$$

$$U_3 = U_2 - U_1.$$

2.2. Valeur de U_3 pour $U_1 = 3\text{ V}$ et $U_2 = -1,5\text{ V}$.

$$U_3 = -1,5 - 3 = -4,5\text{ V}.$$

Solution 3. (p. 76)

3.1. Valeur de U_4 .

Considérons la maille ABCDA, et écrivons la loi des mailles :

$$U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0 \text{ où}$$

$$U_A = -U_1;$$

$$U_{BC} = U_2;$$

$$U_{CD} = -U_3;$$

$$U_{DA} = -U_4.$$

Donc :

$$-U_1 + U_2 - U_3 - U_4 = 0$$

(relation qu'on aurait obtenue directement en utilisant les flèches-tension et en parcourant la maille dans le sens ADCBA).

D'où

$$U_4 = -U_1 + U_2 - U_3 = -1,5 - 2,5 - 0,75 = -4,75\text{ V}.$$

3.2. Valeur de $U_5 = V_B - V_D$.

Appliquons la loi des branches à la branche BAD.

$$U_{BD} = U_{BA} + U_{AD} \text{ où } U_1,$$

$$U_{AB} = U_4 \text{ et}$$

$$U_{DB} = V_D - V_B = -U_5.$$

Donc

$$U_5 = U_1 + U_4 = 1,5 - 4,75 = -3,25\text{ V}.$$

NB: On trouverait le même résultat en utilisant la branche BCD.

3.3. Valeur de $U_6 = V_A - V_C$.

Considérons la branche ABC.

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} \text{ où}$$

$$U_{AB} = U_1;$$

$$U_{BC} = U_2 \text{ et}$$

$$U_{AC} = V_A - V_C = -U_6.$$

Donc

$$U_6 = -U_1 + U_2 = U_2 - U_1.$$

Donc

$$U_6 = -U_1 + U_2 = U_2 - U_1 \Rightarrow$$

$$U_6 = -2,5 - 1,5 = -4\text{ V}.$$

3.4. Classons par ordre croissant les potentiels V_A , V_B , V_C et V_D sachant $V_C = 0$ (référence).

$$V_B - V_C = U_2 = -2,5\text{ V}.$$

Pour

$$V_C = 0;$$

$$V_B = -2,5\text{ V};$$

$$V_A - V_C = U_6 = -4\text{ V}.$$

Pour

$$V_C = 0;$$

$$V_A = -4\text{ V};$$

$$V_D - V_C = U_3 = 0,75\text{ V}.$$

Pour

$$V_C = 0;$$

$$V_D = 0,75\text{ V}.$$

Connaissant la valeur de chaque potentiel, nous pouvons alors les classer par ordre croissant : V_A ; V_B ; V_C ; V_D .

Solution 4. (p. 76)

Les valeurs 220 V et 127 V indiquent les tensions d'utilisation normale de ces lampes.

La valeur 40 W est la puissance consommée par ces lampes.

4.1. *Intensité du courant qui traverse chaque lampe en fonctionnement normal.*

La puissance est liée à la tension et à l'intensité par la relation :

$$P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U}.$$

Lampe L_1 :

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{40}{220} = 0,18 \text{ A}.$$

Lampe L_2 :

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2} = \frac{40}{127} = 0,31 \text{ A}.$$

4.2. A 220 V, la lampe L_2 est ainsi soumise à une surtension, ce qui risque de la détériorer.

Les résistors

8.1	Définition	80
8.2	Caractéristique d'un conducteur ohmique; loi d'Ohm	80
8.2.1	Les deux types de caractéristiques	80
8.2.2	L'intensité de la caractéristique	80
8.2.3	Caractéristique intensité-tension d'un conducteur ohmique	80
8.2.4	Caractéristique tension-intensité d'un conducteur ohmique	81
8.2.5	Loi d'Ohm pour un conducteur ohmique	81
8.2.6	Convention d'orientation pour un conducteur ohmique	82
8.2.7	Remarque : cas des résistors non linéaires	82
8.3	Association de conducteurs ohmiques	82
8.3.1	Association en série	82
8.3.2	Association en parallèle	83
8.3.3	Potentiomètre et rhéostat	83
8.4	Enoncés des exercices et problèmes	86
8.5	Solutions des exercices et problèmes	87

8.1 Définition

On appelle résistor, tout dipôle passif qui transforme intégralement en chaleur toute l'énergie électrique qu'il reçoit.

Il existe deux types de résistor :

- Les résistors linéaires appelés aussi conducteurs ohmiques. C'est le type de résistor le plus répandu et le plus utilisé.
- Les résistors non linéaires.

8.2 Caractéristique d'un conducteur ohmique; loi d'Ohm

Lorsqu'un dipôle électrique est soumis à une tension u , il est généralement parcouru par un courant d'intensité i . Quand on fait varier la tension u , l'intensité i varie aussi.

Chaque couple de valeur (U, I) définit un état de fonctionnement de ce dipôle.

L'ensemble de ces couples permet de tracer les courbes $u(i)$ ou $i(u)$. Ces courbes appelées caractéristiques du dipôle constituent en quelque sorte la « fiche d'identité » du dipôle.

8.2.1 Les deux types de caractéristiques

1. La caractéristique intensité-tension est la courbe représentant les variations de la tension en fonction de l'intensité. On la note caractéristique $u(i)$.
2. La caractéristique tension-intensité est la courbe représentant les variations de l'intensité en fonction de la tension. On note caractéristique $i(u)$.

8.2.2 L'intensité de la caractéristique

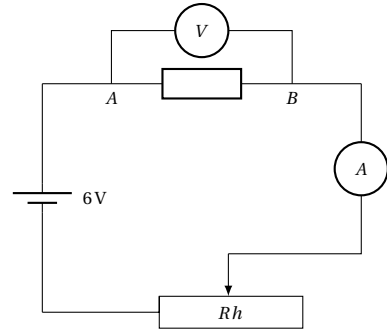
La caractéristique est un document fondamental qui permet de prévoir le comportement du dipôle lorsqu'il est branché dans un circuit. En effet, à partir de sa caractéristique, on peut déterminer :

1. la tension aux bornes d'un dipôle traversé par un courant d'intensité donnée, en particulier la tension maximale que peut supporter le dipôle si on

connaît l'intensité maximale.

2. L'intensité du courant traversant un dipôle soumis à une tension donnée.

Figure 8.1



8.2.3 Caractéristique intensité-tension d'un conducteur ohmique

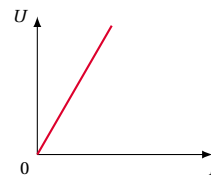
Expérience

Aux bornes d'un générateur de courant continu, branchons en série :

- Le conducteur ohmique AB à étudier.
- Un ampèremètre (A).
- Un rhéostat (Rh). Le réglage du rhéostat permet de modifier progressivement l'intensité I du courant dans le circuit.

Un voltmètre, branché en dérivation aux bornes du conducteur ohmique permet de mesurer la tension U à ses bornes.

Figure 8.2



Lorsque l'intensité du courant qui traverse le conducteur ohmique varie (par réglage du rhéostat), la tension U varie aussi. On note dans un tableau les valeurs de U pour différentes valeurs de I . Ce tableau de valeurs nous permet de tracer la courbe $U(I)$: caractéristique intensité-tension.

Nous constatons pour un conducteur ohmique, que cette caractéristique est une droite passant par l'origine : on dit que le conducteur ohmique est un dipôle linéaire.

8.2. Caractéristique d'un conducteur ohmique; loi d'Ohm

Exploitation

A la caractéristique $U(I)$ ci-dessus, on peut associer une relation du type $U = AI$ où A est le coefficient directeur (ou pente) de la caractéristique $U(I)$.

On désigne habituellement ce coefficient par la lettre R ou r et on l'appelle la résistance du conducteur ohmique.

R et r est une grandeur électrique constante (à température constante) propre au conducteur ohmique étudié. Elle caractérise l'opposition du dipôle au passage du courant électrique.

Unité de la résistance électrique

Dans le système international, la résistance s'exprime en ohm (symbole Ω).

Le nom de cette unité vient du nom du physicien allemand Georg Simon Ohm (1789–1854).

Facteurs dont dépend la résistance d'un conducteur ohmique

Géométrie et nature du conducteur.

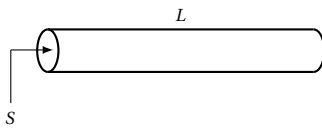


Figure 8.3

Géométrie et nature du conducteur

Pour un conducteur cylindrique et homogène, on démontre que sa résistance

- est proportionnelle à la longueur l .
- est inversement proportionnelle à l'aire s de sa section.
- dépend de la nature du conducteur selon un facteur ρ appelé résistivité du conducteur. On écrit :

$$R = \rho \frac{l}{s};$$

R en ohms (Ω); l en mètre (m); s en mètres carrés (m^2); ρ en ohm $\times$ mètre (Ωm).

Influence de la température

La résistivité ρ d'un conducteur varie avec la température θ selon la relation :

$$\rho_\theta = \rho_0(1 + a\theta).$$

ρ_θ est la résistivité à la température $\theta^\circ\text{C}$. ρ_0 est la résistivité à 0°C . a est le coefficient de température.

Remarque.

- Le coefficient a est positif pour les métaux et les alliages. Il s'en suit une augmentation de résistivité avec la température pour ces conducteurs.
- Certains métaux (étain, plomb ...) et alliages ont une résistivité nulle au dessus d'une certaine température : c'est la supraconductivité.
- Le coefficient a est négatif pour le carbone et les électrolytes. Leur résistivité diminue avec la température.

NB: Une mauvaise habitude a été prise : celle d'utiliser le terme *résistance* pour désigner à la fois le dipôle (conducteur ohmique) et l'un de ses paramètres physiques.

C'est pourquoi on emploie indifféremment les deux termes qui ont la même signification. Ainsi, lorsqu'on lit : soit une résistance de valeur $R = 10\Omega$...; il faut comprendre : soit un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$.

8.2.4 Caractéristique tension-intensité d'un conducteur ohmique

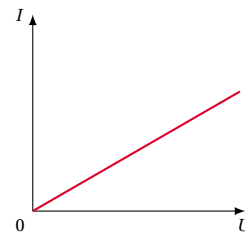


Figure 8.4

En utilisant le tableau de valeurs du paragraphe 8.2.3, on trace cette fois la courbe $I(U)$, en portant la tension U en abscisses et l'intensité I en ordonnées.

La caractéristique tension-intensité d'un conducteur ohmique est une droite passant par l'origine.

A cette caractéristique, on peut associer une relation du type : $I = BU$ où B est le coefficient directeur (pente) de la caractéristique $I(U)$.

On désigne habituellement ce coefficient par la lettre G et on l'appelle la conductance du conducteur ohmique.

G caractérise l'aptitude du conducteur ohmique à conduire le courant électrique. Elle s'exprime en siemens (symbole S) du nom de l'ingénieur allemand Von Siemens (1816–1892).

8.2.5 Loi d'Ohm pour un conducteur ohmique

Pour un dipôle quelconque, la loi d'Ohm est la relation qui lie l'intensité I du courant dans le dipôle à la tension U appliquée à ses bornes.

Dans le cas d'un conducteur ohmique, à température constante, le courant qui le traverse est proportionnel à la tension qui est appliquée. La loi d'ohm pour le conducteur ohmique s'écrit alors : $U = RI$ avec R en ohms (Ω); U en volts (V); I en ampères (A) $I = GU$ avec I en ampères (A); U en volts (V); G en siemens (S).

Conséquence :

En comparant les deux relations $U = RI$ et $I = GU$, on en déduit que :

$$R = \frac{1}{G}.$$

Conductance et résistance sont deux grandeurs inverses l'une de l'autre.

8.2.6 Convention d'orientation pour un conducteur ohmique

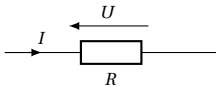


Figure 8.5

Pour un conducteur ohmique, les flèches « I » et « $U = RI$ » ont des sens opposés.

8.2.7 Remarque : cas des résistors non linéaires

Il existe des résistors dont la caractéristique n'est pas linéaire. Pour ces résistors, les grandeurs U et I ne sont pas proportionnelles.

C'est le cas de la varistance ou R.D.T. (Résistor dont la résistance Dépend de la Tension) encore appelé en anglais V.D.R. (Voltage Dependant Resistor).

8.3 Association de conducteurs ohmiques

Les valeurs normalisées des résistances ne correspondent pas toujours aux besoins de l'utilisateur. On obtient les valeurs recherchées en associant plusieurs conducteurs ohmiques judicieusement choisis. Il existe deux modes d'association des dipôles : l'association en série et l'association en parallèle ou en dérivation. Toute autre association se ramène à l'une combinaison de ces deux modes d'association.

8.3.1 Association en série

Associations en série deux conducteurs de résistance R_1 et R_2 . Figure 8.6a ci-dessous.

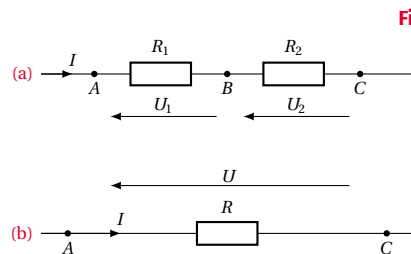


Figure 8.6

Définition.

Le dipôle équivalent à deux conducteurs ohmiques de résistances R_1 et R_2 en série est le dipôle qui est parcouru par la même intensité I , lorsqu'il est soumis à la même tension U_{AC} (Figure 8.6b)

- Un même courant d'intensité I traverse les deux dipôles.
- Appliquons la loi d'Ohm à chacun de ces dipôles : $U_{AB} = U_1 = R_1 I$ et $U_{BC} = U_2 = R_2 I$.
- Appliquons la loi d'additivité des tensions aux bornes de l'ensemble :

$$\begin{aligned} U &= U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = U_1 + U_2 \\ &= R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I = RI \text{ avec} \\ R &= R_1 + R_2. \end{aligned}$$

Donc le dipôle équivalent à deux conducteurs ohmiques en série est le conducteur ohmique dont la résistance (dite résistance équivalente) R est la somme des résistances des deux conducteurs ohmiques. $R = R_1 + R_2$.

8.3. Association de conducteurs ohmiques

Généralisation

Ce résultat se généralise à n conducteurs ohmiques en série

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^{i=n} R_i.$$

8.3.2 Association en parallèle

Les deux conducteurs ohmiques de résistance R_1 et R_2 sont maintenant associés en parallèle. (Figure ci-dessous).

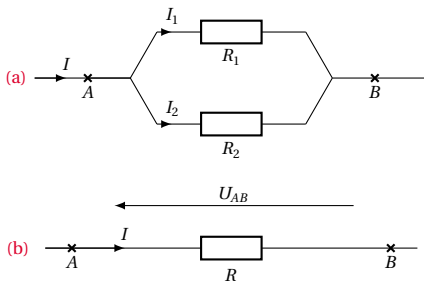


Figure 8.7

Définition.

Le dipôle équivalent à deux conducteurs ohmiques de résistance R_1 et R_2 associés en parallèle est le dipôle qui est parcouru par l'intensité I du circuit principal lorsqu'il est soumis à la même tension U_{AB} .

Appliquons la loi d'Ohm à chacun des conducteurs ohmiques :

$$U_{AB} = R_1 I_1 \text{ et } U_{AB} = R_2 I_2 \text{ soit}$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{R_1} \text{ et } I_2 = \frac{U_{AB}}{R_2}.$$

Appliquons la loi des noeuds en A :
 $I = I_1 + I_2$ soit

$$I = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_{AB}.$$

En posant

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2};$$

$$I = \frac{1}{R} U_{AB} \text{ ou}$$

$$U_{AB} = RI.$$

Donc le dipôle équivalent à deux conducteurs ohmiques associés en parallèle est le conducteur ohmique

de résistance R telle que :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Généralisation

On peut généraliser le résultat ci-dessus à n conducteurs ohmiques en parallèle :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{R_i} \text{ ou}$$

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n = \sum_{i=1}^{i=n} G_i.$$

Exercice

Calculer la résistance équivalente du dipôle (A, B) avec $R_1 = 10\Omega$; $R_2 = 20\Omega$; $R_3 = 6\Omega$; $R_4 = 9\Omega$ (Fig. 8.8a).

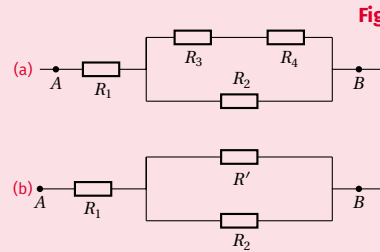


Figure 8.8

Solution

L'association série (R_3, R_4) est équivalente à un conducteur ohmique de résistance, $R' = R_3 + R_4 = 15\Omega$.
L'association en parallèle (R', R_2) est équivalente à un conducteur ohmique de résistance R'' (Fig. 8.9c) telle que :

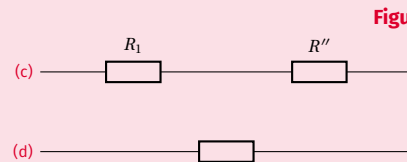


Figure 8.9

$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow$$

$$R'' = \frac{R_2 R'}{R_2 + R'} = \frac{20 \cdot 15}{20 + 15} = 8,6\Omega.$$

L'association en série (R_1, R'') est équivalente à un conducteur ohmique de résistance.
 $R = R_1 + R'' = 10 + 8,6 = 18,6\Omega$.
La résistance équivalente R de l'association 8.2.3 est $R = 18,6\Omega$.

8.3.3 Potentiomètre et rhéostat

Potentiomètre

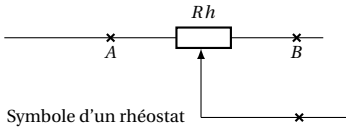


Figure 8.10

C'est un conducteur ohmique possédant trois bornes : deux bornes A et B aux deux extrémités et une borne C reliée à un contact mobile.

Rhéostat

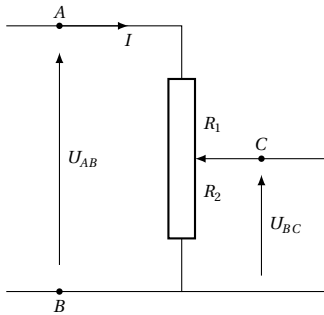


Figure 8.11

Un potentiomètre utilisé entre l'une de ses extrémités, A ou B, et la borne C est un conducteur ohmique de résistance réglable : C'est un rhéostat. Le réglage du rhéostat permet de faire varier l'intensité du courant dans le circuit.

Montage potentiométrique

Relions les bornes extrêmes A et B du potentiomètre aux bornes P et N d'un générateur idéal de tension. La tension $U_{PN} = U_{AB}$ est la tension d'entrée U_e du potentiomètre.

Branchons un voltmètre entre les bornes C et B afin de mesurer la tension de sortie $U_s = U_{CB}$.

On constate que la tension U_s varie entre 0 et U_e lorsqu'on modifie la position du curseur C du potentiomètre.

Conclusion: Un montage potentiométrique permet d'obtenir une tension de sortie réglable; il peut être utilisé pour alimenter un dipôle.

Etude théorique d'un potentiomètre

Posons

$$R_1 = R_{AC};$$

$$R_2 = R_{CB} \text{ et}$$

$$R_1 + R_2 = R_{AB}.$$

Appliquons la loi d'ohm à R_{AB} :

$$U_e = R_{AB} I = (R_1 + R_2) I.$$

En l'absence de dipôle branché entre B et C, la tension $U_{CB} = U_s$ a pour expression : $U_s = R_{CB} I = R_2 I$ (loi d'Ohm).

Calculons le rapport U_s/U_e :

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$U_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_e.$$

La tension de sortie U_s est donc une fraction de la tension d'entrée U_e .

En choisissant convenablement les valeurs de R_1 et R_2 , on peut réaliser cette fraction. Par exemple, en choisissant R_1 et R_2 tel que $R_1 = R_2$, on a :

$$U_s = \frac{U_e}{2}.$$

Conclusion: Le montage potentiométrique est un diviseur de tension ajustable par déplacement du curseur C.

Applications : Ampèremètre et Voltmètres

Les ampèremètres et les voltmètres sont constitués d'un milliampèremètre très sensible auquel on associe des conducteurs ohmiques. Supposons que ce milliampèremètre (mA) ait son maximum I_m (de l'ordre de quelques dizaine de milliampères).

Transformation en ampèremètre

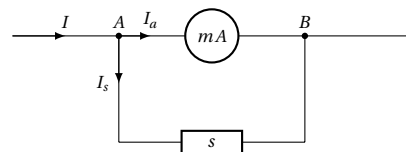


Figure 8.12

Si on veut mesurer une intensité de courant beaucoup plus grande que I_m , il faut placer en dérivation, aux borne de l'appareil, un conducteur ohmique (appelé shunt), de faible résistance s , qui va dévier la plus grande partie du courant.

Soit I l'intensité du courant principal (intensité à mesurer).

8.3. Association de conducteurs ohmiques

I_a l'intensité du courant dans le milliampèremètre.
 I_s , l'intensité du courant dans le shunt.

$$n = \frac{I}{I_a}$$

est appelé multiplicateur du shunt.

D'après la loi des noeuds.

$$I = I_a + I_s \text{ avec}$$

$$I_a = \frac{I}{n} \text{ et}$$

$$I_s = I - I_a = I \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

La loi d'Ohm appliquée aux bornes des deux dipôles nous donne :

$$U_{AB} = a I_a = s I_s \text{ soit}$$

$$\frac{a I}{n} = s I \left(1 - \frac{1}{n} \right) \Rightarrow$$

$$s = \frac{a}{n-1}.$$

La plus part des ampèremètres sont munis de plusieurs shunts, permettant de les utiliser pour plusieurs gammes d'intensités. On parle alors d'ampèremètre à plusieurs calibres.

Transformation en voltmètre

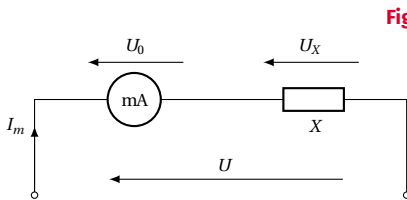


Figure 8.13

La tension aux bornes du milliampèremètre traversé par un courant d'intensité i est : $U_0 = a i$.

Il est donc possible, puisque U_0 est proportionnelle à i , de mesurer une tension avec cet appareil.

Mais l'intensité maximale étant faible, U_0 est aussi faible.

Si on veut mesurer une tension plus grande il faut placer en série avec le milliampèremètre, une résistance X .

Exercice

On utilise un milliampèremètre supportant une intensité maximale de $50 \mu\text{A}$, pour mesurer une tension de 10 V . Calculons la résistance X qu'il faut lui associer, sachant que sa résistance est $a = 2000 \Omega$.

Solution

$$U = U_0 + U_X = a I_m + X I_m \Rightarrow$$

$$X = \frac{1}{I_m} (U - a I_m)$$

$$= \frac{10 - 2000 \times 50 \times 10^{-6}}{50 \times 10^{-6}} = 198000 \Omega.$$

Dans ce cas, la résistance de l'association est : $a + X = 200000 \Omega$.

Cette résistance est très grande!!

Un voltmètre a une résistance très grande et ne doit jamais être monté en série dans un circuit.

8.4 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

L'équation de la caractéristique d'un dipôle symétrique (A, B) est : $U_{AB} = 2I$ (U_{AB} en volts, I en ampères).

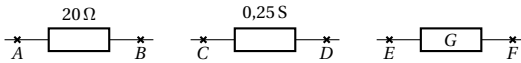
1.1. Quelle est la nature de ce dipôle? Quelle est sa résistance? Quelle est sa conductance?

1.2. Tracer sa caractéristique intensité-tension : $U_{AB} = f(I)$, le dipôle étant orienté de A vers B .

1.3. Reprendre la question précédente, le dipôle étant orienté de B vers A .

Exercice 2.

Soient trois conducteurs ohmiques schématisés ci-dessous :



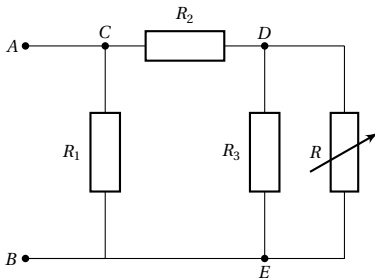
2.1. Si $I = 20$ mA, calculer U_{BA} .

2.2. Si $U_{DC} = 5$ V, Calculer I .

2.3. Si $U_{EF} = 15$ V et $I = 200$ mA, calculer la conductance et la résistance du dipôle (E, F) .

Exercice 3.

Dans le montage ci-dessous, $R_1 = 60 \Omega$,



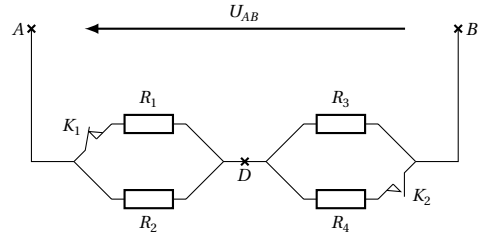
$R_2 = 14 \Omega$ et $R_3 = 10 \Omega$. La résistance du résistor R est réglable.

3.1. Exprimer en fonction de R , la résistance R_e équivalente au dipôle (A, B) .

3.2. Calculer R_e pour $R = 10 \Omega$ puis $R = 40 \Omega$.

3.3. Pour quelle valeur R_C de R a-t-on $R_e = R_C = R$?

Exercice 4.



Des conducteurs ohmiques sont montés entre A et B comme l'indique la figure ci-dessous. La d.d.p. $V_A - V_B$ vaut 12 V. Calculer :

4.1. La résistance totale de la portion de circuit AB lorsque les deux interrupteurs K_1 et K_2 sont fermés.

4.2. L'intensité du courant principal lorsque les deux interrupteurs sont fermés.

4.3. L'intensité du courant lorsque les deux interrupteurs sont ouverts.

Exercice 5.

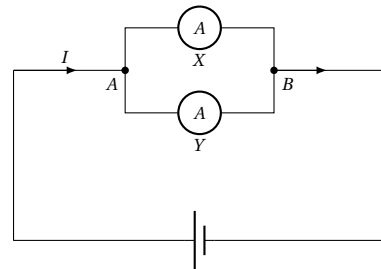
On réalise un montage potentiométrique à l'aide d'un rhéostat de résistance maximale 1000Ω et d'un conducteur ohmique de résistance $R_2 = 100 \Omega$; La tension d'entrée est $U_e = 6$ V.

5.1. R_x est la résistance du rhéostat introduit dans le circuit (elle varie en fonction de la position du curseur). Exprimer l'intensité du courant en fonction de U_e , R_x et R_2 .

5.2. Exprimer la tension U_s en fonction de R_x , R_2 et U_e .

5.3. Entre quelles valeurs la tension U_s peut-elle être réglée en déplaçant le curseur du rhéostat?

Exercice 6.



Pour mesurer l'intensité I du courant qui traverse un circuit, on réalise le montage ci-contre. X et Y sont deux ampèremètres dont le plus grand calibre est de 3 A.

6.1. Sachant que l'ordre de grandeur et I est de 5 A, justifier ce montage.

6.2. La résistance de l'ampèremètre X est de $0,04 \Omega$. Calculer la d.d.p. entre A et B , sachant que I vaut 5 A et que l'ampèremètre Y est traversé par une intensité de 2 A.

6.3. Que vaut la résistance de l'ampèremètre Y ?

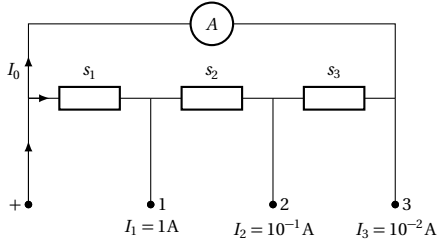
6.4. Ne disposant que d'ampèremètres dont le plus

8.5. Solutions des exercices et problèmes

grand calibre est 3 A, comment pouvait-on renforcer leur sécurité?

Exercice 7.

Un ampèremètre à 3 calibres (1 A , 10^{-1} A , 10^{-2} A) est représenté par le schéma ci-contre.



Pour utiliser l'ampèremètre, on le branche entre la borne + et les bornes 1, 2 ou 3, suivant le calibre désiré. $S_1 = 1\ \Omega$; $S_2 = 9\ \Omega$. I_0 est l'intensité qui provoque la déviation maximale de l'aiguille de l'ampèremètre dont la résistance est a . La chute de tension dans l'ampèremètre, $a\ I_0$, est la même, $0,9\text{ V}$, quel que soit le calibre utilisé. Calculer S_3 , a , I_0 .

Exercice 8.

Un câble de cuivre destiné à une ligne électrique a une section de $0,8\text{ cm}^2$. On veut le remplacer par un câble d'aluminium de même résistance.

8.1. Quelle doit être la section de ce câble?

8.2. Calculer le rapport des masses des deux câbles.

On donne :

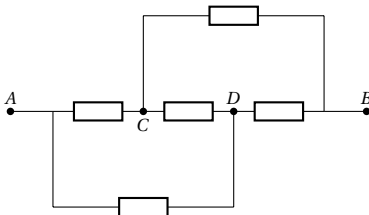
$$\rho_{\text{Cu}} = 1,6 \times 10^{-8}\ \Omega\text{ m};$$

$$\rho_{\text{Al}} = 2,5 \times 10^{-8}\ \Omega\text{ m}$$

densité du cuivre = 8,9, densité de l'aluminium = 2,7.

Exercice 9.

Le schéma ci-dessous représente un réseau constitué de conducteur ohmique tous identiques de résistance R .



9.1. Lorsqu'on applique une tension entre les bornes A et B de ce réseau, on constate qu'il circule un courant de même intensité dans chaque conducteur, sauf dans l'un où l'intensité est nulle. Lequel? Justifier votre réponse.

9.2. En déduire la résistance équivalente entre les bornes A et B.

8.5 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 86)

1.1. Nature du dipôle (A, B)

Le dipôle pour lequel la loi d'Ohm est une fonction linéaire est un conducteur ohmique.

Or $U_{AB} = 2I$ (fonction linéaire).

Donc le dipôle (A, B) est un conducteur ohmique.

Résistance du dipôle (A, B).

Pour un conducteur ohmique, le rapport U/I détermine sa résistance.

Pour le dipôle (A, B),

$$R = \frac{U_{AB}}{I} = 2$$

$$\Rightarrow R = 2\ \Omega.$$

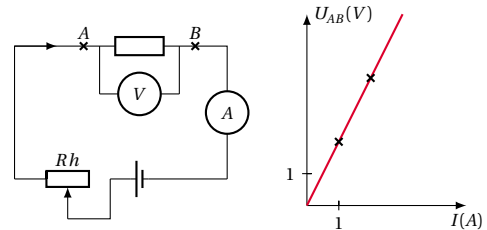
Conducteur G du dipôle (A, B)

$$G = \frac{1}{R} = \frac{1}{2} = 0,5\text{ S}.$$

1.2. Caractéristique intensité-tension de ce dipôle

1.3. Le dipôle est orienté de B vers A

Le conducteur ohmique étant un dipôle symétrique, si on retourne ce dipôle, on retrouve les mêmes points. Donc la caractéristique est la même que celle ci-dessous.



Solution 2. (p. 86)

2.1.

$$U_{BA} = R_{AB} I = 20 \times 0,02 = 0,4\text{ V}.$$

2.2.

$$U_{DC} = R_{CD} I$$

$$\Rightarrow I = \frac{U_{DC}}{R_{CD}} = G_{CD} U_{DC} = 0,25 \times 5 = 1,25\text{ A}.$$

2.3.

$$I = G_{EF} U_{EF}$$

$$\Rightarrow G_{EF} = \frac{0,2}{15} = 0,0133\text{ S}.$$

La résistance du dipôle (E, F) est :

$$R_{EF} = \frac{1}{G_{EF}} = \frac{1}{0,0133} = 75\ \Omega.$$

Solution 3. (p. 86)**3.1. Expression de $R_e = R_{AB}$**

- Expression de la résistance équivalente de la portion (D, E) du circuit :

$$R_{DE} = \frac{R_3 R}{R_3 + R}.$$

Pour

$$R_3 = 10\Omega;$$

$$R_{DE} = \frac{10R}{10 + R}.$$

- Résistance de la portion (C, E) :

$$R_{CE} = R_{CD} + R_{DE} = R_2 + R_{DE}.$$

Pour

$$R_2 = 14\Omega;$$

$$R_{CE} = 14 + \frac{10R}{10 + R} = \frac{140 + 24R}{10 + R}.$$

- Résistance de la portion (A, B).

$$\begin{aligned} R_{AB} &= \frac{R_1 R_{CE}}{R_1 + R_{CE}} \\ &= \frac{R_1 \left(\frac{140 + 24R}{10 + R} \right)}{R_1 + \frac{140 + 24R}{10 + R}} \\ &= \frac{R_1 (140 + 24R)}{R_1 (10 + R) + 140 + 24R}. \end{aligned}$$

Pour

$$R_1 = 60\Omega;$$

$$R_{AB} = \frac{2100 + 360R}{185 + 21R} = R_e.$$

3.2. Valeur de R_e pour**3.2.1.**

$$R = 10\Omega;$$

$$R_C = \frac{2100 + 360 \cdot 10}{185 + 21 \cdot 10} = 14,4\Omega.$$

3.2.2.

$$R = 40\Omega;$$

$$R_e = \frac{2100 + 360 \cdot 40}{185 + 21 \cdot 10} = 16,1\Omega.$$

3.3. Valeur R_e de R pour laquelle $R_e = R$

Réolvons l'équation :

$$\frac{2100 + 360R}{185 + 21R} = R \Leftrightarrow 21R^2 - 175R - 2100 = 0.$$

La résolution de cette équation du second degré en R donne : $R_c = 15\Omega$.

La deuxième solution de cette équation est négative, nous la rejetons car elle n'a pas de signification physique.

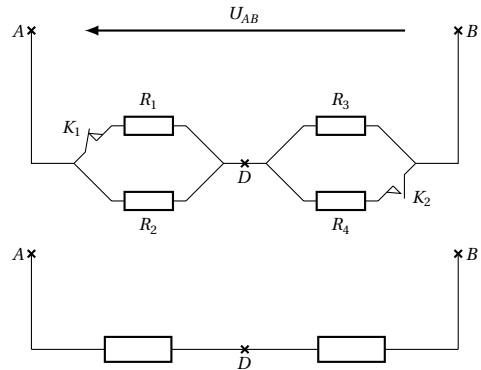
Solution 4. (p. 86)**4.1. Résistance totale de la portion (A, B) lorsque K_1 et K_2 sont fermés.**

Calculons les résistances équivalentes aux portions AD et DB.

$$R_{AD} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4\Omega;$$

$$R_{DB} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega.$$

La résistance de la portion (AB) est alors : $R_{AB} = R_{AD} + R_{DB} = 4 + 2 = 6\Omega$.

4.2. Intensité du courant principal lorsque les deux interrupteurs sont fermés

D'après la définition du dipôle équivalent,

$$U_{AB} = R_{AB} I$$

$$\Rightarrow I = \frac{U_{AB}}{R_{AB}} = \frac{12}{6} = 2\text{A}.$$

4.3. Intensité du courant lorsque les interrupteurs sont ouverts

Dans ce cas, R_1 et R_4 ne sont plus parcourus par un courant. Seuls R_2 et R_3 sont parcourus par un courant. De plus ces deux résistances sont en série donc :

$$R'_{AB} = R_2 + R_3 = 6 + 3 = 9\Omega;$$

$$U_{AB} = R'_{AB} I'$$

$$\Rightarrow I' = \frac{U_{AB}}{R'_{AB}} = \frac{12}{9} = 1,33\text{A}.$$

Solution 5. (p. 86)**5.1. Intensité I du courant**

Appliquons la loi d'Ohm au dipôle (A, B) de résistance. $R_{AB} = R_x + R_2$.

La loi d'Ohm s'écrit :

$$U_e = R_{AB} I = (R_x + R_2) I \text{ d'où :}$$

$$I = \frac{U_e}{R_x + R_2}.$$

5.2. Expression de la tension U_s

Appliquons la loi d'Ohm au dipôle (C, B) :

$$U_s = R_2 I \text{ avec}$$

8.5. Solutions des exercices et problèmes

$$I = \frac{U_e}{R_x + R_2}$$

$$\Rightarrow U_s = \frac{R_2}{R_x + R_2} U_e$$

5.3. Valeurs limites de U_s

U_s est une fonction décroissante de R_x .

Pour

$$R_x = R_{\min} = 0;$$

$$U_s = U_{\max} = U_e = 6 \text{ V}.$$

Pour

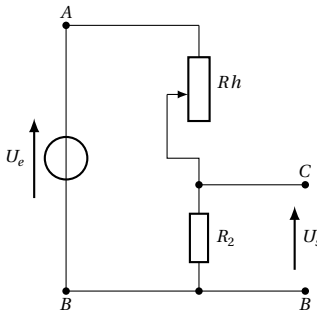
$$R_x = R_{\max} = 1000 \Omega;$$

$$U_s = U_{\min} = \frac{100}{1000 + 100} \cdot 6 = 0,54 \text{ V}.$$

Donc, $0,54 \text{ V} \leq U_s \leq 6 \text{ V}$.

Solution 6. (p. 86)**6.1. Justification du montage**

Les deux ampèremètres montés en dérivation reçoivent chacun, une partie du courant principal. On réduit ainsi le risque de dépasser l'intensité maximale (3 A) que peut supporter un ampèremètre.

**6.2. Calculons la d.d.p. U_{AB}**

$$U_{AB} = R_X I_X = I_Y + I_X$$

$$\Rightarrow I_X = I - I_Y$$

$$\Rightarrow U_{AB} = R_X (I - I_Y)$$

A.N.

$$R_X = 0,04 \Omega;$$

$$I = 5 \text{ A};$$

$$I_Y = 2 \text{ A};$$

$$U_{AB} = 0,12 \text{ V}.$$

6.3. Résistance R_X de l'ampèremètre Y

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes de cet ampèremètre :

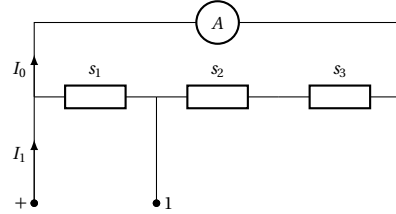
$$U_{AB} = R_Y I_Y$$

$$\Rightarrow R_Y = \frac{U_{AB}}{I_Y} = \frac{0,12}{2} = 0,06 \Omega.$$

6.4. Pour renforcer la sécurité de l'ampèremètre, il faut lui associer en parallèle un résistor de faible résistance appelé shunt, qui a pour rôle de dévier la plus grande partie du courant.

Solution 7. (p. 87)

Calculons les grandeurs s_3 a et I_0



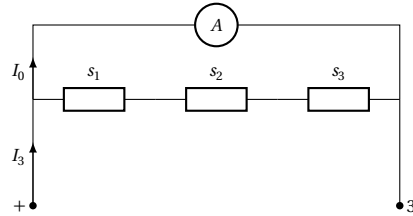
Envisageons les branchements suivants de l'ampère-mètre :

7.1. Sur les bornes + et 1 (Fig. 1 ci-dessus).

Appliquons la loi d'Ohm entre les deux bornes :

$$s_1 (I_1 - I_0) = (a + s_2 + s_3) I_0. \quad (\text{S8.1})$$

7.2. Sur les bornes + et 3 (Fig. ci-dessous)



Appliquons la loi d'Ohm entre les deux bornes :

$$a I_0 = (s_1 + s_2 + s_3) (I_3 - I_0). \quad (\text{S8.2})$$

$$\text{S8.1} \Rightarrow (a + s_1 + s_2 + s_3) I_0 = s_1 I_1; \quad (\text{S8.3})$$

$$\text{S8.2} \Rightarrow (a + s_1 + s_2 + s_3) I_0 = (s_1 + s_2 + s_3) I_3. \quad (\text{S8.4})$$

$$\frac{\text{S8.3}}{\text{S8.4}} \Rightarrow s_1 I_1 = (s_1 + s_2 + s_3) I_3$$

d'où

$$s_1 + s_2 + s_3 = \frac{s_1 I_1}{I_3}$$

$$\Rightarrow s_3 = \frac{s_1 I_1}{I_3} - (s_1 + s_2).$$

A.N.

$$s_1 = 1 \Omega; \quad s_2 = 9 \Omega;$$

$$I_1 = 1 \text{ A}; \quad I_3 = 10^{-2} \text{ A};$$

$$s_3 = \frac{1 \cdot 1}{10^{-2}} - (1 + 9) = 90 \Omega$$

$$\Rightarrow s_3 = 90 \Omega$$

Calcul de I_0

$$\text{S8.2} \Rightarrow I_3 - I_0 = \frac{a I_0}{s_1 + s_2 + s_3}$$

$$\Rightarrow I_0 = I_3 - \frac{a I_0}{s_1 + s_2 + s_3}$$

$$\Rightarrow I_0 = I_3 - \frac{a I_0}{s_1 + s_2 + s_3}$$

A.N.

$$\begin{aligned} I_3 &= 10^{-2} \text{ A}; & a I_0 &= 0,9 \text{ V}; \\ s_1 &= 1 \Omega; & s_2 &= 9 \Omega; \\ s_3 &= 90 \Omega; \end{aligned}$$

$$I_0 = 10^{-2} - \frac{0,9}{1+9+10} = 10^{-3} \text{ A}.$$

Calcul de a

$$\begin{aligned} a I_0 &= 0,9 \\ \Rightarrow a &= \frac{0,9}{I_0} = \frac{0,9}{10^{-3}} = 900 \Omega. \end{aligned}$$

Solution 8. (p. 87)**8.1. Section du câble d'aluminium**Soit R_{Cu} la résistance du câble de cuivre.

$$R_{\text{Cu}} = \frac{\rho_{\text{Cu}} l}{S_{\text{Cu}}}.$$

 R_{Al} est la résistance du câble d'aluminium.

$$R = \frac{\rho_{\text{Al}} l}{S_{\text{Al}}}.$$

Les deux câbles ayant la même résistance,

$$\begin{aligned} \frac{\rho_{\text{Al}} l}{S_{\text{Al}}} &\Rightarrow \frac{\rho_{\text{Al}} l}{S_{\text{Al}}} \Rightarrow \\ S_{\text{Al}} &= S_{\text{Cu}} \frac{\rho_{\text{Al}}}{\rho_{\text{Cu}}}. \end{aligned}$$

A.N.

$$\begin{aligned} S_{\text{Cu}} &= 0,8 \text{ cm}^2; \\ \rho_{\text{Al}} &= 2,5 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}; \\ S_{\text{Al}} &= \frac{0,8 \times 2,5 \times 10^{-8}}{1,6 \times 10^{-8}} = 1,25 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

8.2. Rapport des masses des deux câbles m_{Cu} étant la masse du câble de Cu.

$$m_{\text{Cu}} = \rho_1 V_{\text{Cu}} = \rho_1 S_{\text{Cu}} l$$

où ρ_1 est la masse volumique du cuivre.

De même la masse du câble d'aluminium est :

$$m_{\text{Al}} = \rho_2 V_{\text{Al}} = \rho_2 S_{\text{Al}} l$$

où ρ_2 est la masse volumique d'aluminium.

Le rapport des masses est :

$$\frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} = \frac{\rho_1 S_{\text{Cu}} l}{\rho_2 S_{\text{Al}} l} = \frac{\rho_1 S_{\text{Cu}}}{\rho_2 S_{\text{Al}}}.$$

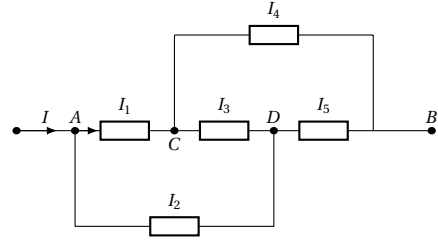
A.N.

$$\begin{aligned} \rho_1 &= d_{\text{Cu}} \text{ (en g cm}^{-3}\text{)} = 8,9 \text{ g cm}^{-3}; \\ \rho_2 &= d_{\text{Al}} \text{ (en g cm}^{-3}\text{)} = 2,7 \text{ g cm}^{-3}; \\ S_{\text{Cu}} &= 0,8 \text{ cm}^2; \\ S_{\text{Al}} &= 1,25 \text{ cm}^2; \\ \frac{m_{\text{Cu}}}{m_{\text{Al}}} &= \frac{8,9 \cdot 0,8}{2,7 \cdot 1,125} = 2,1. \end{aligned}$$

Conclusion: Pour la même résistance et la même longueur, le câble de cuivre, bien que plus fin, est environ deux fois plus lourd que le câble d'aluminium.

Solution 9. (p. 87)

9.1. L'intensité du courant étant la même dans tous les conducteurs ohmiques, appliquons la loi des noeuds successivement



■ Au point A :

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 \text{ avec } I_1 = I_1' \\ \Rightarrow I &= 2I' \Rightarrow I' = \frac{I}{2} \\ \Rightarrow I_1 &= I_2 = \frac{I}{2}. \end{aligned}$$

■ Au point C

$$I_1 = I_3 + I_4. \quad (\text{S8.1})$$

Or

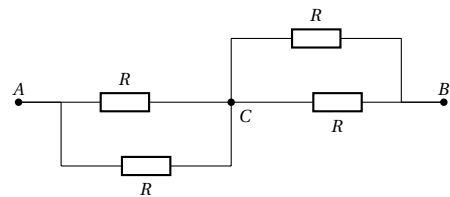
$$I_3 = I_1 = \frac{I}{2}$$

car l'intensité du courant est la même dans tous les conducteurs ohmiques, sauf une.

Nous déduisons de S8.1 que $I_3 = 0$.

Ce résultat est confirmé au noeud D où,

$$\begin{aligned} I_3 + I_2 &= I_5 \text{ avec} \\ I_5 &= I_2 = \frac{I}{2}. \end{aligned}$$

9.2. Résistance équivalente R_e de la portion (A, B).

De ce qui précède, aucun courant ne circule dans la branche CD. On peut donc la supprimer, sans modifier le comportement du réseau. Nous obtenons alors le réseau suivant : $R_e = R_{AB} = R_{AC} + R_{CB}$ où

$$R_{AC} = \frac{RR}{R+R} = \frac{R}{2} \quad \text{et} \quad R_{CB} = \frac{RR}{R+R} = \frac{R}{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow R_e &= \frac{R}{2} + \frac{R}{2} = R; \\ R_e &= R_{AB} = R. \end{aligned}$$

Les diodes

9.1	Les diodes à jonction	92
9.1.1	Description sommaire d'une diode	92
9.2	La diode est un dipôle passif, dissymétrique	92
9.2.1	C'est un dipôle passif	92
9.2.2	C'est un dipôle dissymétrique	92
9.2.3	Polarisation directe, polarisation inverse	93
9.3	Les deux caractéristiques d'une diode	93
9.3.1	Caractéristiques directes	93
9.3.2	La caractéristique inverse	94
9.4	Applications des diodes à jonction	95
9.5	Les diodes Zener	95
9.6	Caractéristique d'une diode Zener	95
9.7	Applications des diodes Zener	95
9.8	Linéarisation des caractéristiques : diodes idéales	95
9.8.1	Définitions	96
9.8.2	Caractéristique d'une diode à jonction idéale : conséquences	96
9.8.3	Caractéristique d'une diode Zener idéale : conséquences	96
9.9	D'autre Diodes	96
9.9.1	Les diodes électroluminescentes (<i>D.E.L.</i>)	97
9.9.2	Les photodiodes	97
9.10	Enoncés des exercices et problèmes	97
9.11	Solutions des exercices et problèmes	99

9.1 Les diodes à jonction

9.1.1 Description sommaire d'une diode

Une diode est constituée de deux semi-conducteurs en contact très étroit :

- l'un de ces semi-conducteurs est du type *P* (c'est-à-dire que dans ce semi-conducteur les porteurs positifs encore appelés trous positifs sont majoritaires)
- l'autre semi-conducteur est de type *N* (ici, les porteurs négatifs, les électrons libres, sont majoritaires)

Cet ensemble de semi-conducteur porte aussi le nom de jonction *PN*

Nous conviendrons d'appeler :

- *P*, la borne reliée au semi-conducteur de type *P* (Anode)
- *N*, la borne reliée au semi-conducteur de type *N* (cathode).

Dans la pratique, la borne *N* est toujours du côté de l'anneau peint sur la diode.

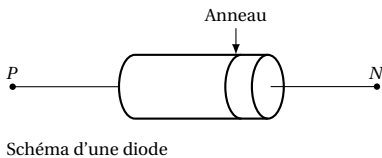
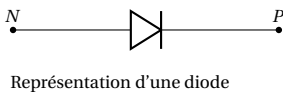


Schéma d'une diode

Figure 9.1



Représentation d'une diode

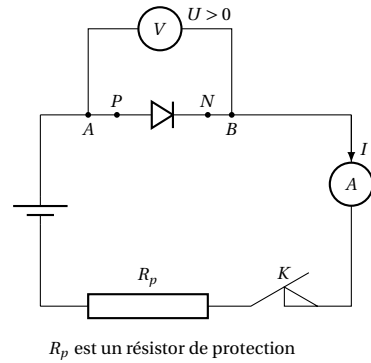
Figure 9.2

9.2 La diode est un dipôle passif, dissymétrique

9.2.1 C'est un dipôle passif

Réalisons le montage de la figure 9.3, ci-dessous.

Lorsque l'interrupteur *K* est fermé, l'ampèremètre indique qu'un courant d'intensité *I* traverse la diode de *P* vers *N*.



R_p est un résistor de protection

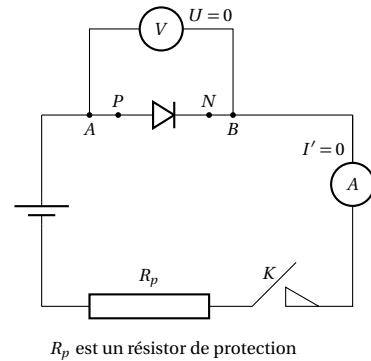
Figure 9.3

Le voltmètre indique aussi que :

$$U = V_A - V_B = V_P - V_N > 0 \Rightarrow V_P > V_N.$$

Donc le courant descend les potentiels en traversant la diode.

Considérons maintenant la figure 9.4 :



R_p est un résistor de protection

Figure 9.4

Ouvrons l'interrupteur *K*. Pendant que l'ampèremètre indique une intensité de courant nulle, le voltmètre indique aussi que :

$$U = V_A - V_B = V_P - V_N = 0 \Rightarrow V_P = V_N.$$

Donc lorsque $V_P - V_N$, aucun courant ne traverse la diode.

Ces deux propriétés montrent que la diode est un dipôle passif.

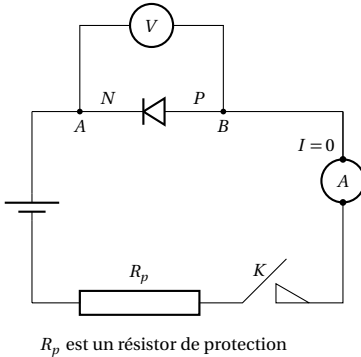
9.2.2 C'est un dipôle dissymétrique

Reprenons l'expérience de la figure 9.3.

Sans changer le reste du circuit, on retourne la diode. Ainsi, la borne *N* de la diode est reliée à *A* et la borne *P* à *B*.

9.3. Les deux caractéristiques d'une diode

Figure 9.5



Lorsque l'interrupteur K est fermé, l'ampèremètre nous indique qu'il ne passe aucun courant électrique appréciable dans le circuit tandis que le voltmètre indique que la tension entre A et B a changé.

$V_A - V_B$ est toujours positive, mais sa valeur est supérieure à la tension $V_A - V_B$ de la figure 9.3.

Cette expérience nous montre que la diode est un dipôle dissymétrique; il est donc important, lorsqu'on veut placer une diode dans un montage, de bien repérer sa borne P et sa borne N .

9.2.3 Polarisation directe, polarisation inverse

- Dans le montage de la figure 9.3, $V_p > V_N$. On dit que la diode est polarisée en direct.

Nous noterons U_{dir} , la tension à ses bornes.

$$U_{\text{dir}} = |V_p - V_N| = V_p - V_N.$$

Son état de fonctionnement est caractérisé par le couple (I, U_{dir}) .

Dans le montage de la figure 9.4, $V_A = V_N$ et $V_B = V_p$. Or $V_A > V_B \Rightarrow V_N > V_p$. On dit que la diode est polarisée en inverse.

Lorsque la diode est polarisée en inverse,

- Nous noterons U_{inv} , la tension à ses bornes.

$$U_{\text{inv}} = |V_p - V_N| = V_N - V_p.$$

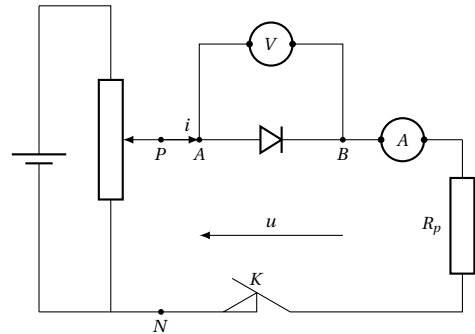
- Le couple (I, U_{inv}) caractérise son état de fonctionnement.

9.3 Les deux caractéristiques d'une diode

9.3.1 Caractéristiques directes

Réalisons le montage de la figure 9.6 ci-dessous :

Figure 9.6

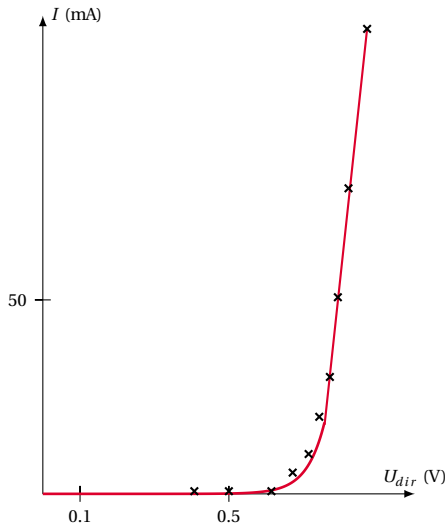


Pour ne pas dépasser la valeur limite de l'intensité du courant dans la diode, on utilise un résistor de protection R_p . Cette intensité maximale est toujours indiquée par le constructeur.

A l'aide du montage potentiométrique, on fait varier l'intensité du courant dans la diode. La tension U_{dir} à ses bornes varie aussi. Chaque couple de valeurs (I, U_{dir}) constitue un point de fonctionnement de la diode. L'ensemble de ces points de fonctionnement détermine la caractéristique de la diode. (voir caractéristique intensité — tension ci-dessous)

Interprétation de la caractéristique

La caractéristique ci-dessus nous montre le résultat remarquable suivant : tant que la tension directe U_{dir} est inférieure à une certaine valeur U_s appelée tension seuil, la diode n'est traversée par aucun courant.



La valeur de U_s varie suivant le matériau utilisé pour fabriquer la diode.

Exemples.

- Pour une diode au silicium : $U_s = 0,5\text{V}$.
- Pour une diode au germanium : $U_s = 0,2\text{V}$.

9.3.2 La caractéristique inverse

Réalisons le montage de la figure 9.8 ci-dessous :

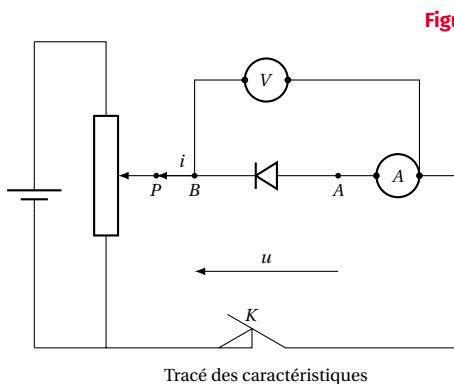


Figure 9.8

Par rapport au montage de la figure 9.6,

- la diode est montée en inverse.
- la résistance de protection R_p été supprimée.
- Le voltmètre est branché aux bornes de l'ensemble diode-ampèremètre.

A l'aide du montage potentiométrique on fait varier la tension aux bornes de la diode.

Figure 9.7 Résultats

On constate que le courant qui traverse la diode de N vers P est très faible. Il est même négligeable. Son intensité I_{inv} est inférieure à 0,5 mA, lorsque la tension U_{inv} à ses bornes varie.

NB: En polarisation inverse, le constructeur indique en général la tension maximale supportable par la diode.

La caractéristique inverse est donc un segment de droite confondu avec l'axe des tensions passant par l'origine. (voir courbe ci-dessous)

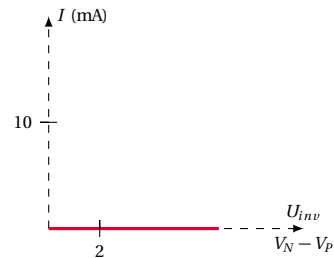


Figure 9.9

De cette caractéristique, nous déduisons le résultat remarquable suivant : la diode polarise en inverse, c'est-à-dire telle que $V_P - V_N < 0$ ne laisse pas passer le courant qui la traversait dans le sens V vers P . On dit parfois que le sens NP est le sens non passant (pour retenir $NP = \text{Non Passant}$).

Remarque.

On peut représenter les deux caractéristiques (direct et inverse) d'une diode sur la même courbe (voir ci-dessous)

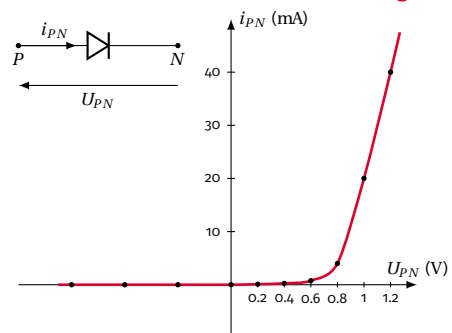


Figure 9.10

Conclusion: Les propriétés d'une diode

1. lorsque la diode est traversée par un courant électrique. On dit qu'elle est passante. Alors,
 - La diode est polarisée en direct $V_P - V_N = U_{dir}$ et $U_{dir} > U_s$ (U_s est la tension seuil de la diode)
 - le courant traverse la diode dans le sens

9.4. Applications des diodes à jonction

P vers N appelé sens passant.

- Si le courant ne traverse pas la diode, on dit que la diode est bloquée. Ceci se produit lorsque :

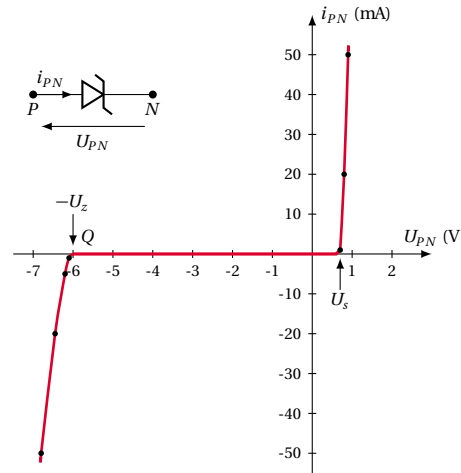
- en polarisation directe, $U_{\text{dir}} = V_P - V_N < U_s$.
- la diode est polarisée en inverse c'est-à-dire si $V_P - V_N < 0$.

On peut résumer les deux conditions de blocage de la diode en une seule :

Si $V_P - V_N < U_s$, alors $I = 0$; on dit que la diode est bloquée.

tracer la caractéristique ci-dessous.

Figure 9.12



9.4 Applications des diodes à jonction

Du comportement d'une diode, nous pouvons déduire de nombreuses applications importantes, en autres :

1. redressement de courant alternatif,
2. protection de certains circuits.

9.5 Les diodes Zener

Les diodes Zener sont des diodes spéciales dont le fonctionnement est différent de celui des diodes à jonction. Plus précisément, une diode Zener peut conduire le courant en sens inverse si la tension U_{inv} est suffisante. Pour cette particularité, elle est surtout utilisée en sens inverse.

Une diode Zener a pour représentation symbolique ;

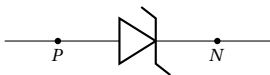


Figure 9.11

Interprétation de la caractéristique

Dans le domaine où $U_{PN} > 0$, la caractéristique est celle d'une diode à jonction classique, mettant en évidence une tension de seuil U_s . Dans le domaine où $U_{PN} < 0$, la caractéristique fait apparaître une nouvelle valeur particulière de U_{PN} : la tension de Zener

Signification de U_s et U_Z .

Pour $-U_Z < U_{PN} < U_s$, $I_{PN} = 0$; la diode est bloquée. Elle se comporte comme un interrupteur ouvert.

Pour $U_{PN} > U_s$, $I_{PN} > 0$, la diode est conductrice dans le sens direct; elle se comporte comme une diode à jonction.

Pour $U_{PN} < -U_Z$ ou $U_{PN} > U_Z$, $I_{PN} < 0$; la diode Zener est conductrice, mais dans le sens inverse.

9.6 Caractéristique d'une diode Zener

Comme pour la diode à jonction, on définit pour une diode Zener le sens direct (de P vers N) et le sens inverse (de N vers P).

A l'aide des schémas comme ceux des figures 5 et 7, nous obtenons des valeurs qui nous permettent de

9.7 Applications des diodes Zener

Signalons deux applications possibles du fait qu'une diode Zener est passante en sens inverse :

- elle sert à stabiliser une tension.
- elle sert à protéger des dispositifs électroniques.

9.8 Linéarisation des caractéristiques : diodes idéales

Les caractéristiques expérimentales des diodes à jonction et des diodes Zener montrent :

1. que la tension de seuil U_S est souvent très faible.
2. que les parties ascendantes ou descendantes des caractéristiques $I = f(U)$ sont approximativement linéaires et presque parallèles à l'axe vertical.

On peut donc, en première approximation considérer que ces diodes ont un comportement très voisin de celui qu'auraient des composants idéaux dont la caractéristique tension-intensité serait constituée des segments de droites parallèles aux axes.

9.8.1 Définitions

Une diode à jonction est idéale quand sa tension de seuil est nulle et quand sa caractéristique est formée de deux segments de droite pratiquement confondus avec les axes (voir courbe ci-dessous).

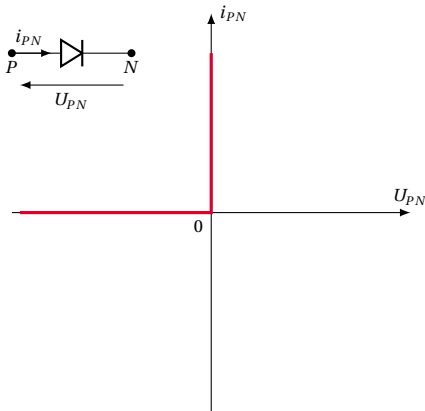


Figure 9.13

Une diode Zener est idéale si sa tension de seuil est nulle et si les parties de la caractéristique correspondant à un courant non nul sont des segments de droites parallèles à l'axe vertical (voir figure ci-dessous)

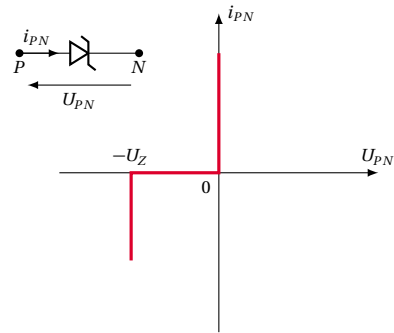


Figure 9.14

9.8.2 Caractéristique d'une diode à jonction idéale : conséquences

Examinons la courbe de la figure 9.13 ci-dessus, qui représente la caractéristique d'une diode à jonction idéale. Elle met en évidence les propriétés suivantes :

1. la diode polarisée dans le sens direct : elle laisse passer le courant dans le sens P vers N ($I_{PN} > 0$), la tension entre ses bornes restant nulle. La diode idéale se comporte alors comme un interrupteur fermé;
2. a diode polarisée en sens inverse $U_{NP} < 0$: la diode idéale ne laisse passer aucun courant quelle que soit la valeur de U_{AB} : elle se comporte donc comme un interrupteur ouvert.

9.8.3 Caractéristique d'une diode Zener idéale : conséquences

La figure 9.14 qui représente une telle caractéristique met en évidence les propriétés suivantes :

1. elles a les mêmes propriétés qu'une diode à jonction idéale polarisée dans le sens direct puisque sa caractéristique est identique dans ce domaine, et par conséquent : une diode Zener idéale polarisée dans le sens direct équivaut à un interrupteur fermé;
2. elle ne laisse passer le courant dans le sens inverse que si $|U_{PN}|$ atteint la valeur U_Z . La tension U_{PN} reste alors constante et égale à $-U_Z$ quelle que soit la valeur de l'intensité I_{PN} . Cette propriété très importante explique que l'on utilise les diodes Zener pour obtenir des tensions stabilisées.

9.9 D'autre Diodes

9.9.1 Les diodes électroluminescentes (D.E.L.)

Ce sont des diodes semblables aux diodes à jonction, mais le matériau qui les constitue émet de la lumière lorsqu'elles sont traversée par un courant dans le sens direct.

Pour cette lumière (rouge, verte ou orangée) émise, les D.E.L. sont très utilisées dans les montages électroniques comme voyants lumineux.

Les D.E.L. nécessitent pour fonctionner un courant d'intensité beaucoup plus faible (10 mA) que les ampoules ordinaires et durent beaucoup plus longtemps (10 ans pratiquement). Symbole d'une D.E.L. : figure 9.15.

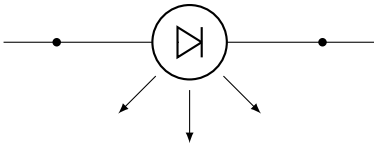


Figure 9.15

9.9.2 Les photodiodes

Une photodiode est une diode au silicium utilisée en sens inverse, donc normalement bloquée. Mais lorsqu'elle reçoit de la lumière, tout se passe comme si elle avait une fuite de courant. Les photodiodes sont surtout sensibles à la lumière rouge et aux infrarouges.

Symbole d'une photodiode : figure 9.16.

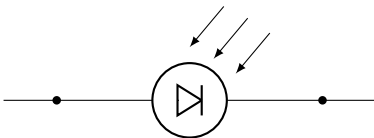
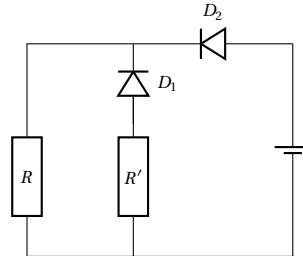


Figure 9.16

9.10 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

La figure ci-dessous représente un circuit comportant deux diodes D_1 et D_2 . R et R' sont des dipôles symétriques conducteurs.

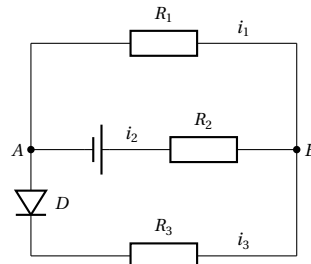


1.1. Indiquer par des flèches le sens du courant (lorsqu'il existe) dans chacun des conducteurs.

1.2. Que se passe-t-il si on inverse les bornes du générateur ?

Exercice 2.

La figure ci-dessous représente un circuit comportant une D . R_1 , R_2 et R_3 sont des dipôles symétriques conducteurs.



2.1. Indiquer les sens des courants.

2.2.

$$R_1 = R_2 = R_3 = 100\Omega;$$

$$i_2 = 6 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

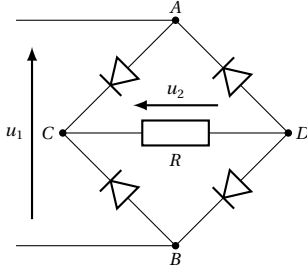
Calculer i_1 et i_3 ainsi que la d.d.p. $V_A - V_B$. La diode a un comportement idéal.

2.3. Reprendre les questions 2.1. et 2.2. en supposant que l'on retourne uniquement le générateur et que $i_2 = 8 \times 10^{-2} \text{ A}$.

Y a-t-il des précautions à prendre dans ce cas ?

Exercice 3.

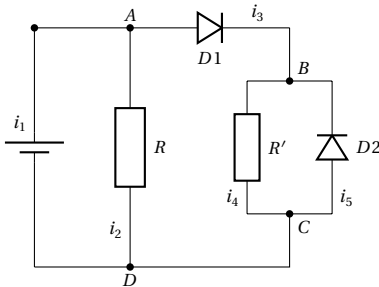
On réalise le pont de diodes de la figure ci-dessous.



- 3.1.** Indiquer le sens des courants quand on applique une tension $u_1 = V_A - V_B$ positive.
3.2. Même question pour une tension $u_2 = V_A - V_B$ négative.
3.3. Que peut-on dire de la tension $u_2 = V_C - V_D$ dans chaque cas ?
 Les diodes sont supposées idéales.

Exercice 4.

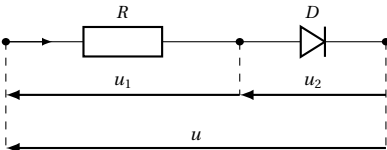
Dans le montage de la figure ci-dessous, les diodes sont idéales ; les résistances R et R' sont des résistances ohmiques.



- 4.1.** Indiquer les sens des courants i_1, i_2, i_3, i_4 et i_5 .
4.2. On donne $i_2 = 10 \text{ mA}$ et $R' = 100 \Omega$. Calculer les d.d.p. $V_B - V_C$ et $V_A - V_D$.

Exercice 5.

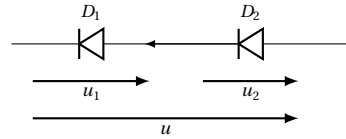
On monte en série une résistance ohmique $R = 1 \text{ M}\Omega$ et une diode (D), comme l'indique la figure ci-dessous.



L'intensité et les différentes tensions sont positives, et la caractéristique inverse est assimilable à une droite d'équation $i = 2 \times 10^{-7} \cdot u_2$ (U.S.I.)
 Calculer l'intensité et les tensions u_2 et u quand la d.d.p. $u_1 = V_A - V_C = 10 \text{ V}$.

Exercice 6.

Deux diodes D_1 et D_2 sont montées en série et dans le même sens voir figure.



Leurs caractéristiques directes sont assimilables à des portions de droite d'équations :

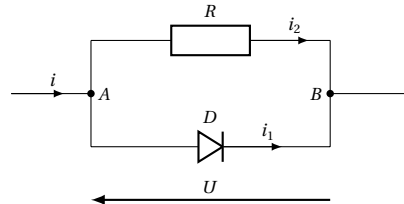
$$D_1 : i = 2 \cdot 6 \cdot u_1 - 1,8 \text{ en USI};$$

$$D_2 : i = 2 \cdot 5 \cdot u_2 - 1 \text{ en USI}.$$

- 6.1.** Représenter sur le même système d'axes les deux caractéristiques directes.
6.2. Quelles sont les tensions de seuil des deux diodes.
6.3. Quelle tension minimale faut-il appliquer à l'ensemble pour observer un courant ?

Exercice 7.

On monte en parallèle une diode à jonction et un conducteur ohmique de résistance $R = 0,7 \Omega$ (Voir figure ci-dessous).



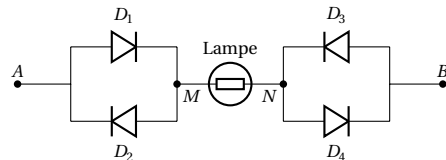
La caractéristique directe, simplifiée, de la diode a pour équation :

$$i_1 = 2,7U - 1,6 \text{ (U.S.I.)}$$

- 7.1.** L'intensité du courant qui arrive en A est $i = 1,5 \text{ A}$. Calculer les intensités i_1 et i_2 ainsi que la d.d.p. $U = V_A - V_B$.
7.2. Reprendre la même question pour $i = 0,5 \text{ A}$.

Exercice 8.

Les diodes présentes dans le montage de la figure ci-dessous, sont idéales.



Indiquer, pour chacune des situations envisagées ci-dessous, si la lampe peut s'allumer et préciser le sens (éventuel) du courant dans chaque diode.

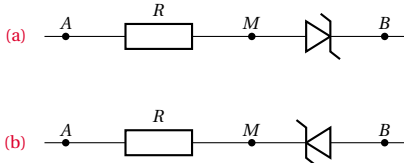
- 8.1.** $U_{AB} > 0$.
8.2. $U_{AB} < 0$.
8.3. $U_{AB} > 0$ mais on retourne la diode D_1 .

9.11. Solutions des exercices et problèmes

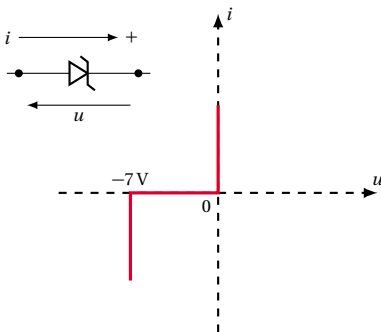
8.4. $U_{AB} > 0$, mais on retourne également la diode D_2 .

Exercice 9.

On réalise les montages suivants : (voir figure ci-dessous).



La caractéristique de la diode Zener est idéale (figure ci-dessous) et $R = 150\Omega$.



Calculer l'intensité dans AB pour chacun des montage (a) et (b).

1^{er} cas : $V_A - V_B = 10V$.

2^e cas : $V_A - V_B = 5V$.

Exercice 10.

10.1. Tracer à l'aide du tableau ci-dessous, la caractéristique $I = f(U)$ d'une diode au germanium

Echelles $\left\{ \begin{array}{l} \text{en abscisses : 2 cm pour } 0,1V; \\ \text{en ordonnées : 2 cm pour } 50\text{ mA.} \end{array} \right.$

$U(V)$	0	0,10	0,20	0,24	0,28	0,32
$i(\text{mA})$	0	0	5	10	20	35
$U(V)$	0,36	0,37	0,38	0,39	0,40	
$i(\text{mA})$	90	140	195	245	300	

10.2. Noter sur la caractéristique, les points P et Q d'abscisse respectives 0,36 V et 0,40 V.

Que remarquez-vous pour la portion de caractéristique comprise entre ces points ?

Pour $0,36V \leq U \leq 0,40V$, on pose l'équation de sa caractéristique sous la forme : $i = aU + b$.

Calculer, en unités SI, les valeurs des coefficients a et b .

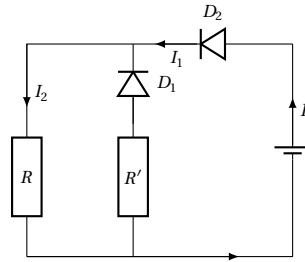
10.3. On assimile la partie ascendante de la caractéristique à la droite PQ .

Calculer la tension de seuil pratique U_s correspondante.

9.11 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 97)

1.1. Sens du courant dans chaque conducteur.



Le courant fourni par le générateur sort par sa borne positive.

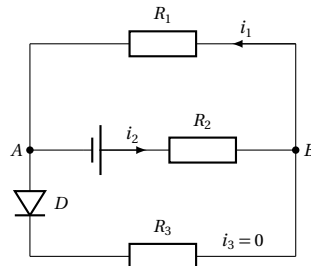
Ce courant rencontre la diode D_2 dans le sens passant. Au noeud N , ce courant devrait se diviser en I_1 et I_2 . Mais la diode D_1 est alors sollicitée dans le sens non passant. D_1 Se comporte comme un interrupteur ouvert. Le courant est nul dans la branche comportant D_1 et R' . Le courant I_2 dans R a le sens indiqué sur le schéma.

1.2. Invertissons les bornes générateur :

En suivant le courant à partir de sa sortie par la borne (+) du générateur, nous constatons que la diode D_2 est sollicitée dans le sens Non Passant. D_2 Se comporte alors comme un interrupteur ouvert. Il n'y a donc aucun courant dans le circuit.

Solution 2. (p. 97)

2.1. Sens du courant dans chaque branche :



Le courant fourni par le générateur sort par sa borne positive.

Donc i_2 va de A vers B. Au noeud B, i_2 devrait se diviser en deux branches i_1 et i_3 . Donc i_1 va de B vers A en passant par R_1 Sens de i_3 . i_3 Sollicite la diode dans le sens non passant. Donc la diode D se comporte comme un interrupteur ouvert. Donc i_3 est nul.

2.2. Calcul de i_1 et i_3 .

$i_3 = 0$ (voir ci-dessus) Au noeud B,

$$i_2 = i_1 + i_3$$

$$\Rightarrow i_1 = i_2 - i_3$$

avec

$$i_3 = 0$$

$$\Rightarrow i_1 = i_2 = 6 \times 10^{-2} \text{ A.}$$

Calcul de $V_A - V_B$.

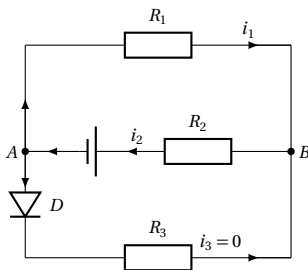
$$V_B - V_A = R_1 i_1 = 100.6.10^{-2} = 6 \text{ V}$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = -(V_B - V_A) = -6 \text{ V.}$$

2.3. Inversons les bornes du générateur :

2.3.1. Le courant sort du générateur par sa borne positive. Au noeud A, ce courant se divise en deux branches i_1 et i_3 . La diode est sollicitée dans le sens direct et elle se comporte comme un interrupteur fermé.

Donc i_2 circule de B vers A en passant R_2 et le générateur.



2.3.2. Calcul de i_1 et i_3 .

$R_1 = R_3 \Rightarrow$ les branches R_1 et R_2 sont strictement identiques $\Rightarrow i_1 = i_3$ or $i_2 = i_1 + i_3$ (loi des noeuds en A). Puisque

$$i_1 = i_3;$$

$$i_2 = 2i_1 = 2i_3$$

$$\Rightarrow i_1 = i_3 = \frac{i_2}{2} = \frac{8 \times 10^{-2}}{2};$$

$$i_1 = i_3 = 4 \times 10^{-2} \text{ A}$$

Calcul de $V_A - V_B$.

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes de R_1

$$V_A - V_B = R_1 i_1 = 100 \times 4 \times 10^{-2} = 4 \text{ V.}$$

Précautions à prendre :

La diode étant traversée par le courant direct $i_3 = 40 \text{ mA}$, il faut s'assurer auparavant que cette intensité peut être tolérée par la diode.

Solution 3. (p. 98)

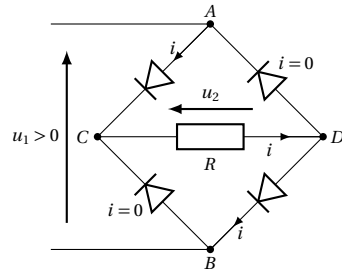
3.1. Sens des courants quand

$$u_1 = V_A - V_B > 0.$$

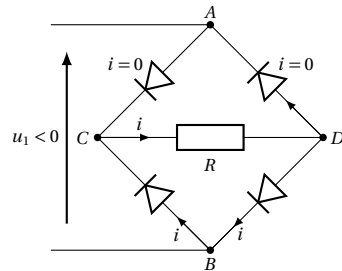
Pour

$$V_A - V_B > 0 \Rightarrow V_A > V_B.$$

Sachant que le courant descend les potentiels c'est-à-dire circule du potentiel le plus haut vers le potentiel le plus bas, le courant circule de A vers B. De plus, il suivra nécessairement les diodes dans le sens passant. D'où le chemin suivi par le courant lorsque $U_1 > 0$ (voir figure ci-dessous).



3.2. Le même raisonnement conduit, pour $u_1 < 0$, aux sens indiqués à la figure ci-dessous :



3.3. Comportement de la tension $u_2 = V_C - V_D$ dans les deux cas.

■ quand $U_1 > 0$.

Le sens du courant dans R est de C vers D. Donc $V_C - V_D = Ri$ est positif.

■ quand $U_1 < 0$.

Le sens du courant dans R est toujours de C vers D. Comme le courant descend les potentiels,

$$V_C > V_D \Rightarrow V_C - V_D > 0.$$

■

Exprimons l'additivité des d.d.p. sur le chemin suivi par le courant dans les deux cas.

1^{er} cas : $U_1 > 0$.

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_B)$$

$$= 0 + u_2 + 0$$

$$\Rightarrow u_1 = u_2.$$

2^e cas : $U_1 < 0$.

$$V_B - V_A = (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A)$$

$$= 0 + u_2 + 0$$

$$\Rightarrow -u_1 = u_2.$$

En résumé, on peut écrire, quel que soit le signe de u_1 , que : $u_2 = |u_1|$.

Les tensions négatives sont donc « redressées » par ce pont.

Solution 4. (p. 98)

4.1. Sens des courants i_1 , i_2 , i_3 , i_4 et i_5 .

Le courant sort du générateur par sa borne positive; d'où le sens de i_1 .

Au noeud A, i_1 se divise en deux branches i_2 et i_3 .

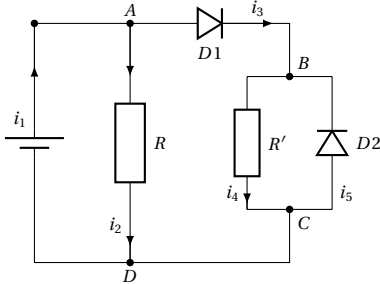
9.11. Solutions des exercices et problèmes

i_2 circule de A vers D .

i_3 aborde la diode D_1 dans le sens passant.

i_3 circule donc de A vers B . Au noeud B , i_3 devrait se diviser en deux branches i_4 et i_5 . i_4 circule de B vers C en passant par R' . D_2 est sollicitée dans le sens non passant; elle se comporte comme un interrupteur ouvert. il n'y a aucun courant dans cette branche; $i_5 = 0$.

En résumé, pour les sens des courants voir la figure ci-dessous :



4.2. Calcul des d.d.p.

$i_5 = 0 \Rightarrow i_3 = i_4$.

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes de la résistance R' :

$$V_B - V_C = R' i_4;$$

$$V_B - V_C = 100 \times 50 \times 10^{-3} = 5 \text{ V.}$$

Calcul de $V_A - V_D$.

$$V_A - V_D = V_A - V_B + (V_B - V_C) + (V_C - V_D);$$

$$V_A - V_D = 0.$$

car la diode D_1 est idéale et fonctionne dans le sens direct.
 $V_C - V_D = 0$ car D et C sont reliées par un fil de jonction.
 Donc

$$V_A - V_D = V_B - V_C = 5 \text{ V.}$$

Solution 5. (p. 98)

Calcul de i .

Appliquons la loi d'Ohm aux bornes de la résistance R :

$$u_1 = Ri$$

$$\Rightarrow i = \frac{u_1}{R};$$

$$i = \frac{10}{10^6} = 10^{-5} \text{ A} = 10 \mu\text{A}.$$

Calcul de u_2 .

$$i = 2 \times 10^{-7} u_2$$

$$\Rightarrow u_2 = \frac{i}{2 \times 10^{-7}};$$

$$u_2 = \frac{10^{-5}}{2 \times 10^{-7}} = 50 \text{ V.}$$

Calcul de u .

Appliquons la loi d'additivité des tensions :

$$u = u_1 + u_2 = 10 + 50 = 60 \text{ V.}$$

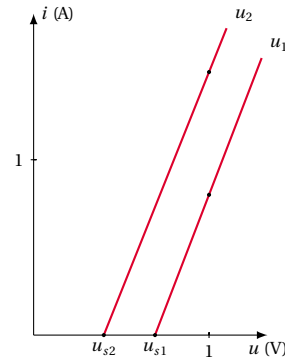
Solution 6. (p. 98)

6.1. Caractéristiques directes des deux diodes :

Pour les caractéristiques directes, i est positif lorsque la diode n'est pas bloquée. Les équations de ces caractéristiques étant connues, (équation des droites affines) on peut les tracer à partir de deux points

D_1			D_2		
u_1	0,692	1	u_2	0,4	1
i	0	0,8	i	0	1,5

On obtient les caractéristiques ci-dessous.



6.2. Les tensions de seuil des deux diodes.

On appelle tension de seuil d'une diode, la valeur minimale de la tension à partir de laquelle la diode devient conductrice. Pour déterminer la tension de seuil, nous sommes amenés à résoudre l'équation, $i(u_s) = 0$.

Pour D_1 :

$$2,6u_{s1} - 1,8 = 0$$

$$\Rightarrow u_{s1} = \frac{1,8}{2,6} = 0,692 \text{ V.}$$

Pour D_2 :

$$2,5u_{s2} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow u_{s2} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \text{ V.}$$

6.3. Tension minimale à appliquer aux bornes de l'ensemble pour observer un courant :

D_1 et D_2 étant montées en série, $u = u_1 + u_2$;

L'intensité étant la même pour les deux diodes, elles doivent soit fonctionner toutes les deux, ($i > 0$) soit elles sont bloquées toutes les deux ($i = 0$). Lorsque $i > 0$,

$$\begin{cases} u_1 > u_{s1}; \\ u_2 > u_{s2}. \end{cases}$$

En additionnant membre à membre ces deux inéquations, nous obtenons :

$$u_1 + u_2 > u_{s1} + u_{s2}.$$

Soit

$$u > 0,692 + 0,4$$

$$\Rightarrow u > 1,092 \text{ V.}$$

Solution 7. (p. 98)**7.1. Calcul de i_1 et i_2 .**

■ Appliquons la loi des noeuds en A :

$$i = i_1 + i_2 = 1,5. \quad (\text{S9.1})$$

■ D et R étant en parallèle, écrivons que la d.d.p. est la même aux bornes des deux dipôles. $U_R = U_D$
D'après la loi d'Ohm, on a :

$$U_R = R i_2 = 0,7 i_2.$$

D'après l'équation de la caractéristique directe simplifiée de la diode, on a :

$$\begin{aligned} i_1 &= 2,7 U_D - 1,6 \\ \Rightarrow U_D &= \frac{i_1 + 1,6}{2,7}. \end{aligned}$$

D'où,

$$\begin{aligned} U_R &= U_D \\ \Rightarrow 0,7 i_2 &= \frac{i_1 + 1,6}{2,7} \\ \Rightarrow 1,89 i_2 &= i_1 + 1,6. \end{aligned}$$

Le calcul de i_1 et i_2 revient à résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 1,5; \\ i_1 = 1,89 i_2 - 1,6. \end{cases} \quad (\text{S9.2})$$

$$(\text{S9.3})$$

Calcul de i_2 .

Dans l'équation S9.2, remplaçons i_1 par son expression en fonction de i_2 .

$$\begin{aligned} 1,89 i_2 - 1,6 + i_2 &= 1,5 \\ \Leftrightarrow 2,89 i_2 - 1,6 &= 1,5 \\ \Rightarrow i_2 &= 1,08 \approx 1,1 \text{ A} \end{aligned}$$

Calcul de i_1 .

$$\begin{aligned} i_1 &= 1,5 - i_2; \\ i_1 &= 1,5 - 1,1 = 0,4 \text{ A}. \end{aligned}$$

7.2. Calcul de $U = V_A - V_B$.

$U = V_A - V_B$ se calcule de deux manières

7.2.1. En utilisant la loi d'Ohm.

$$U = U_R = R i_2 = 0,7 \cdot 1,1 = 0,77 \text{ V}.$$

7.2.2. En utilisant l'équation de la caractéristique simplifiée de la diode ;

$$U = U_D = \frac{i_1 + 1,6}{2,7} = \frac{0,4 + 1,6}{2,7} = 0,74 \text{ V}.$$

Compte tenu des approximations faites sur le calcul de i_1 et i_2 , nous considérons que les deux valeurs (0,77 et 0,74) de U sont sensiblement égales.

Remarque: La diode fonctionne dans le sens direct (car i_1 est positif). Nous devons vérifier que la tension appliquée à ses bornes est supérieure à la tension de seuil U_s . Calculons U_s à partir de l'équation de la caractéristique : U_s correspond à $i_1 = 0$ soit :

$$0 = 2,7 U_s - 1,6 \Rightarrow U_s = \frac{1,6}{2,7} = 0,59 \text{ V}.$$

Or $U = 0,77 \text{ V}$ donc $U > U_s$.

Reprenons le même problème avec $i = 0,5 \text{ A}$.

On obtient :

$$\begin{cases} i_1 + i_2 = 0,5; \\ i_1 = 1,9 i_2 - 1,6. \end{cases} \quad (\text{S9.4})$$

$$(\text{S9.5})$$

Calcul de i_2 S9.5 dans S9.4 donne :

$$2,9 i_2 - 1,6 = 0,5 \Rightarrow i_2 = 0,72 \text{ A}.$$

Calcul de i_1

$$\begin{aligned} i_1 + i_2 &= 0,5 \\ \Rightarrow i_1 &= 0,5 - i_2; \\ i_1 &= 0,5 - 0,72 = -0,22 \text{ A}. \end{aligned}$$

La valeur négative trouvée pour i_1 est inacceptable puisque la diode est polarisée dans le sens direct. Nous devons rejeter l'ensemble de ces deux valeurs.

Solution 8. (p. 98)**8.1. $U_{AB} > 0$;**

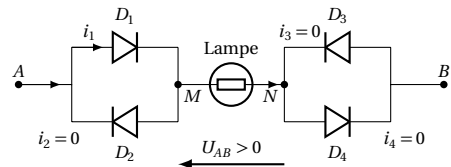
Pour $U_{AB} > 0$, le courant circule quand il existe de A vers B. Dans ce cas, D_1 est sollicité dans le sens direct et D_2 est sollicité dans le sens inverse.

D_2 se comporte comme un interrupteur ouvert.

Tout le courant qui arrive au noeud A passe par la diode D_1 et arrive au noeud M. En traversant la lampe, ce courant arrive au noeud N. Pour continuer de circuler ce courant passe par la diode D_4 (Car sollicitée dans le sens direct). La diode D_3 étant sollicitée dans le sens inverse, elle se comporte comme un interrupteur ouvert.

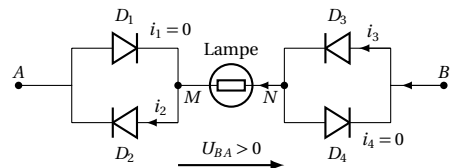
Donc pour $U_{AB} > 0$, le courant peut circuler de A à B en traversant la lampe; elle peut donc s'allumer.

Sens du courant dans chaque diode : voir figure ci-dessous.



8.2. Pour $U_{AB} < 0$ (ou $U_{BA} > 0$), le courant circule en sens inverse. En suivant le cheminement du courant (voir question 8.1.), la lampe peut encore s'allumer. Les diodes sollicitées dans le sens direct étant D_3 et D_2 .

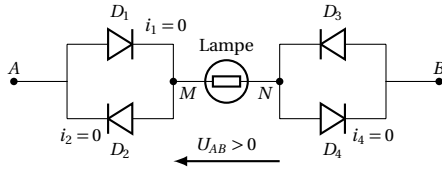
Sens du courant dans chaque diode : (voir figure ci-dessous)



8.3. $U_{AB} > 0$, mais on retourne la diode D_1 .

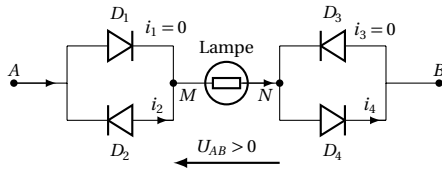
Nous avons la figure ci-dessous :

9.11. Solutions des exercices et problèmes



En suivant le sens du courant qui devrait circuler de A à B, nous constatons que les diodes D_1 et D_2 sont sollicitées dans le sens inverse. Elles se comportent comme des interrupteurs ouverts. Il n'y a donc aucun courant ni dans les diodes, ni dans la lampe. La lampe ne peut pas s'allumer.

8.4. $U_{AB} > 0$, mais on retourne également la diode D_2 . Après avoir retourné D_1 et D_2 (à partir de 8.1.), nous avons le montage de la figure ci-dessous :



Le fonctionnement de ce montage est le même que le fonctionnement du montage de la question 8.1.). Seul le rôle conducteur des diodes D_1 et D_2 est inversé. Cette fois, D_2 est conducteur et D_1 ne l'est pas. La lampe peut s'allumer.

Sens du courant dans les diodes : (voir figure ci-dessus)

Solution 9. (p. 99)

Calculons l'intensité dans AB.

Montage a. La diode est polarisée dans le sens direct et la tension entre M et B est nulle (voir caractéristique de la diode : $U = 0$, quelque soit la valeur de i).

$$V_A - V_B = V_A - V_M + V_M - V_B = Ri + 0$$

$$\Rightarrow i = \frac{V_A - V_B}{R}$$

1^{er} cas :

$$V_A - V_B = 10 \text{ V};$$

$$i = \frac{10}{150} = 6,67 \times 10^{-2} \text{ A} = 66,7 \text{ mA}.$$

2^e cas :

$$V_A - V_B = 5 \text{ V};$$

$$i = \frac{5}{150} = 3,33 \times 10^{-2} \text{ A} = 33,3 \text{ mA}.$$

Montage b. La diode est polarisée en sens inverse et elle ne laisse passer le courant que si $V_M - V_B$ est supérieure à 7 V (tension de Zener).

1^{er} cas : $V_A - V_B = 10 \text{ V}.$

Cette valeur étant supérieure à la tension de Zener, la diode va « prélever pour elle » 7 V et laisser à la résistance le reste de la d.d.p.

$$V_A - V_B = V_A - V_M + V_M - V_B.$$

Où

$$V_A - V_M = Ri \text{ et}$$

$$V_M - V_B = |U_Z|$$

$$\Rightarrow V_A - V_B = Ri + |U_Z|$$

$$\Rightarrow Ri = V_A - V_B - |U_Z|$$

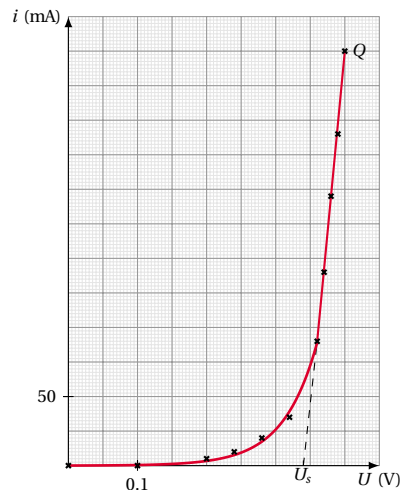
$$\Rightarrow i = \frac{V_A - V_B - |U_Z|}{R} = \frac{10 - 7}{150} = 0,02 \text{ A}.$$

2^e cas : $V_A - V_B = 5 \text{ V}.$

Solution 10. (p. 99)

10.1. Caractéristique $I = f(U)$.

10.2. Les points P et Q d'abscisses respectives 0,36 V et 0,40 V. (voir courbe)



Remarque: la portion de caractéristiques comprise entre ces points est une droite.

Pour $0,36 \text{ V} \leq U \leq 0,40 \text{ V}$, on pose l'équation de la caractéristique sous forme $i = aU + b$.

Déterminons les coefficients a et b

Les points P et Q appartenant à la caractéristique, leurs coordonnées vérifient l'équation ci-dessus. Donc pour :

$$P(0,36 \text{ V}; 90 \times 10^{-3} \text{ A}) : 0,09 = 0,36a + b \quad (\text{S9.1})$$

$$Q(0,40 \text{ V}; 0,3 \text{ A}) : 0,3 = 0,4a + b. \quad (\text{S9.2})$$

S9.1 et S9.2 forment un système d'équations à deux inconnues a et b .

$$\begin{cases} 0,36a + b = 0,09 \\ 0,4a + b = 0,3 \end{cases}$$

La résolution de ce donne : $a = 5,25$ et $b = -1,8$.

L'équation de l'portion de caractéristique s'écrit : $I = 5,25U - 1,8$.

10.3. Calcul de tension seuil U_s .

U_s Correspond à $I = 0 \Rightarrow$

$$0 = 5,25U_s - 1,8$$

$$\Rightarrow U_s = \frac{1,8}{5,25} = 0,34 \text{ V}.$$

Générateurs et récepteurs

10.1	Introduction	106
10.2	Les générateurs	106
10.2.1	Expérience. Les conventions	106
10.2.2	La caractéristique intensité-tension d'une pile	106
10.2.3	Loi d'Ohm pour un générateur	107
10.2.4	Modèle équivalent d'un générateur	107
10.2.5	Association des générateurs	108
10.2.6	Source potentiométrique	110
10.3	Les récepteurs	111
10.3.1	Généralités	111
10.3.2	La caractéristique intensité-tension d'un récepteur	111
10.4	Conclusions : l'électromoteur	112
10.4.1	Définition	112
10.4.2	Loi d'Ohm pour un électromoteur	112
10.4.3	Groupement de générateurs en opposition	113
10.5	Enoncés des exercices et problèmes	114
10.6	Solutions des exercices et problèmes	115

10.1 Introduction

Pour terminer notre étude des dipôles, nous allons nous intéresser à deux types particuliers de dipôles :

- Ceux capables de produire par eux-mêmes un courant électrique : les générateurs.
- Ceux capables de transformer une partie de l'énergie électrique reçue en une autre forme que l'énergie calorifique : les récepteurs.

10.2 Les générateurs

10.2.1 Expérience. Les conventions

Le montage

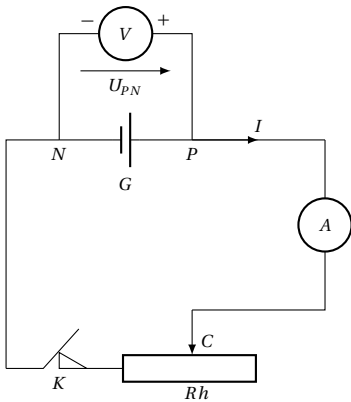


Figure 10.1

Le générateur étudié G alimente un circuit comprenant en série :

- Un ampèremètre
- Un rhéostat
- Un interrupteur K
- Un voltmètre, branché aux bornes du générateur G permet de mesurer la tension positive U_{PN} à ses bornes.

En déplaçant le curseur mobile C du rhéostat, on modifie le couple de valeurs (U_{PN}, I)

La convention générateur

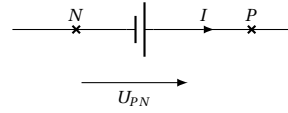


Figure 10.2

L'intensité mesurée I est celle qui sort par la borne positive P du générateur.

Par ailleurs, la tension positive mesurée est : $V_P - V_N = U_{PN}$.

Nous constatons que pour un générateur les flèches qui représentent l'intensité et la tension positive, ont le même sens : cela résume la convention générateur.

10.2.2 La caractéristique intensité-tension d'une pile

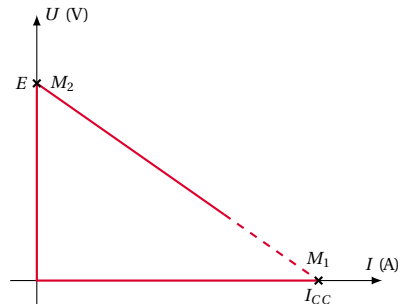


Figure 10.3

Tracé de la caractéristique

On relève dans un tableau les différents couples de valeurs (U_{PN}, I) . Rappelons que c'est le rhéostat Rh qui permet de faire varier I et U_{PN} .

Ce tableau de valeurs nous permet de tracer la courbe $U(I)$, appelée caractéristique intensité-tension du générateur.

En général, on obtient une droite de la forme ci-dessus.

Exploitation de la caractéristique

L'équation de la caractéristique peut s'écrire :

$$U = -aI + b. \quad (10.1)$$

où a est un coefficient positif).

10.2. Les générateurs

Nature du coefficient b

Faisons $I = 0$ dans l'équation ci-dessus. On obtient :

$$U = U_0 = -a \cdot 0 + b \Rightarrow \\ b = U_0.$$

Donc b représente la tension aux bornes du générateur quand celui-ci ne débite aucun courant. Cette tension est la tension à vide plus couramment appelée force électromotrice (en abrégé f.é.m.) du générateur. On la note E , et elle s'exprime en volt (V).

Nature du coefficient directeur a

L'équation 10.1 peut s'écrire : $U = -aI + E$.

Calculons le coefficient directeur a :

$$a = \frac{E - U}{I}.$$

Ainsi, a est égal au quotient d'une tension par une intensité et apparaît donc comme une résistance. Nous l'appellerons résistance interne du générateur notée r .

Expérimentalement, on détermine r sur la caractéristique du générateur en calculant le coefficient directeur de la caractéristique. En se plaçant entre deux points,

$$r = -\frac{\Delta U}{\Delta I}.$$

Grandeurs caractéristiques d'une pile

De façon générale, les valeurs de E et r dépendent de l'état du générateur (état de charge, température, ancienneté). Donc un générateur est caractérisé par deux grandeurs :

- sa force électromotrice f.é.m. ou tension à vide E (en V).
- sa résistance interne r (en Ω).

10.2.3 Loi d'Ohm pour un générateur

La loi d'Ohm

Comme pour les conducteurs ohmiques, la loi d'Ohm exprime la relation entre la tension U_{PN} aux bornes du générateur et l'intensité I du courant qui le traverse. Cette loi d'Ohm s'écrit :

$U = E - rI$ où U est la tension (V), E la f.é.m. (V), r la résistance interne (Ω) et I , l'intensité (A).

Remarque.

- **Intensité de court circuit.** En reliant les deux pôles du générateur par un fil métallique, on le met en court-circuit. L'intensité du courant qui parcourt alors le circuit porte le nom d'intensité

de court-circuit I_{cc} du générateur.

- **Calculons I_{cc} .** En état de court-circuit, la tension est nulle au bornes du générateur. Donc :

$$U = E - rI_{cc} = 0 \Rightarrow I_{cc} = \frac{E}{r}.$$

- **Détermination graphique de I_{cc} .**

I_{cc} est l'abscisse du point d'intersection de la caractéristique avec l'axe horizontal (point M_1 de la caractéristique ci-dessus)

- **Générateur parfait.** Un générateur de tension est dit « parfait » s'il délivre une tension qui est indépendante du courant qu'il débite. C'est le cas d'une alimentation stabilisée.

Pour qu'il en soit ainsi, il faut que sa résistance interne soit nulle.

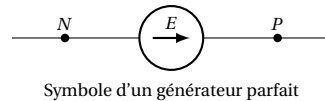
Figure 10.4



Caractéristique intensité-tension d'un générateur idéal

Donc pour : $r = 0$, $U_{PN} = E$.

Figure 10.5



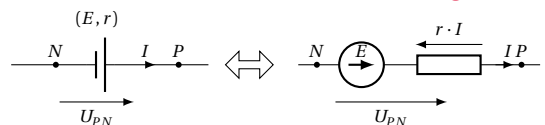
Symbole d'un générateur parfait

Dans ce cas sa caractéristique est un segment de droite horizontale. (Figure ci-dessus). Son symbole est aussi représenté.

10.2.4 Modèle équivalent d'un générateur

Ce modèle matérialise chaque paramètre du générateur par un symbole :

Figure 10.6



Représentation d'un générateur de courant continu

Modèle équivalent de ce générateur

- celui d'un résistor pour la résistance interne r .
- celui d'un générateur parfait de f.é.m. E .

Ainsi donc, un générateur de courant continu peut être considéré comme composé de deux dipôles en série :

- un générateur parfait

$$(E, r = 0).$$

- un conducteur ohmique de résistance r .

Cette équivalence, encore appelée « modèle de thévenin » vérifie la loi d'ohm aux bornes du générateur.

$$U = E - rI.$$

10.2.5 Association des générateurs

L'objet de ce paragraphe est de déterminer les caractéristiques (E, r) du générateur équivalent à une association de générateurs.

Comme pour les conducteurs ohmiques, le générateur équivalent est un générateur unique (théorique ou réel) qui, remplaçant l'association des générateurs, débite la même intensité de courant et est soumis à la même tension.

Grouperment de générateurs en série et « dans le même sens »

Soient deux générateurs $G_1(E_1, r_1)$ et $G_2(E_2, r_2)$ associés en série comme l'indique la figure ci-dessous.

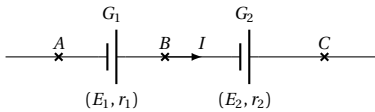


Figure 10.7

La loi d'Ohm appliquée aux bornes de chacun des générateurs permet d'écrire :

$$U_{BA} = U_1 = E_1 - r_1 I;$$

$$U_{CB} = U_2 = E_2 - r_2 I.$$

D'après la loi d'additivité des tensions, nous pouvons calculer la tension aux bornes de l'association :

$$U_{CA} = U_{CB} + U_{BA} = E_2 - r_2 I + E_1 - r_1 I$$

$$\Leftrightarrow U_{CA} = E_2 + E_1 - (r_2 + r_1)I.$$

En posant

$$E = E_1 + E_2 \text{ et}$$

$$r = r_1 + r_2.$$

La tension aux bornes de l'association s'écrit : $U_{CA} = E - rI$. Nous constatons que l'association se com-

porte comme un générateur unique de caractéristiques.

$$E = E_1 + E_2;$$

$$r = r_1 + r_2.$$

Généralisation

Lorsque n générateurs sont groupés en série et dans le même sens, leurs f.é.m. s'ajoutent et leurs résistances aussi :

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n;$$

$$r = r_1 + r_2 + \dots + r_n.$$

Intérêt du groupement en série

On utilise des associations de générateurs en série, afin d'augmenter la f.é.m. de l'association, mais l'intensité limite du courant est celle de chacun des générateurs.

Ce type d'association de générateurs est très utilisé :

- Une pile plate de 4,5 V est constituée de trois éléments en série de f.é.m. 1,5 V.
- dans une lampe de poche on utilise plusieurs piles rondes associées en série.

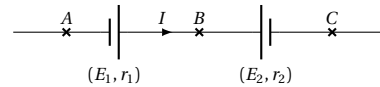


Figure 10.8

Grouperment de générateurs en opposition

Soient deux générateurs montés en opposition comme l'indique la figure ci-contre.

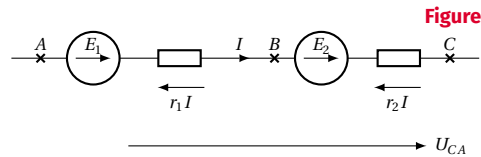


Figure 10.9

Représentons cette association en utilisant le modèle de Thévenin des générateurs.

Nous constatons que les pouvoirs électromoteurs des deux générateurs vont s'opposer l'un à l'autre et la f.é.m. la plus importante impose le sens du courant dans le circuit.

Dans le cas ci-dessus, $E_1 > E_2$. En appliquant la loi d'Ohm aux bornes de chacun des générateurs et la loi d'additivité des tensions à l'association nous avons :

$$U_{CA} = U_{CB} + U_{BA} = E_1 - r_1 I - E_2 - r_2 I \Leftrightarrow$$

$$U_{CA} = (E_1 - E_2) - (r_1 + r_2)I.$$

Donc l'association se comporte comme un générateur unique de caractéristiques $(E = E_1 - E_2; r = r_1 + r_2)$.

10.2. Les générateurs

Cette association ne présente un intérêt pratique que pour la charge d'un générateur rechargeable.

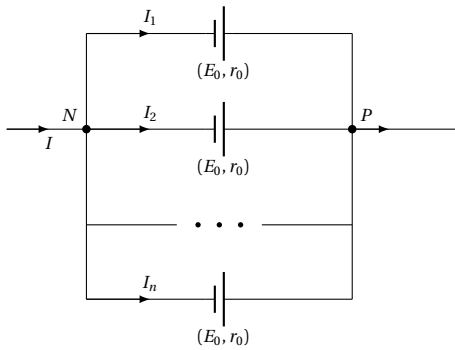


Figure 10.10

Groupement de générateurs en parallèle

Dans ce montage, les pôles de même signe sont reliés entre eux.

Cas de générateurs identiques

Dans ce cas,

$$I_1 = I_2 = \dots = I_n = \frac{I}{n}.$$

Calculons la tension U_{PN} commune aux différentes branches :

$$U_{PN} = E_0 - r_0 I_i = E_0 - r_0 \frac{I}{n}$$

$$U_{PN} = E_0 - \frac{r_0}{n} I.$$

D'après la définition du générateur équivalent (même tension et même intensité que l'association), on peut remplacer le groupement de générateurs ci-dessus par un générateur unique : de f.é.m :

$$E = E_0$$

et de résistance interne :

$$\frac{r_0}{n}$$

Intérêt du groupement en parallèle

On utilise le groupement en parallèle chaque fois qu'on veut obtenir un courant d'intensité supérieure à l'intensité limite de chaque générateur.

Cas de générateur non identiques

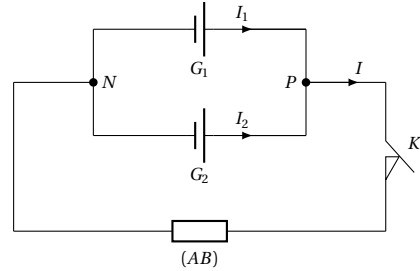


Figure 10.11

Soient deux générateurs G_1 et G_2 de caractéristique respectivement (E_1, r_1) et (E_2, r_2) . G_1 et G_2 montés en parallèle, alimentent un dipôle (A, B) . Envisageons les deux cas suivants :

1. L'interrupteur K est fermé.

Dans ce cas $I = I_1 + I_2$.

Il n'y a aucun problème.

2. L'interrupteur est ouvert

Les deux générateurs et les fils de connexion forment un circuit fermé $(N G_1 P G_2 N)$. Un courant (appelé courant de circulation) traverse le circuit. Son intensité est :

$$I = \frac{|E_1 - E_2|}{r_1 + r_2}.$$

Cette intensité peut être très grande si les résistances sont faibles (cas des accumulateurs au plomb) et si les f.é.m. sont de valeurs numériques assez différentes.

Prenons deux exemples numériques :

$$E_2 = 12 \text{ V}, r_2 = 0,06 \Omega;$$

$$E_1 = 10 \text{ V}, r_1 = 0,05 \Omega \Rightarrow$$

$$I = \frac{|10 - 12|}{0,11} = 18 \text{ A}.$$

$$E_2 = 12 \text{ V}, r_2 = 0,06 \Omega;$$

$$E_1 = 4 \text{ V}, r_1 = 0,02 \Omega \Rightarrow$$

$$I = \frac{|4 - 12|}{0,08} = 100 \text{ A}.$$

De telles valeurs d'intensité occasionnent une perte d'énergie par effet Joule et un échauffement excessif qui détériore les générateurs. C'est pourquoi, dans la pratique, on n'associe en parallèle que les générateurs identiques.

Groupement mixte de générateurs

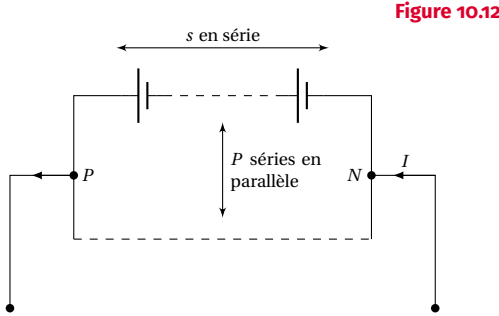


Figure 10.12

C'est une association en parallèle de plusieurs branches contenant elles-même plusieurs générateurs (E_0, r_0).

Les branches étant identiques, l'intensité du courant dans chaque branche est : I/p

$$U_{PN} = sE_0 + sr_0 \frac{I}{p} = sE_0 + \frac{sr_0}{p} I.$$

Ce groupement est équivalent à un générateur unique de f.é.m. $E = sE_0$ et de résistance interne

$$r = s \frac{r_0}{p}.$$

Intérêt du groupement mixte

Ce groupement présente deux avantages :

- il permet d'obtenir une f.é.m. importante $E = sE_0$.
- La résistance du groupement

$$\left(\frac{sr_0}{p} \right)$$

étant plus faible que celle d'une série (sr_0), on obtient un courant plus important.

10.2.6 Source potentiométrique

Nous avons présenté au chapitre précédent, le montage potentiométrique : par association d'un générateur et d'un rhéostat, il permet d'obtenir une tension variable entre l'une des bornes et le curseur du rhéostat. Le déplacement du curseur permet de faire varier la tension délivrée par la source potentiométrique.

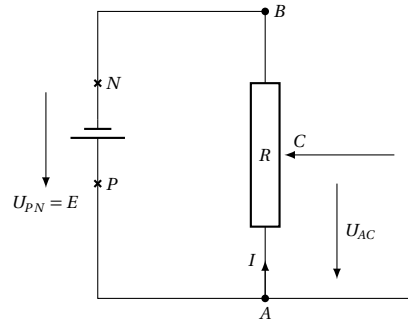


Figure 10.13

Soit un générateur de f.é.m. E et de résistance interne négligeable, branché aux extrémités A et B d'un rhéostat de résistance totale R . Si C est le curseur mobile du rhéostat, la résistance de la portion de rhéostat comprise entre A et C vaut Rx avec $0 \leq x \leq 1$ (Voir figure ci-contre).

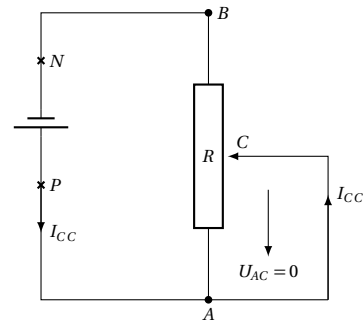


Figure 10.14

Le dipôle AC ainsi obtenu est appelé source potentiométrique.

Déterminons sa f.é.m. et sa résistance r

Nous supposons comme l'indique la figure, qu'aucun dipôle n'est branché entre A et C . On dit que la source potentiométrique est « à vide ».

La f.é.m. « e » de la source potentiométrique est donnée par la tension U_{AC} (lorsque la source potentiométrique ne débite pas).

Soit I l'intensité du courant circulant dans le rhéostat; la loi d'Ohm appliquée à la résistance AC s'écrit : $U_{AC} = R x I$.

Calculons l'intensité I

$U_{AB} = U_{PN} = E$ (la résistance interne du générateur étant nulle)

La loi d'Ohm aux bornes du rhéostat s'écrit : $U_{AB} = RI$.

Sachant que $U_{AB} = E$, nous avons :

$$E = RI \Rightarrow I = \frac{E}{R}.$$

10.3. Les récepteurs

En reportant cette valeur de I dans l'expression de U_{AC} , nous avons :

$$U_{AC} = \frac{RxE}{R} = xE.$$

Rappelons que la f.é.m. « e » d'un dipôle actif AC est la tension U_{AC} entre ses bornes lorsqu'il ne débite pas.

Donc la f.é.m. de la source potentiométrique est : $e = xE$ (e) varie de O à E selon la position du curseur C .

Calcul de la résistance interne r de la source potentiométrique

Utilisons l'intensité du courant de court-circuit I_{cc} donnée par la relation :

$$I_{cc} = \frac{e}{r} \Rightarrow r = \frac{e}{I_{cc}}.$$

Calculons I_{cc}

Les bornes A et C étant reliées par un fil de résistance négligeable, le dipôle AC est ainsi mis en court-circuit : la partie AC du rhéostat n'est plus parcourue par un courant, l'autre partie CB est parcourue par le courant I_{cc} .

La loi d'Ohm pour la portion de rhéostat CB s'écrit :

$$U_{CB} = R(1-x)I_{cc}$$

avec

$$U_{CB} = E \text{ car}$$

$$U_{AC} = 0$$

(AC étant en court circuit).

Donc :

$$I_{cc} = \frac{E}{R(1-x)}.$$

La résistance interne du dipôle AC est :

$$r = \frac{e}{I_{cc}}.$$

En reportant les expressions de e ($e = xE$) et de I_{cc} on obtient :

$$r = \frac{xER(1-x)}{E} = Rx(1-x).$$

10.3 Les récepteurs

10.3.1 Généralités

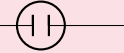
Un récepteur est un dipôle capable de transformer une partie de l'énergie électrique reçue en une autre

forme que l'énergie calorifique.

Exemples.

- L'électrolyseur transforme une partie de l'énergie électrique en énergie chimique.
- Un moteur électrique qui transforme une partie de l'énergie électrique en énergie mécanique.

Sur le schéma d'un circuit, on reconnaît le récepteur par son symbole



La convention récepteur

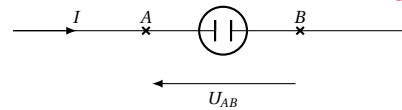


Figure 10.15

Considérons le récepteur (A, B), traversé par un courant de A vers B .

La tension positive est :

$$V_A - V_B = U_{AB},$$

représentée par la flèche-tension.

Nous constatons que pour un récepteur, la flèche-tension positive est opposée au sens du courant. Ces deux orientations constituent la convention récepteur

10.3.2 La caractéristique intensité-tension d'un récepteur

Schéma du montage

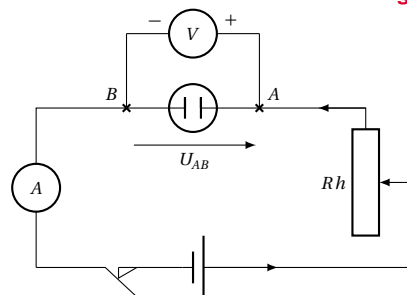


Figure 10.16

Le circuit expérimental comprend :

- En série : un électrolyseur contenant une solution diluée d'acide sulfurique (récepteur à étudier), un rhéostat, un générateur, un interrupteur et un ampèremètre A .

- Le voltmètre V mesure la tension U_{AB} aux bornes de l'électrolyseur.

Tracé de la caractéristique intensité-tension

A l'aide du rhéostat, on fait varier l'intensité du courant dans le circuit. Pour chaque valeur de l'intensité, on lit la valeur de la tension U_{AB} donnée par le voltmètre. On relève dans un tableau les différents couples de valeurs (U_{AB}, I) . Ce tableau de valeurs nous permet de tracer, la courbe $U_{AB}(I)$ appelée caractéristique intensité-tension du récepteur. En général, on obtient une droite de la forme (voir figure ci-dessous)

Nous constatons que :

Pour $U_{AB} \leq E'$, $I = 0$.

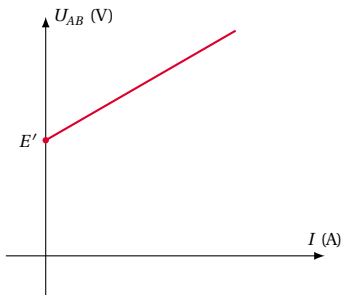


Figure 10.17

Pour $U_{AB} > E'$, $I \neq 0$ et U_{AB} est de la forme $U_{AB} = a'I + b'$ où a' (coefficient directeur de la droite) est la résistance interne (notée r') du récepteur.

b' (ordonnée à l'origine de la droite, est la force contre électromotrice (f.c.é.m.) du récepteur. On note E' .

L'équation de la caractéristique s'écrit alors :

$$U_{AB} = r'I + E'.$$

Grandeurs caractéristiques d'un récepteur

Pour un électrolyseur, E' ne dépend que de la nature de la solution alors que r' dépend aussi de sa concentration et de la forme de l'électrolyseur.

Donc E' et r' sont les deux grandeurs caractéristiques d'un récepteur.

Loi d'Ohm pour un récepteur

Pour un récepteur (A, B) traversé par un courant électrique d'intensité I de A à B , cette loi s'écrit :

$$U_{AB} = E' + r'I.$$

Remarque.

- Le récepteur de caractéristique E' et r' a pour modèle équivalent de Thévenin : (voir schéma ci-dessous)

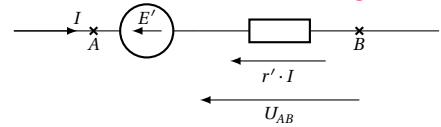


Figure 10.18

- Lorsqu'un moteur traversé par un courant électrique est bloqué, sa f.c.é.m E' est nulle. Toute l'énergie électrique reçue est transformée en chaleur par effet Joule. La tension aux bornes du moteur est alors : $U = R'I$.
- Dans le cas d'une électrolyse à anode soluble, l'électrolyseur à une f.c.é.m. nulle $E' = 0$. La tension aux bornes de l'électrolyseur est : $U = r'I$.

10.4 Conclusions : l'électromoteur

10.4.1 Définition

Un électromoteur est un dipôle dissymétrique, polarisé et actif. Il peut fonctionner soit en générateur, soit en récepteur.

Exemple.

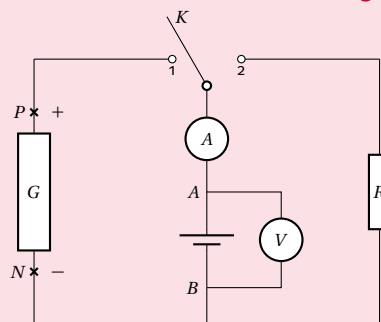


Figure 10.19

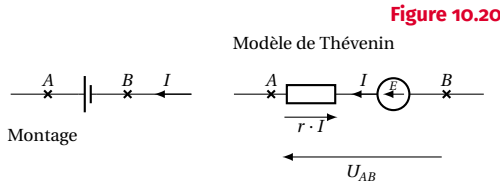
Un accumulateur, dans un circuit comme celui indiqué sur le schéma ci-contre. Le dipôle (A, B) est l'accumulateur. K est un inverseur. Quand k est en position 1 le générateur G fait fonctionner le dipôle (AB) en récepteur. Quand K est en position 2, l'accumulateur est le seul dipôle susceptible de fournir un courant au dipôle récepteur R .

10.4. Conclusions : l'électromoteur

10.4.2 Loi d'Ohm pour un électromoteur

Soit un dipôle (AB), constitué par un accumulateur.

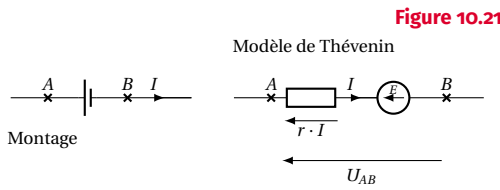
- Quand l'accumulateur fonctionne en générateur (schéma Fig. 10.20)



$$U_{AB} = E - r I_{BA} \text{ ou encore :}$$

$$U_{AB} = E + r I_{AB}.$$

- Quand l'accumulateur fonctionne en récepteur (schéma Fig. 10.21)



$$U_{AB} = r I + E.$$

Donc la d.d.p. aux bornes d'un électromoteur peut s'exprimer par une formule unique :

$$U_{AB} = E + r I_{AB}.$$

Dans cette formule, $I_{AB} < 0$ lorsque le dipôle fonctionne en générateur $I_{AB} > 0$ lorsque l'électromoteur fonctionne en récepteur.

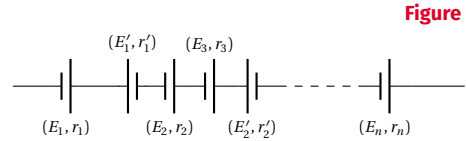
Dans le fonctionnement en récepteur, le courant entre par le pôle positif de l'électromoteur.

ractéristique :

$$E = E_1 - E_2 \text{ et}$$

$$r = r_1 + r_2.$$

Généralisation



Cette association est équivalente à un générateur unique de caractéristiques

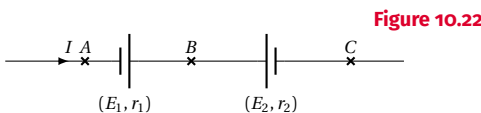
$$E = \sum E - \sum E'$$

où $\sum E$ est la somme des f.é.m. des l'électromoteurs fonctionnant en générateurs et $\sum E'$ celle des électromoteurs fonctionnant en récepteurs.

$$r = \sum r_i + \sum r'_i.$$

10.4.3 Groupement de générateurs en opposition

Cas de deux générateurs

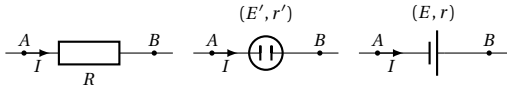


Nous avons établi au paragraphe 10.2.5 que cette association est équivalente à un générateur unique de ca-

10.5 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Ecrire la relation traduisant la loi d'Ohm $V_A - V_B = f(I)$ dans les trois cas suivants :



Exercice 2.

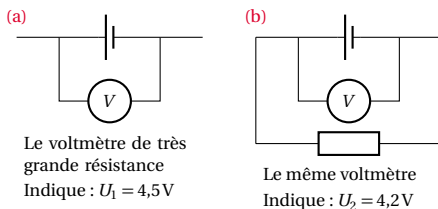
Pour tracer la caractéristique intensité-tension d'une pile, on effectue un relevé de mesures de la tension U_{PN} à ses bornes lorsque l'intensité qu'elle débite est I . On obtient le tableau ci-dessous :

$I(\text{A})$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$U_{PN}(\text{V})$	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1

- 2.1. Proposer un schéma de montage.
- 2.2. Tracer la caractéristique intensité-tension de cette pile en utilisant l'échelle suivante :
En abscisse : 1 unité pour 0,1 A.
En ordonnée : 1 unité pour 0,2 V.
- 2.3. Déterminer, pour cette pile, la f.é.m. (E), la résistance interne (r) et l'intensité du courant de court-circuit (I_{cc}).
- 2.4. Déterminer graphiquement la tension aux bornes de cette pile lorsqu'elle débite un courant d'intensité 500 mA.
Vérifier ce résultat par calcul.

Exercice 3.

Pour déterminer la f.é.m. E et la résistance r d'une pile, on réalise les deux montages ci-dessous.



Calculer E et r , sachant que $R = 21 \Omega$.

Exercice 4.

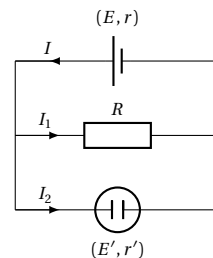
On dispose d'une pile dont on désire connaître la f.é.m. E et la résistance interne r . En utilisant un montage identique à celui du paragraphe 10.2.1, on mesure la tension $U_{PN} = U$ à ses bornes lorsque l'intensité du courant qu'elle débite est I . On a trouvé :

$$\begin{aligned} U_1 &= 5,4 \text{ V} & \text{quand } I_1 &= 0,5 \text{ A} \text{ et} \\ U_2 &= 4,8 \text{ V} & \text{quand } I_2 &= 1 \text{ A.} \end{aligned}$$

- 4.1. Déterminer les valeurs de E et r .
- 4.2. Quelle serait l'indication d'un voltmètre branché directement sur les deux bornes de la pile?
- 4.3. Quelle serait l'intensité du courant débité par la pile si on reliait ses deux bornes par un gros fil métallique?
- 4.4. Quelle est la tension U à ses bornes lorsque le courant débité a une intensité de 1,5 A?
- 4.5. On remplace la pile ci-dessus par une batterie d'accumulateurs de f.é.m. $E_1 = 12 \text{ V}$ et une résistance interne $R_1 = 0,01 \Omega$. Calculer la tension aux bornes de cette batterie lorsqu'elle débite un courant d'intensité $I = 1,5 \text{ A}$. Quelle conclusion pouvez-vous tirer?
- 4.6. Calculer l'intensité de court-circuit de cette batterie. Conclusion?

Exercice 5.

Un générateur de f.é.m. $E = 10 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 2,0 \Omega$ débite dans un circuit comprenant, montés en parallèle, un conducteur ohmique de résistance $R = 2,0 \Omega$ et un électrolyseur de f.c.é.m. $E' = 1,5 \text{ V}$ et de résistance interne $r' = 1,0 \Omega$.



Calculer les intensités I_1 , I_2 et I .

Exercice 6.

Un accumulateur a une f.c.é.m. de 1,8 V au début de la charge et 2,3 V à la fin. Sa résistance interne est $r' = 0,01 \Omega$. Pour le recharger avec un courant constant de 8 A, quelle tension faut-il lui appliquer :

- 6.1. Au début de la charge?
- 6.2. à la fin de la charge?

Exercice 7.

7.1. Pour construire un générateur de f.é.m. $E = 45 \text{ V}$ et de résistance interne $r = 0,1 \Omega$, on dispose d'éléments de piles de f.é.m. $E_1 = 1,5 \text{ V}$ et de résistance interne $r_1 = 0,02 \Omega$.

7.1.1. Comment doit-on disposer ces éléments de

10.6. Solutions des exercices et problèmes

piles?

7.1.2. Combien de piles doit-on utiliser en tout?

7.2. On dispose en série le générateur précédent, de caractéristiques E et r ; un résistor de résistance $R = 12\Omega$; un moteur de f.c.é.m. E' et de résistance interne r' ; un ampèremètre de résistance $g = 2\Omega$. Le moteur étant bloqué, l'ampèremètre indique 3A. Lorsque le moteur tourne, l'ampèremètre indique 2A.

7.2.1. Faire le schéma du circuit.

7.2.2. Calculer E' et r' .

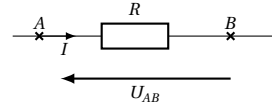
7.3. L'ampèremètre du circuit précédent est shunté au 1/10. Calculer, en envisageant le cas où le moteur tourne et le cas où il est bloqué :

7.3.1. La résistance s du shunt.

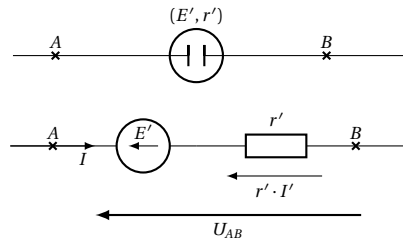
7.3.2. L'intensité du courant qui passe dans l'ampèremètre.

10.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 114)

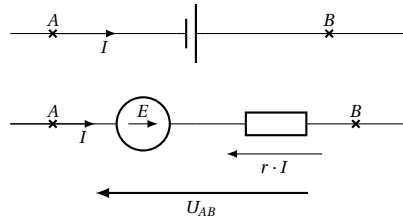


Le dipôle (A, B) est constitué par un conducteur ohmique de résistance R . La loi d'Ohm s'écrit : $U_{AB} = RI$.



Le dipôle (A, B) est constitué par un électromoteur récepteur de caractéristique (E', r') . La loi d'Ohm s'écrit : (Voir modèle de Thévenin ci-dessous)

$$U_{AB} = E' + r'I.$$



Le dipôle (A, B) est constitué par un générateur de caractéristique (E, r) . En utilisant le modèle de Thévenin (voir figure ci-dessus) la loi d'Ohm s'écrit :

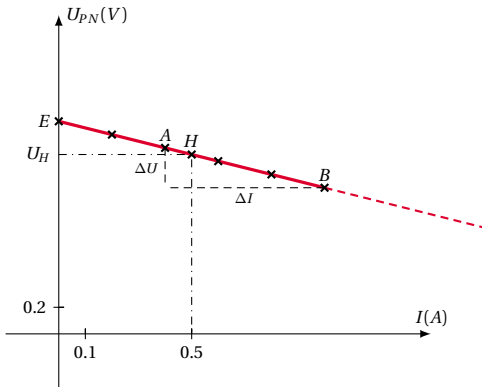
$$U_{AB} = rI - E$$

(Il faut remarquer sur le schéma équivalent que la flèche U_{AB} a le même sens que la flèche rI et est opposée à la flèche E).

Solution 2. (p. 114)

2.1. Schéma du montage

C'est celui du paragraphe 10.2.1.



2.2. Caractéristique $U_{PN}(I)$ (voir ci-dessus)

2.3. Déterminons les caractéristiques E et r de cette pile

- Le f.é.m. E de la pile est égale à la tension à ses bornes lorsqu'elle ne débite aucun courant (c'est-à-dire $I = 0$).

Or pour $I = 0$, nous avons : $U_{PN} = E = 1,6\text{V}$.

- La résistance interne r est égale à la pente de la droite $U(I)$.

En nous plaçant entre deux points A et B ,

$$r = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = -\frac{U_A - U_B}{I_A - I_B}.$$

A.N.

$$r = -\frac{1,4 - 1,1}{0,4 - 1} = 0,5\Omega.$$

- Intensité du courant de court-circuit I_{cc}

Graphiquement, I_{cc} est l'abscisse du point de rencontre de la caractéristique $U(I)$ et de l'axe des abscisses. Etant limité par la dimension de notre échelle, nous ne pouvons que calculer I_{cc} :

$$I_{cc} = \frac{E}{r} = \frac{1,6}{0,5} = 3,2\text{A}.$$

2.4. Valeur de U_{PN} pour $I = 500\text{mA} = 0,5\text{A}$.

Graphiquement, la projection de l'abscisse $0,5\text{A}$ sur la caractéristique $U(I)$ donne le point H d'ordonnée $U_H = 1,34\text{V}$. U_H est la tension aux bornes de la pile pour $I = 0,5\text{A}$.

Vérification par le calcul

La loi d'Ohm pour cette pile est :

$U_{PN} = E - rI$. Pour $I = 0,5\text{A}$, $U_{PN} = 1,6 - 0,5 \cdot 0,5 = 1,35\text{V}$, valeur très proche de $1,34\text{V}$.

Solution 3. (p. 114)

Déterminons E et r à partir des deux expériences

Sur la figure (a), le voltmètre ayant une grande résistance, on admet que l'intensité du courant débité par le générateur est pratiquement nulle. Dans ce cas la tension U_1 aux bornes de la pile est égale à sa tension à vide $U_0 \approx E$. Donc $E = 4,5\text{V}$.

Sur la figure (b), la tension (mesurée par le voltmètre) est la même aux bornes de la pile et aux bornes du conducteur ohmique de résistance $R = 21\Omega$. Or

$$U_2 = E - rI \quad (\text{S10.1})$$

aux bornes de la pile et

$$U_2 = RI \quad (\text{S10.2})$$

aux bornes du conducteur ohmique S10.2 :

$$\Rightarrow I = \frac{U_2}{R} = \frac{4,2}{21} = 0,2\text{A}$$

et de S10.1

$$\Rightarrow r = \frac{E - U_2}{I} = \frac{4,5 - 4,2}{0,2} = 1,5\Omega.$$

Solution 4. (p. 114)

C'est la loi d'Ohm qui va nous donner tous les résultats :

$$U_{PN} = U = E - rI$$

4.1. Déterminons E et r

Appliquons la loi d'Ohm à la pile pour les deux couples (U_1, I_1) et (U_2, I_2)

$$U_1 = E - rI_1;$$

$$U_2 = E - rI_2.$$

Application numérique.

$$5,4 = E - 0,5r;$$

$$4,8 = E - r.$$

Nous obtenons un système de deux équations linéaires à deux inconnues dont la résolution nous donne. $E = 6\text{V}$ et $r = 1,2\Omega$.

4.2. En branchant directement le voltmètre sur les deux bornes de la pile, on mesure ainsi sa tension à vide U_0 qui est égale à la f.é.m. (E) ou encore, puisque la pile ne débite pas, on considère $I = 0$ dans la loi d'Ohm :

$$I = 0 \Rightarrow U_0 = E = 6\text{V}.$$

Le voltmètre indiquerait 6V .

4.3. Quand on relie les deux bornes de la pile par un gros fil métallique, on annule la tension U_{PN} à ses bornes et l'intensité du courant est l'intensité de court-circuit I_{cc} . Donc :

$$U_{PN} = 0 \Rightarrow E - rI_{cc} = 0$$

$$\Rightarrow I_{cc} = \frac{E}{r} = \frac{6}{1,2} = 5\text{A}$$

$$\Rightarrow I_{cc} = 5\text{A}$$

4.4. Pour

$$I = 1,5\text{A};$$

$$U = E - rI = 6 - 1,2 \cdot 1,5 = 4,2\text{V}.$$

4.5. Tension aux bornes de la batterie d'accumulateurs

$$U = E_1 - r_1 I = 12 - 0,01 \cdot 1,5 = 11,98\text{V}.$$

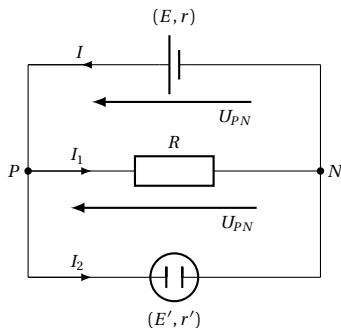
Pour cette valeur d'intensité ($I = 1,5\text{A}$), la chute ohmique de tension (rI) reste négligeable par rapport à E et on peut considérer, en pratique que : $U_{PN} \approx E = \text{cte}$. Une batterie d'accumulateurs maintient entre ses bornes une tension sensiblement constante.

4.6. Intensité de court-circuit pour cette batterie

$$I_{cc} = \frac{E_1}{r_1} = \frac{12}{0,01} = 1200\text{A}$$

10.6. Solutions des exercices et problèmes

Ce courant de très grande intensité est susceptible de provoquer des accidents (brûlures, inflammations, incendie ...). Même pendant un temps bref, il détériore la batterie : il faut donc absolument éviter de mettre en court-circuit les deux bornes d'une batterie d'accumulateurs.



Solution 5. (p. 114)

Calculons I_1 , I_2 et I

Nous allons appliquer la loi d'Ohm aux bornes des différents éléments du circuit :

- Aux bornes du générateur : $U_{PN} = E - rI$.
- Aux bornes du conducteur ohmique : $U_{PN} = RI_1$.
- Aux bornes de l'électrolyseur : $U_{PN} = E' + r'I_2$.

La tension U_{PN} étant la même quel que soit le chemin suivi, nous pouvons rassembler les trois équations ci-dessus en deux équations :

$$\begin{aligned} E - rI &= RI_1; \\ E' + r'I_2 &= RI_1. \end{aligned}$$

En remplaçant chaque terme connu par sa valeur, nous avons :

$$\begin{aligned} 10 - 2I &= 2I_1; \\ 1,5 + I_2 &= 2I_1. \end{aligned}$$

Nous avons un système de deux équations à trois inconnues I , I_1 et I_2 . Nous allons trouver une troisième équation en écrivant la loi des noeuds au point P (ou au point N) : $I = I_1 + I_2$. Nous obtenons ainsi un système de 3 équations de premier degré à 3 inconnues.

$$\begin{cases} 10 - 2I = 2I_1 \\ 1,4 + I_2 = 2I_1 \\ I = I_1 + I_2 \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations nous donne :

$$\begin{cases} I_2 = 1,75\text{A} \\ I_1 = 1,625\text{A} \\ I = 3,375\text{A} \end{cases}$$

Solution 6. (p. 114)

Au cours de la charge, l'accumulateur se comporte comme un récepteur. Appliquons la loi d'Ohm à ses bornes :

6.1. Au début de la charge :

$$U_1 = E'_1 + r'I = 1,8 + 0,01 \cdot 8 = 1,88\text{V}.$$

6.2. A la fin :

$$U_2 = E'_2 + r'I = 2,3 + 0,01 \cdot 8 = 2,38\text{V}.$$

Solution 7. (p. 114)

7.1.

7.1.1. Disposition des éléments (E_1 , r_1)

Soient m le nombre de dérivation et n le nombre d'éléments de chaque dérivation.

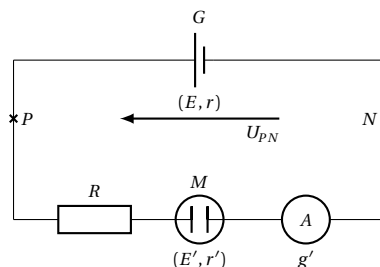
La f.é.m. E du générateur équivalent est :

$$\begin{aligned} E &= nE_1 \\ \Rightarrow n &= \frac{E}{E_1} = \frac{45}{1,5} = 30. \end{aligned}$$

La résistance interne r du générateur équivalent est :

$$\begin{aligned} r &= \frac{nr_1}{m} \\ \Rightarrow m &= \frac{nr_1}{r} = \frac{30 \cdot 0,02}{0,1} = 6. \end{aligned}$$

On va disposer ces éléments en 6 dérivation comportant 30 éléments chacune.



7.1.2. Nombre p de piles utilisées
 $p = mn = 6 \cdot 30 = 180$ piles.

7.2.

7.2.1. schéma du montage

Voir ci-contre

7.2.2. Calcul de E' et r'

Pour $E' = 0$ (moteur bloqué), $I = I_1 = 3\text{A}$. Pour $E' \neq 0$ (le moteur tourne), $I = I_2 = 2\text{A}$. Aux bornes du générateur la tension s'écrit :

$$U_{PN} = E - rI. \quad (\text{S10.1})$$

Aux bornes de l'ensemble {résistor, moteur, ampère-mètre A} en série, la tension s'écrit :

$$U_{PN} = RI + E' + r'I + gI. \quad (\text{S10.2})$$

S10.1 et S10.2 donne :

$$E - rI = (R + r' + g)I + E'. \quad (\text{S10.3})$$

Pour $E' = 0$ S10.3 devient :

$$\begin{aligned} E - rI_1 &= (R + r' + g)I_1 \\ \Rightarrow r' &= \frac{E - rI_1}{I_1} = \frac{45 - 0,1 \cdot 3}{3} - (12 + 2) = 0,9\Omega. \end{aligned}$$

Pour $E' \neq 0$ et connaissant $r' = 0,9\Omega$, S10.3

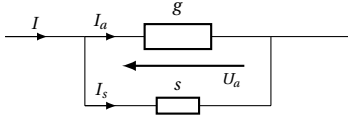
$$\Rightarrow E' = E - (r + R + r' + g)I_2$$

A.N.

$$E' = 45 - (0,1 + 12 + 0,9 + 2) \cdot 2 = 15 \text{ V.}$$

7.3.

7.3.1. Calculons la résistance du shunt



L'ampère étant shunté au 1/10,

$$n = \frac{I}{I_a} = 10$$

or $U_a = gI_a$ et $U_a = sI_s$

$$\Rightarrow gI_a = sI_s$$

or $I = I_a + I_s$ avec $\frac{I}{I_a} = n$

$$\Rightarrow I = nI_a$$

donc :

$$nI_a = I_a + I_s \Rightarrow I_s = (n-1)I_a \text{ et}$$

$$\frac{I_a}{I_s} = \frac{1}{n-1} \Rightarrow s = \frac{g}{n-1} = \frac{2}{10-1} = 0,22\Omega$$

$s = \frac{g}{n-1}$ est indépendant de I .

7.3.2. Calcul de l'intensité I_a qui passe dans l'ampère-mètre

$$I_a = \frac{I}{n}$$

■ Quand le moteur est bloqué : $I = I_1 = 3\text{A}$:

$$I_a = \frac{I_1}{n} = \frac{3}{10} = 0,3\text{A}$$

■ Quand la moteur fonctionne, $I = I_2 = 2\text{A}$:

$$I_a = \frac{I_2}{n} = \frac{2}{10} = 0,2\text{A}$$

7.3.3. Intensité I' du courant dans le circuit

L'électrolyseur possède une anode en argent et contient une solution d'ion Ag^+ . Lors du passage du courant dans le circuit, il se produit une électrolyse à anode soluble. Donc la f.c.é.m. E' de l'électrolyseur est nulle. L'électrolyseur se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r'' .

De la même manière qu'à la question 7.2.2. on peut établir :

$$\begin{aligned} E - rI &= (R + r' + r'')I + E' \\ \Rightarrow I &= \frac{E - E'}{R + r' + r'' + r} = \frac{45 - 15}{12 + 0,9 + 2 + 0,1} = 2\text{A} \end{aligned}$$

Point de fonctionnement d'un circuit

11.1	Introduction	120
11.2	Résolution d'un circuit par le calcul	120
11.2.1	Association d'une pile et d'un conducteur ohmique	120
11.2.2	Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en série	120
11.2.3	Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en parallèle	121
11.3	Résolution d'un circuit à partir des caractéristiques	121
11.3.1	Méthode générale de résolution	121
11.3.2	Pile associée à un conducteur ohmique	122
11.3.3	Piles associées à une varistance	122
11.4	Enoncés des exercices et problèmes	123
11.5	Solutions des exercices et problèmes	124

11.1 Introduction

Maintenant que nous connaissons bien les dipôles passifs et les dipôles actifs (grâce à leurs caractéristiques), nous allons leur associer pour former des circuits électriques.

Mais il est prudent, avant de réaliser un montage, de rechercher l'intensité du courant qui va circuler dans le circuit envisagé ; si celle-ci est trop importante, une résistance peut-être « grillée », une diode complètement détériorée...

C'est le point de fonctionnement du circuit qui va fournir la valeur de cette intensité.

Les circuits électriques les plus simples s'obtiennent en associant un dipôle passif et un dipôle actif, par exemple un conducteur ohmique en série avec une pile.

Le problème qui se pose est alors celui de la résolution du circuit considéré, c'est-à-dire de la recherche de l'intensité du courant qui circule dans le circuit.

C'est, en général, une construction géométrique utilisant l'intersection des caractéristiques de deux pôles qui va nous permettre d'obtenir cette intensité ; on dit qu'on détermine le point de fonctionnement du circuit électrique. Cependant, nous allons donner d'abord une méthode permettant de calculer l'intensité cherchée en utilisant les lois d'Ohm.

11.2 Résolution d'un circuit par le calcul

11.2.1 Association d'une pile et d'un conducteur ohmique

Le circuit est représenté à la figure 11.1 (voir ci-dessous).

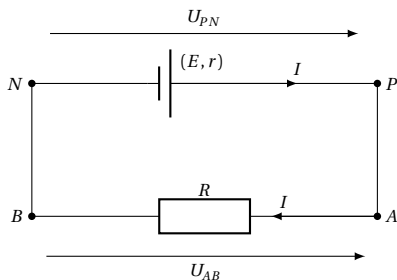


Figure 11.1

Association d'une pile (E, r) et d'un conducteur ohmique R

On l'obtient en reliant, par de gros fils de cuivre, le pôle + de la pile à la borne A du dipôle conducteur ohmique et le pôle — de la pile à la borne B du dipôle.

La f.é.m. de la pile est E , sa résistance interne est r . La résistance du conducteur ohmique est notée R . Le courant (intensité I) sort de la borne + du générateur. Puisque P et A sont reliés par un gros fil de cuivre, la tension U_{PA} est nulle : P et A représente en fait, du point de vue électrique, le même point ; il en est de même pour les points B et N , donc : $U_{PN} = U_{AB}$.

Nous allons évaluer séparément ces deux tensions grâce aux lois d'Ohm et évaluer leurs tensions. U_{PN} est la tension aux bornes de la pile $U_{PN} = E - rI$ (Les flèches représentatives de l'intensité et de la tension U_{PN} ont le même sens.)

U_{AB} est la tension aux bornes du conducteur ohmique : $U_{AB} = RI_{AB} = RI$ (En utilisant la convention récepteur-pour le dipôle AB , les flèches représentatives de l'intensité I et de la tension U_{AB} sont, cette fois dans des sens inverses).

A noter que le même courant traverse la pile et le conducteur ohmique (même sens et même intensité).

$$\begin{aligned}U_{PN} &= U_{AB}; \\ E - rI &= RI \text{ et} \\ E &= (R + r)I. \\ I &= \frac{E}{R + r}.\end{aligned}$$

L'intensité dans le circuit formé en associant une pile (E, r) et un conducteur ohmique (R) s'obtient en divisant la f.é.m. E de la pile par la somme des résistances $(R + r)$ des dipôles associés. C'est la loi de Pouillet :

Cette formule qui est à bien connaître et à savoir utiliser s'applique également dans les deux cas un peu plus compliqués suivants.

11.2.2 Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en série

Les trois dipôles sont branchés en série :

La pile (E, r) et les deux conducteurs ohmiques de résistances respectives R_1 et R_2 (Fig. 11.2)

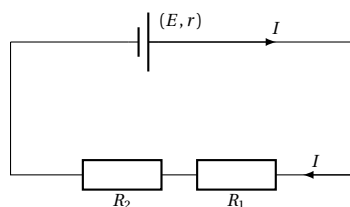


Figure 11.2

On remplace les deux conducteurs ohmiques par

11.3. Résolution d'un circuit à partir des caractéristiques

leurs conducteurs ohmique équivalent

Il faut utiliser la méthode suivante :

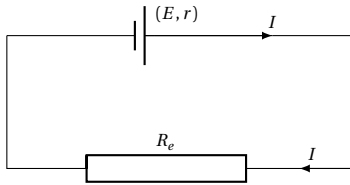


Figure 11.3

Le schéma équivalent est fait à la figure 11.3 : on a remplacé l'ensemble (R_1, R_2) en série par le conducteur ohmique de résistance R_e .

Celle-ci se calcule en faisant la somme de deux résistances. $R_e = R_1 + R_2$.

On retrouve alors le cas du paragraphe 11.2.1 (Reportez-vous à la figure 11.1); l'intensité se calcule par la formule :

$$I = \frac{E}{R_e + r} \text{ avec } R_e = R_1 + R_2.$$

Remarque.

Le conducteur ohmique R_2 peut-être un rhéostat monté en résistance variable. Vous allez maintenant comprendre pourquoi un rhéostat permet de modifier l'intensité I du courant dans un circuit : quand R_2 augmente, R_e augmente et I diminue; au contraire, si R_2 diminue, I augmente.

11.2.3 Association d'une pile et de deux conducteurs ohmiques en parallèle

La figure 11.4 représente le circuit considéré. On utilise encore la même méthode :

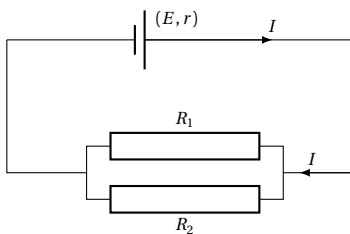


Figure 11.4

On remplace les deux conducteurs ohmiques en parallèle par leur conducteur ohmique équivalent. Le schéma équivalent est celui de la figure 11.5 : on a remplacé l'ensemble (R_1, R_2) en parallèle par le conducteur

ohmique de résistance R_e .

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \text{ ou } R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

On est encore ramené au cas du paragraphe A, figure 11.1; L'intensité I s'obtient par la formule :

$$I = \frac{E}{R_e + r} \text{ avec } R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

11.3 Résolution d'un circuit à partir des caractéristiques

Le circuit étudié (Fig. 11.5) est constitué d'un dipôle passif D associé avec une pile (E, r) . La méthode résolution que nous allons décrire utilise les caractéristiques de la pile et du dipôle D ; c'est la seule méthode qui permette de déterminer la valeur de l'intensité I lorsque la caractéristique du dipôle D n'est pas linéaire.

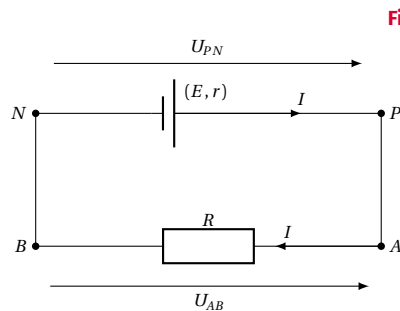


Figure 11.5

11.3.1 Méthode générale de résolution

On utilise les deux éléments suivant :

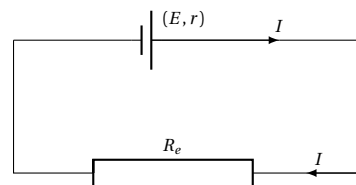
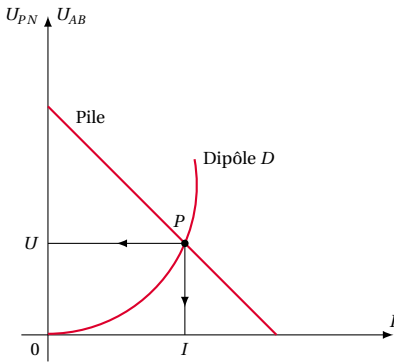


Figure 11.6

Le courant I dans la pile a même direction que le

courant dans le dipôle AB ($I_{AB} = I$); Les tensions U_{PN} et U_{AB} ont même valeur. On construit donc sur le même graphique et avec les mêmes échelles les courbes donnants :

1. Les variations de la tension U_{PN} aux bornes de la pile en fonction de I , c'est-à-dire la caractéristique de la pile avec la convention générateur;
2. Les variations de la tension U_{AB} aux bornes du dipôle D en fonction de $I_{AB} = I$, c'est-à-dire la caractéristique du dipôle D avec la convention récepteur.



Détermination du point de fonctionnement P par intersection des caractéristiques

La construction est faite à la figure 11.7; La caractéristique de la pile est une droite, celle du dipôle D est un courbe quelconque, mais passant par l'origine O .

Pour le point P d'intersection des caractéristiques des deux dipôles, ceux-ci sont parcourus par la même intensité I et la tension à leur borne a la même valeur. Ce point P est le point de fonctionnement du circuit.

L'intensité du courant dans le circuit est l'intensité correspondante au point de fonctionnement P .

Le point de fonctionnement nous fournit, en outre la valeur des tensions aux bornes de la pile et du dipôle : $U_{PN} = U_{AB} = U$ (Voir Fig. 11.7).

Nous venons d'effectuer la résolution du circuit en utilisant les deux caractéristiques intensité-tension des dipôles associés;

Remarque.

le point de fonctionnement et le pôle positif de la pile sont désignés par la même lettre P ; ne les confondez pas.

11.3.2 Pile associée à un conducteur ohmique

Raisonnons avec les caractéristiques intensité-tension.

La caractéristique de la pile est la droite d'équation :

$$U_{PN} = E - rI \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ordonnée à l'origine : } E; \\ \text{coefficient directeur : } -r. \end{array} \right.$$

Elle coupe l'axe horizontal au point d'abscisse I_{cc} (intensité de court-circuit).

La caractéristique du conducteur ohmique est la droite passant par l'origine O et d'équation : $U_{AB} = RI$ (coefficient directeur : R). La figure 11.8 montre le schéma du circuit et la construction du point de fonctionnement P .

Les équations des deux caractéristiques permettent de retrouver la loi de Pouillet : $U_{PN} = U_{AB}$ entraîne

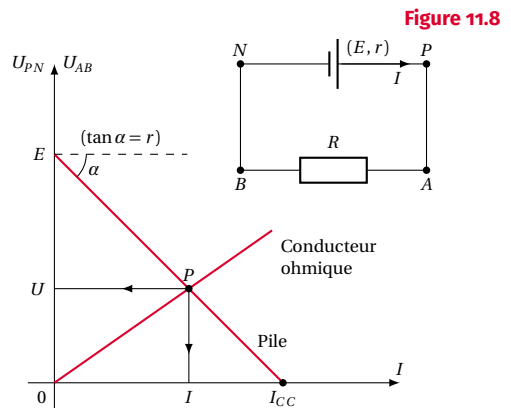
$$E - rI = RI \text{ d'où}$$

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

En pratique, c'est le problème qui se pose lorsqu'une ampoule électrique est branchée au borne d'une pile; la construction de la figure 11.8 ou la loi de Pouillet permette de déterminer l'intensité du courant dans l'ampoule.

Remarque.

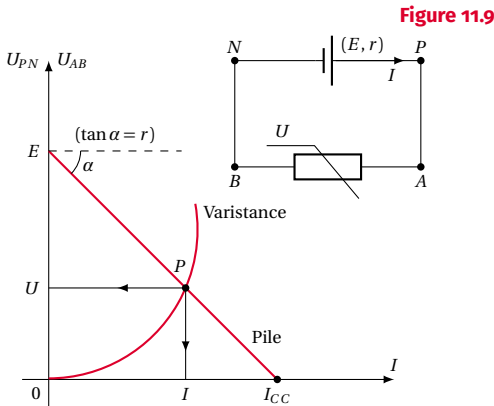
Si on retourne le conducteur ohmique, rien n'est changé dans le circuit; en particulier, l'intensité conserve la même valeur puisque le conducteur ohmique est un dipôle symétrique.



Détermination du point de fonctionnement P pour le circuit formé en associant une pile et un conducteur ohmique

11.3.3 Piles associées à une varistance

On raisonne encore avec les caractéristiques intensité-tension. Les constructions et la détermination du point de fonctionnement P sont faites à la figure 11.9.



A noter qu'aucun calcul n'est possible ici puisqu'il n'existe pas de fonction mathématique simple donnant les variations de U_{AB} en fonction de I .

La varistance étant un dipôle symétrique, on peut la retourner sans modifier l'intensité du courant dans le circuit.

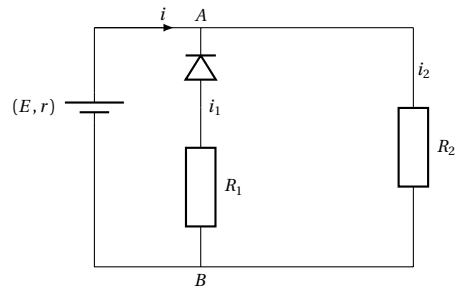
11.4 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Pour le montage de la figure ci-dessous, la diode est idéale. Le générateur a pour f.é.m. $E = 2\text{ V}$ et pour résistance interne $r = 10\Omega$.

$$R_1 = 100\Omega \text{ et}$$

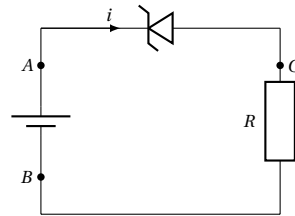
$$R_2 = 10\Omega.$$



- Calculer les intensités i , i_1 et i_2 .
- Même question quand on retourne la diode.

Exercice 2.

On donne pour le montage de la figure ci-dessous :

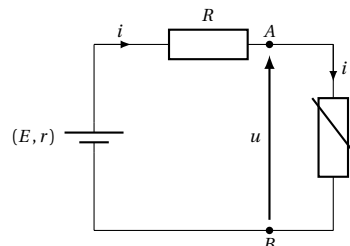


$E = 10\text{ V}$, $r = 10\Omega$, $R = 100\Omega$. La diode est idéale et sa tension de Zener est $u_Z = 6\text{ V}$.

- 2.1. Calculer l'intensité i :
- 2.2. Même question quand on retourne la diode.

Exercice 3.

Un circuit comprend en série :



Un générateur de f.é.m. $E = 60\text{ V}$ et de résistance interne $r = 20\Omega$;

Une résistance ohmique $R = 460\Omega$;

Une varistance (V.D.R.).

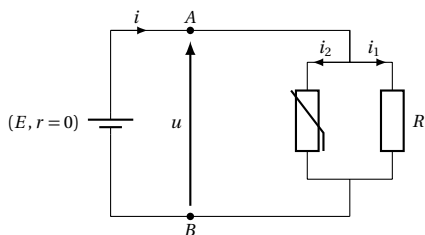
La caractéristique de la V.D.R. peut-être tracée à partir du tableau suivant :

$V_A - V_B$	0	10	20	30	40	45
$i(\text{mA})$	0	2,5	7,5	25	82,5	130

Déterminer graphiquement la valeur de l'intensité dans le circuit ainsi que la valeur de la d.d.p. $u = V_A - V_B$ (voir figure du montage ci-dessus). Quelle est alors la d.d.p. aux bornes du générateur ?

Exercice 4.

Le circuit représenté à la figure ci-dessous comprend :



Un générateur de f.é.m. $E = 45\text{ V}$ et de résistance interne négligeable;

Un dipôle passif résultant de l'association en parallèle, d'une résistance ohmique $R = 500\Omega$, et d'une varistance dont la caractéristique est fournie par le tableau suivant :

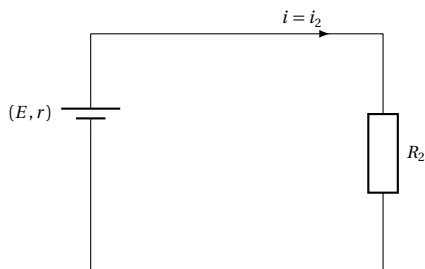
$u(\text{V})$	0	10	20	30	40	50	60	70
$i_2(\text{mA})$	0	2,5	5	10	20	35	52,5	77,5

Déterminer graphiquement les valeurs des intensités i_1 , i_2 et i .

11.5 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 123)

1.1. Dans le montage envisagé (figure dans l'énoncé 1), la diode est sollicitée dans le sens inverse. Elle est donc bloquée et $i_1 = 0$. Nous pouvons supprimer la branche AB comprenant l'ensemble (diode + résistance R_1) D'où le montage de la figure suivante :

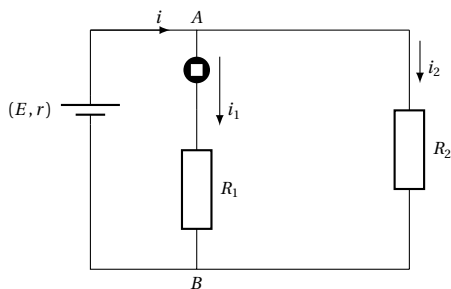


Nous constatons que $i = i_2$ et d'après la loi de Pouillet,

$$i = \frac{E}{r + R_2} = \frac{2}{10 + 10} = 0,1$$

$$\Rightarrow i = i_2 = 0,1\text{ A.}$$

1.2. En retournant la diode, elle est maintenant sollicitée dans le sens passant et se comporte comme un interrupteur fermé. (voir figure ci-dessous)



Remplaçons les résistances R_1 et R_2 , en parallèles, par leur résistance équivalente R , et, calculons ensuite i par la loi de Pouillet dans le circuit constitué par le générateur (E, r) et la résistance R :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}.$$

$$R_e = \frac{100 \cdot 10}{110} = 9,1\Omega;$$

$$i = \frac{E}{r + R} = \frac{2}{10 + 9,1} = 0,10\text{ A;}$$

$$V_A - V_B = R_1 i_1 = R_2 i_2$$

11.5. Solutions des exercices et problèmes

$$\Leftrightarrow 100i_1 = 10i_2$$

$$\Rightarrow i_2 = 10i_1$$

Par ailleurs,

$$i = i_1 + i_2$$

$$\Rightarrow i = i_1 + 10i_1 = 11i_1$$

$$\Rightarrow i_1 = \frac{i}{11} = \frac{0,10}{11} = 9,1 \times 10^{-3} \text{ A} = 9,1 \text{ mA}$$

$$\text{et } i_2 = 10i_1 = 91 \text{ mA.}$$

Solution 2. (p. 123)

2.1. La diode est branchée dans le sens inverse et elle conduit le courant car $E > u_Z$; la tension à ses bornes est u_Z .

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B);$$

$$E - r_i = u_Z + R_i$$

$$\Rightarrow i = \frac{E - u_Z}{R + r};$$

$$i = \frac{10 - 6}{100 + 10} = 0,036 \text{ A} = 36 \text{ mA.}$$

2.2. La diode est branchée dans le sens direct. Elle équivaut alors à un interrupteur fermé (la tension à ses bornes est nulle). Tout se passe comme si elle était supprimée du montage. la loi de Pouillet nous permet alors d'écrire :

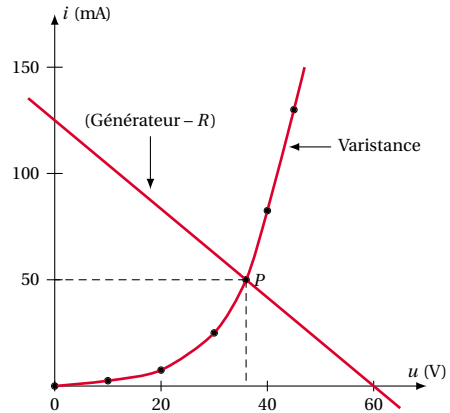
$$i = \frac{E}{R + r};$$

$$i = \frac{10}{100 + 10} = 0,091 \text{ A} = 91 \text{ mA.}$$

Solution 3. (p. 123)

Plusieurs méthodes graphiques sont utilisées pour déterminer le point de fonctionnement du circuit : *1^{re} méthode* Le circuit est considéré comme résultant de l'association du dipôle actif (générateur + résistance R en série) et du dipôle passif représenté par la varistance. Il suffit alors de tracer sur le même graphique, et avec les mêmes échelles, les caractéristiques $i = f(u)$ de ces deux dipôles : les coordonnées de leur point d'intersection définissent les coordonnées du point de fonctionnement du circuit puisque les deux dipôles sont traversés par la même intensité et sont soumis à la même tension U .

Caractéristique de la varistance : (voir courbe ci-dessous).



Elle est tracée à l'échelle : 1 cm pour 10 V en abscisses; 1 cm pour 25 mA en ordonnées.

Caractéristique du dipôle actif AB :

$$V_A - V_B = (V_A - V_C) + (V_C - V_B) \text{ où}$$

$$V_A - V_C = -Ri;$$

$$V_C - V_B = E - ri \text{ et}$$

$$V_A - V_B = U \text{ donc :}$$

$$U = -Ri + E - ri$$

$$\Rightarrow i = -\frac{U}{R + r} + \frac{E}{R + r} = -\frac{U}{480} + \frac{60}{480}$$

$$\Rightarrow i = -2,08 \times 10^{-3} U + 0,125.$$

(unités S.I.)

C'est l'équation d'une droite : elle coupe l'axe des ordonnées au point ($i = 0$, $u = E = 80 \text{ V}$) et l'axe des abscisses au point ($u = 0$; $i = \frac{E}{R + r} = 0,125 \text{ A}$).

Voir la course ci-dessus. On lit sur le graphique les coordonnées du point de fonctionnement P :

$$U_P \approx 36 \text{ V};$$

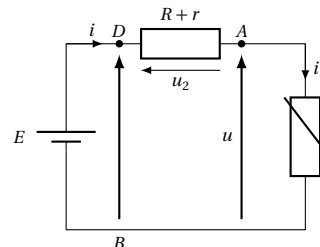
$$I_P \approx 50 \text{ mA.}$$

La d.d.p. aux bornes du générateur s'obtient alors immédiatement :

$$V_C - V_B = E - ri = 60 - 20 \times 50 \times 10^{-3} = 59 \text{ V.}$$

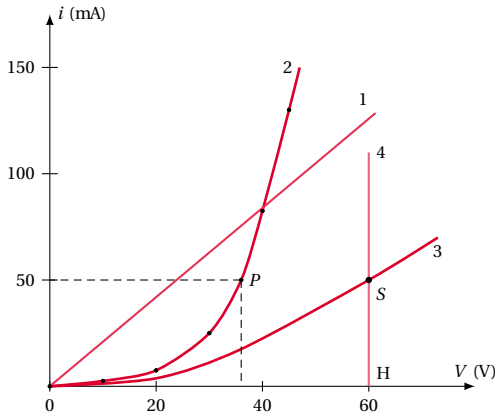
Remarque: Au lieu d'utiliser les caractéristiques $i = f(U)$, nous aurions pu tracer les caractéristiques $U = f(i)$ des deux dipôles et utiliser la même méthode.

2^e méthode Considérons le générateur (E, r) comme un générateur de f.é.m. E et de résistance interne nulle placée en série avec une résistance r . Le circuit étudié est donc celui de la figure ci-dessous.



Traçons alors :

- la caractéristique $i = f(v)$ du dipôle DB , résultant de l'association en série de la résistance $(R + r)$ et de la varistance : c'est la courbe (3) obtenue par addition horizontale des abscisses des points des courbes (1) et (2).
- La caractéristique $i = f(v)$ du générateur idéal $(E, r = 0)$. C'est la droite (4) parallèle à l'axe des ordonnées et qui coupe l'axe des abscisses au point H d'abscisse $E = 60\text{ V}$ (voir courbe ci-dessous).



Le point de fonctionnement du circuit, résultant de l'association : générateur $(E, r = 0)$ — dipôle DB , est le point S situé à l'intersection des courbes (3) et (4). Son ordonnée est égale à l'intensité dans le circuit : $i = 50\text{ mA}$.

L'abscisse du point P , situé sur la caractéristique (2) à l'ordonnée $i = 50\text{ mA}$, est égale à la tension U aux bornes de la varistance : $U \approx 36\text{ V}$.

Remarquer qu'ici, la première méthode est beaucoup plus rapide et certainement plus précise, que la seconde.

Solution 4. (p. 124)

Première méthode Traçons les caractéristiques : $i_1 = f_1(u)$ de la résistance R : c'est une droite d'équation :

$$i_1 = \frac{U}{R} = 2 \times 10^{-3} U;$$

$$i_2 = f_2(u)$$

de la varistance (à partir du tableau de mesures)

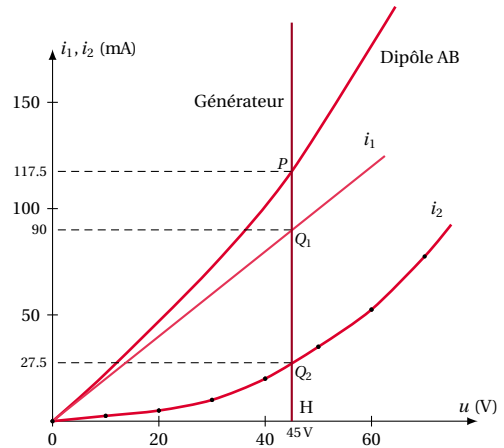
$$i = i_1 + i_2 = f(u)$$

de l'association (Résistance + varistance), en parallèle. Cette dernière courbe s'obtient en faisant une addition verticale des ordonnées des courbes

$$i_1 = f_1(u) \text{ et}$$

$$i_2 = f_2(u).$$

Ces courbes sont dessinées à la figure ci-dessous, faite à l'échelle en abscisse : 1 cm pour 10 V en ordonnées : 1 cm pour 25 mA.



Représentons sur le même graphe la caractéristique $i = f(U)$ du générateur : c'est une droite parallèle à l'axe des ordonnées, coupant l'axe des abscisses au point H d'abscisse $U = E = 45\text{ V}$, puisque le générateur n'a pas de résistance interne.

Le point de fonctionnement P du circuit se situe à l'intersection des caractéristiques du dipôle AB et du générateur. Donc l'ordonnée est égale à l'intensité du courant dans le circuit, soit $i \approx 117,5\text{ mA}$.

Les points Q_1 et Q_2 ont pour ordonnées respectives : $HQ_1 = i_1 = 90\text{ mA}$: intensité du courant dans la résistance. $HQ_2 = i_2 = 27,5\text{ mA}$: intensité du courant dans la varistance.

Seconde méthode Le calcul de l'intensité i_1 dans la résistance est immédiat à partir de la loi d'Ohm :

$$i_1 = \frac{U}{R} \text{ avec}$$

$$U = V_A - V_B = E$$

(Puisque le générateur n'a pas de résistance interne) d'où

$$i_1 = \frac{E}{R} = \frac{45}{500} = 0,09 = 90\text{ mA}.$$

Déterminons i_2 graphiquement à partir de la caractéristique $i_2 = f_2(u)$ de la varistance. Celle-ci supporte la tension $U = 45\text{ V}$. Il suffit de lire sur la caractéristique l'ordonnée du point Q_2 :

On trouve $i_2 = 27,5\text{ mA}$.

D'où l'intensité

$$i = i_1 + i_2 = 90 + 27,5 = 117,5\text{ mA}.$$

Cette seconde méthode est évidemment plus rapide que la précédente.

Les condensateurs

12.1	Définition et représentation	128
12.2	Capacité d'un condensateur	128
12.2.1	Charge et décharge d'un condensateur	128
12.3	Définition de la capacité C d'un condensateur	128
12.4	La capacité d'un condensateur plan	129
12.5	La fuite dans un condensateur	129
12.6	Tension de service; tension de rupture	130
12.6.1	La tension de service	130
12.6.2	La tension de rupture	130
12.7	Les groupements de condensateurs	130
12.7.1	Le groupement en surface ou en parallèle	130
12.7.2	Le groupement en série ou en cascade	130
12.8	Enoncés des exercices et problèmes	131
12.9	Solutions des exercices et problèmes	132

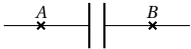
12.1 Définition et représentation

Un condensateur est un ensemble de deux surfaces conductrices (les armatures) placées en regard l'une de l'autre et séparées par un milieu isolant (le diélectrique).

La distance entre les armatures est petite par rapport à leurs dimensions.

Lorsque les armatures sont planes et parallèles, on parle d'un condensateur plan.

Représentation d'un condensateur



La figure ci-dessus montre comment on représente conventionnellement un condensateur. Notons qu'un condensateur est un dipôle où les pôles A et B sont ses armatures

12.2 Capacité d'un condensateur

12.2.1 Charge et décharge d'un condensateur

Réalisons les circuits représentés sur les figures ci-dessous.

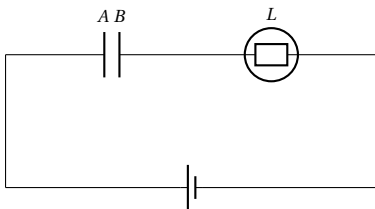


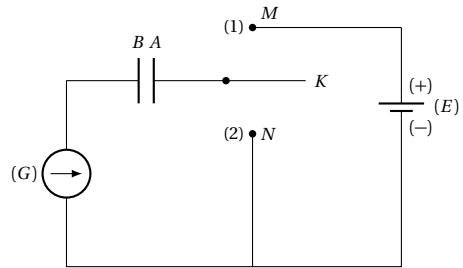
Figure 12.1

Le circuit comprend :

- une pile
- un condensateur
- une lampe L.

On constate que la lampe L ne brille pas. L'isolant (diélectrique) du condensateur ne permet pas l'établissement d'un courant continu dans le circuit.

Figure 12.2



Considérons maintenant le circuit de la figure 12.2 et réalisons l'expérience suivante :

1. Fermons le circuit en plaçant l'interrupteur K en position (1). L'aiguille du galvanomètre balistique dévie rapidement, puis revient au zéro. Même si le circuit reste fermé, plus rien ne se passe. On dit que le condensateur est chargé. Notons qu'un galvanomètre balistique mesure les quantités d'électricité traversant son cadre dans un sens comme dans l'autre.
2. Plaçons l'interrupteur en position (2). Bien que le circuit n'est constitué que du galvanomètre et du condensateur, l'aiguille du galvanomètre dévie du même angle, mais en sens inverse du sens précédent, puis revient à zéro.

On dit que le condensateur est déchargé.

Interprétation

- Lorsque l'interrupteur est en position (1), les électrons circulent dans le sens inverse du courant imposé par le générateur (E). Ces électrons vont s'accumuler sur l'armature B créant ainsi un excédent de charge (-). Dans le même temps, un nombre égal d'électrons quitte l'armature A. L'armature A est alors chargée positivement alors que l'armature B est négativement. A chaque instant, la charge q_A de A est opposée à la charge q_B de B. Au fur et à mesure que q_A augmente q_B diminue d'une quantité égale en valeur absolue et la tension u_{AB} augmente progressivement. Lorsque cette tension u_{AB} dévient égale à la f.é.m. du générateur, le courant ne circule plus. La charge du condensateur est terminée.
- Lorsque l'interrupteur est en position (2), les électrons accumulés profitent du circuit fermé pour quitter progressivement l'armature B, tandis qu'un nombre égal d'électrons rejoint l'armature A. La tension u_{AB} décroît progressivement à mesure que q_A diminue et que q_B augmente. A chaque instant, $q_A = -q_B$. Lorsque le condensateur est déchargé, la tension u_{AB} s'annule et $q_A = q_B = 0$. Retenons : La charge q du condensateur est la valeur absolue de la quantité d'électricité que porte l'une des armatures. $q = |q_A| = |q_B|$.

12.3 Définition de la capacité C d'un condensateur

L'expérience montre que la charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension appliquée entre ses armatures. On écrit :

$$q = C u_{AB}.$$

La constante de proportionnalité C est la capacité du condensateur.

Dans le système international, l'unité de capacité d'un condensateur est le farad (F).

Pratiquement, on utilise les sous-multiples du farad, car le farad représente une capacité énorme. Ces sous-multiples sont :

- le microfarad ($1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{F}$)
- le nanofarad ($1 \text{nF} = 10^{-9} \text{F}$)
- le picofarad ($1 \text{pF} = 10^{-12} \text{F}$)

12.4 La capacité d'un condensateur plan

La capacité d'un condensateur plan est :

- proportionnelle à la surface commune S des armatures en regard.
- inversement proportionnelle à la distance e séparant ces armatures.
- variable avec la nature du diélectrique.

$$C = k\varepsilon \frac{S}{e}.$$

C en farad (F); S en mètre carré (m^2); e en mètre (m); ε est la constante diélectrique. Dans le système international, $k = 8,85 \times 10^{12}$.

Nous publions les valeurs de quelques constantes diélectriques.

Substance	Constante diélectrique
Air sec	1
polystyrène	2
Paraffine	3,5
verre	3 à 7
mica	8
Porcelaine	10

Exercice

Un condensateur plan a deux armatures circulaires de rayon $r = 5 \text{ cm}$, distantes de $e = 1 \text{ mm}$.

1. Calculer sa capacité si le diélectrique est du mica ($\varepsilon = 8$).
2. On maintient une d.d.p. de 500 V entre ses bornes. Quelle est sa charge ?
3. La d.d.p. précédente étant toujours maintenue, on retire le mica. La charge du condensateur varie-t-elle ? Si oui, quelle est sa nouvelle valeur ?

Solution

1. Capacité du condensateur

La surface S commune des armatures en regard est celle d'un disque de rayon $r = 5 \text{ cm}$: $S = \pi r^2$. La capacité de ce condensateur est :

$$C = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\varepsilon S}{e};$$

$$C = 8,85 \times 10^{-12} \frac{8\pi (5 \times 10^{-2})^2}{10^{-3}} = 5,56 \times 10^{-10} \text{ F}.$$

2. Charge du condensateur

La charge du condensateur est donnée par :

$$q = CU = 5,56 \times 10^{-10} \times 500 = 2,78 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

3. Si on retire le mica, le diélectrique est maintenant l'air.

La capacité du condensateur devient :

$$C' = k\varepsilon' \frac{S}{e} \text{ avec } \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{8}$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{8} k\varepsilon \frac{S}{e} = \frac{C}{8}.$$

Si on retire le mica, la capacité du condensateur est divisée par 8 et ne vaut plus que : $q' = 6,95 \times 10^{-11} \text{ F}$.

Si U est constante, la charge diminue dans les mêmes proportions. Elle est donc égale à :

$$q' = C'U = 6,95 \times 10^{-11} \times 500 = 3,475 \times 10^{-8} \text{ C}.$$

12.5 La fuite dans un condensateur

Un condensateur n'est jamais parfait car son diélectrique n'est pas complètement isolant. Il en résulte un passage plus ou moins important des électrons à travers le diélectrique. Donc un condensateur chargé se décharge lentement.

La résistance du diélectrique est appelée résistance

de fuite. Elle doit être la plus élevée possible.

12.6 Tension de service; tension de rupture

12.6.1 La tension de service

La tension de service est la tension pour laquelle le condensateur fonctionne normalement. Elle est indiquée par le constructeur et représente la valeur maximale qu'il serait dangereux de dépasser.

12.6.2 La tension de rupture

C'est la tension pour laquelle une étincelle jaillit entre les armatures, provoquant la détérioration du diélectrique.

12.7 Les groupements de condensateurs

12.7.1 Le groupement en surface ou en parallèle

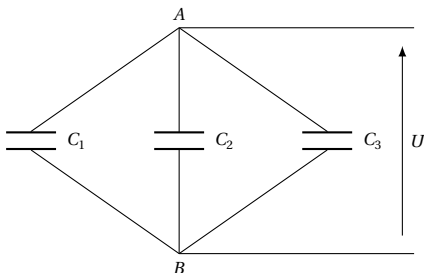


Figure 12.3

Considérons trois condensateurs de capacités C_1 , C_2 et C_3 , branchés comme l'indique le schéma ci-dessus. Chacun d'eux a l'une de ses armatures reliée à la borne A et l'autre à la borne B. L'ensemble est chargé sous la tension U .

Chaque condensateur acquiert une charge telle que :

$$q_1 = C_1 U;$$

$$q_2 = C_2 U;$$

$$q_3 = C_3 U.$$

La charge totale de l'ensemble est :

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$\Leftrightarrow q = C_1 U + C_2 U + C_3 U = U(C_1 + C_2 + C_3).$$

En posant $C = C_1 + C_2 + C_3$, la charge totale de l'ensemble s'écrit :

$$q = U(C_1 + C_2 + C_3) = CU.$$

L'ensemble se comporte donc comme un condensateur unique de capacité : $C = C_1 + C_2 + C_3$.

Ce résultat se généralise à un nombre quelconque de condensateurs en parallèle :

$$C = \sum C_i.$$

Pour n condensateurs identiques de capacité C_0 , montés en parallèle, le condensateur équivalent aura pour capacité : $C = nC_0$. L'association en parallèle permet d'obtenir une capacité plus importante que celle des condensateurs utilisés. Si tous les condensateurs ne sont pas identiques, il faut tenir compte de la plus petite des tensions de service des condensateurs du groupement.

12.7.2 Le groupement en série ou en cascade

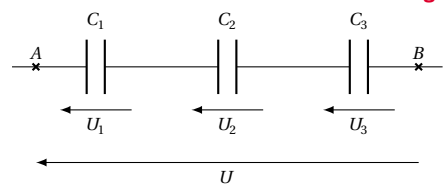


Figure 12.4

Considérons trois condensateurs de capacité C_1 , C_2 et C_3 , branchés comme l'indique la figure ci-dessus. Appliquons la tension U aux bornes de l'ensemble.

Les armatures correspondantes portent la même charge q . Donc les trois condensateurs en série ont la même charge q .

La tension U aux bornes de l'ensemble est :

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \text{ avec}$$

$$U_1 = \frac{q}{C_1};$$

$$U_2 = \frac{q}{C_2};$$

12.8. Enoncés des exercices et problèmes

$$U_3 = \frac{q}{C_3}.$$

D'où,

$$U = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right).$$

En posant,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

la tension aux bornes de l'ensemble s'écrit :

$$U = \frac{q}{C}.$$

L'ensemble des trois condensateurs en série se comporte comme un condensateur unique de capacité C telle que

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Dans le cas de n condensateurs identiques de capacité C_i en série, le condensateur équivalent a une capacité C telle que :

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i}.$$

L'association en série permet de fractionner la tension totale en tensions supportables par chacun des éléments.

12.8 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Soient A et B les armatures d'un condensateur de capacité $C = 2 \mu\text{F}$. On applique une tension continue $U_{AB} = V_A - V_B$ telle que la charge de l'armature B ait pour valeur $q_B = +240 \mu\text{C}$.

1.1. Quelle est la valeur de la tension U_{AB} ?

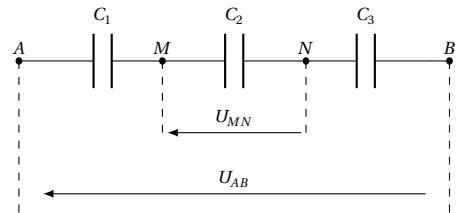
1.2. Quelle est l'énergie ϵ emmagasinée dans le condensateur ?

Exercice 2.

On veut fabriquer un condensateur plan de capacité $C = 1 \text{ F}$. Dans un premier projet, on envisage de prendre deux plaques rigides carrées, distantes de 1 mm et séparées par de l'air. Le projet vous semble-t-il réalisable ? Pouvez-vous proposer un projet plus réaliste ?

Exercice 3.

On considère de dipôle AB constitué de trois condensateurs montés en série (voir figure ci-dessous).

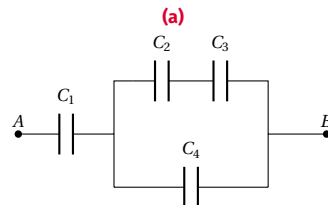


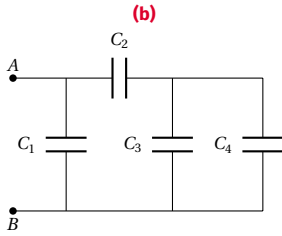
Ces condensateurs ont pour capacité : $C_1 = 1 \mu\text{F}$; $C_2 = 5 \mu\text{F}$ et $C_3 = 2 \mu\text{F}$.

3.1. Quelle est la capacité C du dipôle AB ?

3.2. Quelle est la valeur de la tension U_{MN} lorsque la tension U_{AB} appliquée à l'ensemble est égale à 500 V ?

Exercice 4.





On dispose de quatre condensateurs de capacité :

$$\begin{aligned} C_1 &= 8 \mu\text{F}; & C_2 &= 20 \mu\text{F}; \\ C_3 &= 30 \mu\text{F}; & C_4 &= 10 \mu\text{F}. \end{aligned}$$

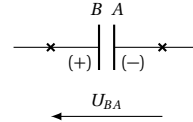
On utilise ces condensateurs pour constituer un dipôle AB . Calculer la capacité du dipôle AB dans les deux cas ci-contre :

Exercice 5.

On dispose de condensateurs identiques, de caractéristiques $10 \mu\text{F}$, 400 V . Comment faut-il les regrouper pour obtenir une batterie de capacité $10 \mu\text{F}$ et de tension de service 2000 V ?

12.9 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 131)



1.1. Valeur de la tension U_{AB}

$$\begin{aligned} q_B &= C(V_B - V_A) = C U_{BA} = -C U_{AB} \\ \Rightarrow U_{AB} &= -\frac{q_B}{C} \\ U_{AB} &= -\frac{240 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-6}} = -120 \text{ V}. \end{aligned}$$

1.2. Énergie emmagasinée dans le condensateur :

$$\epsilon = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 120^2 = 1,44 \times 10^{-2} \text{ J}.$$

Solution 2. (p. 131)

2.1. Étudions la faisabilité du premier projet :

Calculons pour cela, le côté de chaque armature rigide carrée :

$$\begin{aligned} C &= 8,85 \times 10^{-12} \epsilon \frac{S}{e} = 8,85 \times 10^{-12} \epsilon \frac{a^2}{e} \\ \Rightarrow a^2 &= \frac{C e}{8,85 \times 10^{-12} \epsilon} \\ \Rightarrow a &= \sqrt{\frac{C e}{8,85 \times 10^{-12} \epsilon}}. \end{aligned}$$

Application numérique :

$$a = \sqrt{\frac{1 \times 10^{-3}}{8,85 \times 10^{-12} \times 1}} = 10630 \text{ m} = 10,630 \text{ km}!!$$

Une armature carrée de $10,6 \text{ km}$ de côté est irréalisable !

2.2. Pour réaliser un condensateur de grande capacité, il faut enrouler deux feuilles conductrices avec deux feuilles d'isolant (du papier paraffiné par exemple). Ce type de condensateur permet d'obtenir, dans un faible volume, une surface S importante et une distance e petite donc une capacité élevée.

Solution 3. (p. 131)

3.1. Capacité C du dipôle AB .

Les trois condensateurs étant montés en série, le condensateur équivalent a pour capacité C telle que :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

12.9. Solutions des exercices et problèmes

(C en μF)

$$\Rightarrow \frac{1}{C} = 1,7 \Rightarrow C = 0,59 \mu\text{F}.$$

3.2. Valeur de la tension U_{MN} .

Les armatures de gauche portent toutes la même charge $+q$ pour des condensateurs en série et $U_{AB} > 0$.

L'armature du condensateur équivalent qui est relié à A porte aussi la charge $+q$.

■ Aux bornes du condensateur C_2 : $q = C_2 U_{MN}$.

■ Aux bornes du condensateur équivalent : $q = C U_{AB}$.

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned} C_2 U_{MN} &= C U_{AB} \\ \Rightarrow U_{MN} &= \frac{C}{C_2} U_{AB}. \end{aligned}$$

Application numérique :

$$\begin{aligned} C &= 0,59 \mu\text{F}; \\ C_2 &= 5 \mu\text{F}; \\ U_{AB} &= 500 \text{ V}; \\ U_{MN} &= \frac{0,59}{5} \cdot 500 = 59 \text{ V}. \end{aligned}$$

La tension U_{MN} est évidemment inférieure à la tension U_{AB} .

la tension de service de l'association est :

$$U = \sum U_0.$$

Pour l'association de n condensateurs en série,

$$U = n U_0 \Rightarrow n = \frac{U}{U_0}.$$

Application numérique :

$$\begin{aligned} U &= 2000 \text{ V}; \\ U_0 &= 400 \text{ V}; \\ n &= \frac{2000}{400} = 5. \end{aligned}$$

Cette batterie comporte 5 condensateurs identiques montés en série.

Solution 4. (p. 131)

Figure (a). Remplaçons l'ensemble (C_2, C_3) par son condensateur équivalent :

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{50}{600}.$$

(C en μF)

$$\Rightarrow C_e = \frac{600}{50} = 12 \mu\text{F}.$$

Remplaçons ensuite le groupe (C_e, C_4) par un nouveau condensateur équivalent. $C'_e = C_e + C_4 = 12 + 10 = 22 \mu\text{F}$.

Le condensateur équivalent au groupe (C_1, C'_e) a pour capacité C telle que :

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'_e} = \frac{1}{8} + \frac{1}{22} = \frac{30}{176} \\ \Rightarrow C &= 5,87 \mu\text{F}. \end{aligned}$$

C est la capacité du dipôle AB .

Figure (b). Utilisons les mêmes méthodes qu'à la figure a, en commençant par le groupe (C_3, C_4) en parallèle.

On trouve $C_{AB} = 21,3 \mu\text{F}$.

Solution 5. (p. 132)

Etude d'une batterie de condensateurs identiques.

Pour que la batterie ait la même charge que chaque condensateur, il faut que les condensateurs soient montés en série.

Calculons le nombre de condensateurs dans cette batterie :

Pour une association en série de condensateur (C_0, U_0) ,

Notion de quantité de chaleur — Mesure des quantités de chaleur — Changement d'état

13.1	Notion de quantité de chaleur	136
13.2	Calorimétrie	136
13.2.1	Définitions	136
13.2.2	Expression de la quantité de la chaleur échangée	136
13.2.3	Chaleur massique (capacité thermique massique)	136
13.2.4	Capacité thermique ou capacité calorifique c d'un corps	136
13.2.5	Chaleurs latentes de changement d'état	137
13.3	Principe des échanges de chaleur	137
13.4	Enoncés des exercices et problèmes	138
13.5	Solutions des exercices et problèmes	140

13

13.1 Notion de quantité de chaleur

Au cours de l'échauffement d'un corps, sa température s'élève. On dit que ce corps a reçu de la chaleur.

Au cours du refroidissement, sa température diminue. On dit que ce corps a cédé de la chaleur au milieu extérieur.

Mais la chaleur reçue ou cédée n'a pas seulement pour effet de faire varier la température du corps. Elle peut provoquer un changement d'état physique du corps sans variation de température. (Voir paragraphe 13.3)

13.2 Calorimétrie

13.2.1 Définitions

- La chaleur étant une forme d'énergie (énergie thermique), on appelle quantité de chaleur, toute quantité d'énergie thermique.
Les quantités de chaleur s'expriment en joules (J).
- La calorimétrie est la mesure des quantités de chaleur.

13.2.2 Expression de la quantité de la chaleur échangée

La quantité de chaleur (notée Q) échangée (reçue ou cédée) par un corps dont la température passe de T_i (température initiale) à T_f (température finale) :

- est proportionnelle à la masse du corps
- est proportionnelle à la variation de température
 $\Delta T = T_f - T_i$
- dépend de la nature du corps.

On écrit :

$$Q = mc(T_f - T_i) = mc\Delta T.$$

(13.1)

- Q est la quantité de chaleur en joules (J)
- m est la masse du corps en kg
- ΔT est la variation de température en K ou en °C
- c est le coefficient de proportionnalité qui dépend de la nature du corps

13.2.3 Chaleur massique (capacité thermique massique)

A partir de la relation 13.1, nous pouvons écrire :

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}.$$

(13.2)

Si on prend $m = 1\text{ kg}$ et $\Delta T = 1^\circ\text{C} = 1\text{ K}$, on a : $c = Q$.

Donc c est la quantité de chaleur échangée par une unité de masse (1 kg) de la substance pour varier sa température de 1 K ou de 1 °C. c est la chaleur massique ou la capacité thermique massique de la substance constituant le corps.

Unité S.I. de c

Dans l'expression 13.2, si $Q = 1\text{ J}$, $m = 1\text{ kg}$, $\Delta T = 1\text{ K}$, c est alors égale à $1\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$. Donc, l'unité S.I. de c est le $\text{J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$.

Quelques chaleurs massiques

Substances	Chaleur massique en $\text{J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$
Solide	
plomb	130
Argent	230
cuiivre	380
Fer	470
Aluminium	900
Verre	800
Glace	210

Liquide	
eau	4190
alcool	2400
pétrole	2100
mercure	140

13.2.4 Capacité thermique ou capacité calorifique c d'un corps

La relation 13.1 peut aussi s'écrire :

$$Q = \mu\Delta T \text{ où}$$
$$\mu = mc = \frac{Q}{\Delta T}.$$

μ est la capacité thermique ou capacité calorifique du corps de masse m et de chaleur massique c .

Pour $\Delta T = 1\text{ K}$, $Q = \mu$.

13.3. Principe des échanges de chaleur

Donc la capacité calorifique μ est numériquement égale à la quantité de chaleur que ce corps doit absorber pour s'échauffer de 1 K.

μ s'exprime en J K^{-1} ou $\text{J }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Remarque.

Soit un système S formé de plusieurs corps de masses $m_1, m_2, \dots, m_i$ de chaleur massiques respectives $c_1, c_2, \dots, c_i$. La capacité calorifique μ de ce système est égale à la somme des capacités calorifiques des différentes parties du système.

On écrit :

$$\mu = m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots + m_i c_i + \dots = \sum m_i c_i = \sum \mu_i.$$

13.3 Principe des échanges de chaleur

Lorsque plusieurs corps sont en contact dans une enceinte adiabatique (qui n'admet aucune perte de chaleur), ils se mettent mutuellement en équilibre thermique (température), et la somme algébrique des quantités de chaleur échangée est nulle.

On écrit :

$$\sum m_i c_i (t_e - t_i) = 0.$$

Si des changements d'état se produisent lors du mélange, des quantités $m_i L_i$ s'ajoutent à la relation ci-dessus.

13.2.5 Chaleurs latentes de changement d'état

Définition

On désigne par chaleur latente de changement d'état d'un corps, la quantité de chaleur qu'il faut fournir à une unité de masse (1 kg) de ce corps pour changer son état à température constante.

Ainsi, la quantité de chaleur Q reçue par un corps de masse m lors du changement de son état est donnée par :

$Q = mL$ où L est la chaleur latente de changement d'état

$$L = \frac{Q}{m}$$

avec Q en J, m en kg et L en J kg^{-1} .

Différentes chaleurs de changement d'état d'un corps

On distingue :

- La chaleur latente de fusion L_f qui est la quantité de chaleur à fournir à 1 kg de ce corps pris à sa température de fusion pour l'amener entièrement à l'état liquide à la même température.
- La chaleur latente de vaporisation (L_v) qui est la quantité de chaleur qu'il faut fournir à 1 kg de ce corps liquide, pris à la température de vaporisation sous une pression donnée, pour l'amener entièrement à l'état de vapeur, à la même température et sous la même pression.

13.4 Énoncés des exercices et problèmes

Mesure des quantités de chaleur

Exercice 1.

On mélange 3 litres d'eau à 25°C avec 2 litres d'eau à 60°C. Quelle est la température finale si on néglige les pertes de chaleur? (masse volumique de l'eau : $\rho = 1 \text{ kg m}^{-3}$).

Exercice 2.

Un calorimètre dont l'isolation thermique est supposée parfaite contient 50 g d'eau à 15,1°C. On y verse 50 g d'eau à 35,2°C; la température finale étant de 24,1°C, on demande la valeur en eau du vase calorimétrique et de ses accessoires.

Exercice 3.

Quelles masses d'eau respectivement à 20°C et à 75°C faut-il mélanger pour obtenir dans une baignoire 100 kg d'eau à 37°C.

Exercice 4.

4.1. On dispose d'un calorimètre contenant la masse $M = 500 \text{ g}$ d'eau et initialement à la température $t_0 = 18^\circ\text{C}$. Pour déterminer la capacité thermique du calorimètre, on y introduit un morceau de cuivre de masse $m_1 = 175,5 \text{ g}$ à la température $t_1 = 128^\circ\text{C}$; on constate que la température d'équilibre est $t_f = 21,4^\circ\text{C}$. Calculer la capacité thermique C de ce calorimètre connaissant :

- la capacité thermique massique de l'eau : $c_e = 4,18 \times 10^3 \text{ J}^{-1} \text{ kg}^{-1}$
- la capacité thermique massique du cuivre : $c_1 = 3,93 \times 10^2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

4.2. Pour mesurer la capacité thermique massique de l'aluminium, on utilise le calorimètre précédent contenant la masse $M = 500 \text{ g}$ d'eau et initialement à la température $t_0 = 18^\circ\text{C}$. On y introduit un morceau d'aluminium de masse $m_2 = 56 \text{ g}$ à la température $t_2 = 128^\circ\text{C}$. La température d'équilibre du calorimètre a la valeur $t'_f = 20,3^\circ\text{C}$. Calculer la capacité thermique massique c_2 de l'aluminium.

Exercice 5.

Un calorimètre est constitué d'un vase en aluminium de masse $m_1 = 60 \text{ g}$, d'un agitateur en aluminium de masse $m_2 = 10 \text{ g}$ et d'un thermomètre de capacité calorifique $\mu_0 = 20 \text{ J}^\circ\text{C}^{-1}$. Sachant que la chaleur massique de l'aluminium vaut $c = 900 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, déterminer la capacité calorifique C du calorimètre. En déduire sa valeur en eau m .

Exercice 6.

6.1. On introduit dans un calorimètre contenant une masse $m_1 = 200 \text{ g}$ d'eau à la température $t_1 = 16,3^\circ\text{C}$ une masse $m_2 = 100 \text{ g}$ d'eau à une température $t_2 = 30,5^\circ\text{C}$. La température finale est $t_f = 20,7^\circ\text{C}$. Calculer la valeur en eau du calorimètre.

6.2. Ce même calorimètre sert à mesurer la chaleur massique c d'un liquide L . Celui-ci, de masse $m' = 150 \text{ g}$ est préalablement porté à une température $t = 42,3^\circ\text{C}$. Il est ensuite rapidement versé dans le vase calorifique contenant $m = 200 \text{ g}$ d'eau à la température $t_1 = 16,3^\circ\text{C}$; la température de l'eau croît et se fixe à $t_2 = 22,5^\circ\text{C}$. Calculer la chaleur massique c du liquide.

Exercice 7.

Pour déterminer la température d'un four, on procède de la manière suivante : on y place un morceau de fer de masse 22,3 g quand il a pris la température du four, on le plonge rapidement dans un calorimètre contenant 450 g d'eau à 15°C. La température de l'eau s'élève jusqu'à 22,5°C.

7.1. Quelle est la température du four si la chaleur massique du fer est $480 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$?

7.2. Dans cette détermination, on n'a pas tenu compte de la capacité thermique du calorimètre qui vaut, en réalité $84 \text{ J}^\circ\text{C}^{-1}$. Y a-t-il lieu de corriger les résultats?

7.3. Pour déterminer la chaleur massique d'un liquide, on remplace l'eau du calorimètre par 100 g de ce liquide à la température de 15°C. Le même morceau de fer, préalablement porté à 100°C, est plongé dans le liquide dont la température s'élève à 19,1°C. Quelle est la chaleur massique du liquide?

Exercice 8.

Dans un calorimètre, de capacité calorifique $K = 100 \text{ J K}^{-1}$, contenant une masse $m_1 = 250 \text{ g}$ d'eau, on introduit une masse $m_2 = 30 \text{ g}$ de chlorure de calcium (CaCl_2). La dissolution dans l'eau de ce composé ionique est très exothermique. Sa chaleur molaire de dissolution, c'est-à-dire la quantité de chaleur dégagée au cours de la dissolution d'une mole de chlorure de calcium, est 15 kJ mol^{-1} . Déterminer l'élévation de température du calorimètre dans l'expérience précédente. On prendra comme chaleur massique du mélange celle de l'eau. $\text{Ca} = 40 \text{ g mol}^{-1}$; $\text{Cl} = 35,5 \text{ g mol}^{-1}$.

Exercice 9.

Un bloc d'argent de masse $m_2 = 300 \text{ g}$, portée au préalable à une température $t_2 = 75^\circ\text{C}$ est introduit dans un calorimètre dont il élève la température de $t_1 = 15^\circ\text{C}$ à $t_f = 17,9^\circ\text{C}$. Un bloc de cuivre de masse $m_3 = 62,3 \text{ g}$, porté au préalable à $t_3 = 100^\circ\text{C}$ et introduit dans le même calorimètre contenant la même masse d'eau provoquerait une élévation de température de $t_1 = 15,0^\circ\text{C}$ à $t'_f = 16,4^\circ\text{C}$. On demande la chaleur massique de l'argent sachant que celle de cuivre est $380 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 10.

Une boule de plomb, de masse 1 kg, tombe en chute libre en un lieu où $g = 10 \text{ N kg}^{-1}$. Au bout de 18 m, elle est arrêtée par un obstacle.

10.1. En supposant le travail de la pesanteur est entièrement transformé en chaleur, calculer la quantité de chaleur dégagée au cours du choc.

10.2. Si cette chaleur servait uniquement à échauffer la boule, quelle serait l'élévation de température subie? On donne : chaleur massique du plomb : $1305 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

La fusion et la solidification**Exercice 11.**

Un morceau de glace de masse 50 g, sorti d'un congélateur où la température est $t_1 = -10^\circ\text{C}$, est laissé à l'air libre où la température est 28°C .

Quelle est la quantité de chaleur absorbée par le morceau de glace lorsque l'équilibre thermique est atteint?

On donne : chaleur massique de la glace : $2200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; chaleur massique de l'eau : $4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; chaleur latente de fusion de la glace : $330 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 12.

Pour déterminer la chaleur latente de fusion de la glace, on utilise un calorimètre, de capacité thermique $K = 100 \text{ J kg}^{-1}$, contenant une masse $m_1 = 200 \text{ g}$ d'eau à la température $t_1 = 25^\circ\text{C}$. On y introduit un morceau de glace sur le point de fondre. Lorsque la glace est fondue et que l'équilibre thermique est atteint, la masse de l'eau contenue dans le calorimètre est 230 g et la température $t_e = 12,7^\circ\text{C}$.

En déduire la chaleur latente de fusion de la glace si la chaleur massique de l'eau est $c_e = 4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 13.

Dans un calorimètre dont on négligera la capacité calorifique se trouve un glaçon de masse $m' = 80 \text{ g}$ flottant sur l'eau à 0°C . On y introduit un morceau d'aluminium de masse 100 g , préalablement porté à 150°C . Toute la glace va-t-elle fondre? Si non, quelle est la masse de glace qui restera et quelle sera la température finale?

On donne : chaleur massique de l'aluminium : $920 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; chaleur de fusion de la glace : 330 kJ kg^{-1} .

Exercice 14.

Dans un calorimètre de capacité thermique $C = 150 \text{ J K}^{-1}$ et contenant une masse $m_1 = 300 \text{ g}$ d'eau à $t_1 = 20^\circ\text{C}$, on plonge un morceau de glace de masse $m_2 = 100 \text{ g}$ à $t_2 = -15^\circ\text{C}$ et un morceau de cuivre de masse $m_3 = 100 \text{ g}$ à $t_3 = 100^\circ\text{C}$. Quelle sera, à l'équilibre thermique, la température t_e de l'ensemble? On donne : chaleur massique de la glace :

$c_2 = 2200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; chaleur massique de cuivre : $c_3 = 400 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$; chaleur latente de fusion de la glace : $L_f = 330 \text{ kJ kg}^{-1}$ chaleur massique de l'eau : $c_e = 4200 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Exercice 15.

Deux élèves désirent déterminer expérimentalement la chaleur de fusion de la glace.

Le premier prend un calorimètre capacité calorifique $C_1 = 125,7 \text{ J K}^{-1}$. Il y met une masse d'eau $m_1 = 250 \text{ g}$, à la température $t_1 = 20^\circ\text{C}$ et un bloc de glace de masse $m'_1 = 60 \text{ g}$ à 0°C .

Le second prend un calorimètre de capacité calorifique $C_2 = 83,8 \text{ J K}^{-1}$. Il y met une masse d'eau $m_2 = 300 \text{ g}$, à la température $t_2 = 15^\circ\text{C}$ et un bloc de glace de masse $m'_2 = 80 \text{ g}$ à 0°C .

15.1. Montrer que l'un des élèves ne pourra pas mener à bien son expérience (on rappelle que la chaleur latente de fusion de la glace vaut $330 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}$).

15.2. Quelle sera la température finale de chacun des calorimètres?

15.3. Calculer la masse de glace restant dans l'un des calorimètres lorsque l'équilibre est atteint.

Liquéfaction et vaporisation**Exercice 16.**

Calculer la quantité de chaleur qu'il faut fournir pour transformer $0,5 \text{ kg}$ d'éthanol liquide en vapeur, la pression étant normale et l'éthanol pris à sa température d'ébullition.

Chaleur latente de vaporisation de l'éthanol : $L_v = 8,5 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$.

Exercice 17.

A quelle température bout l'eau au sommet du Mont Cameroun (4070 m)?

On précise qu'une variation de pression de 27 mm de mercure de la pression atmosphérique entraîne, au voisinage de 100°C une variation de 1°C de la température d'ébullition de l'eau.

On donne : température d'ébullition de l'eau à Limbé (niveau de la mer = 100°C). Masse volumique moyenne de l'air $\rho = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$.

Exercice 18.

De la vapeur d'alcool vient se condenser, à $t_3 = 80^\circ\text{C}$, dans un serpentin plongé dans un calorimètre dont la capacité calorifique totale (vase, eau, serpentin, accessoires) est $C = 1676 \text{ J K}^{-1}$. On recueille $2,30 \text{ g}$ d'alcool. L'eau du calorimètre est passée de $t_1 = 14,62^\circ\text{C}$ à $t_2 = 16,02^\circ\text{C}$. Déterminer la chaleur de vaporisation L_v de l'alcool dans les conditions de l'expérience.

Chaleur massique de l'alcool c : $2095 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

13.5 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 138)

Soient m_1 la masse d'eau à $t_1 = 25^\circ\text{C}$ et m_2 la masse d'eau à $t_2 = 60^\circ\text{C}$.

Soit t_f la température finale du mélange;

La quantité de chaleur échangée par la masse m_1 l'eau est Q_1 , donnée par :

$Q_1 = m_1 c(t_f - t_1)$ avec $m_1 = V_1 \rho$ (V_1 = volume d'eau).

La quantité de chaleur échangée par la masse m_2 est :

$Q_2 = m_2 c(t_f - t_2)$ avec $m_2 = V_2 \rho$ (V_2 = volume d'eau).

Puisque les pertes de chaleur sont négligeables, la somme algébrique des chaleurs échangées est nulle.

$Q_1 + Q_2 = 0$. $m_1 c(t_f - t_1) + m_2 c(t_f - t_2) = 0$ d'où :

$$t_f = \frac{m_2 t_2 + m_1 t_1}{m_1 + m_2}.$$

A.N.

$$\rho = 1 \text{ kg m}^{-3};$$

$$m_1 = V_1 \cdot 1 = 3 \text{ kg};$$

$$m_2 = V_2 \cdot 1 = 2 \text{ kg};$$

$$t_f = 39^\circ\text{C}.$$

Solution 2. (p. 138)

Désignons par :

- m_1 et t_1 la masse et la température de l'eau froide contenue dans le calorimètre;
- m_2 et t_2 , la masse et la température de l'eau chaude versée dans le calorimètre;
- t_f la température finale du mélange.
- Q_1 , la quantité de chaleur échangée par l'eau froide lors du mélange $Q_1 = m_1 c(t_f - t_1)$.
- Q'_1 , la quantité de chaleur échangée par le calorimètre et ses accessoires $Q'_1 = \mu c(t_f - t_1)$.
- Q_2 , la quantité de chaleur échangée par l'eau chaude lors du mélange $Q_2 = m_2 c(t_f - t_2)$.

D'après le principe des échanges de chaleur on a :

$$Q_1 + Q'_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c(t_f - t_1) + \mu c(t_f - t_1) + m_2 c(t_f - t_2) = 0.$$

Donc :

$$\mu = \frac{-m_1(t_f - t_1) - m_2(t_f - t_2)}{t_f - t_1};$$

$$m_1 = m_2 = m;$$

$$\mu = \frac{-m t_f + m t_1 - m t_f + m t_2}{t_f - t_1};$$

$$\mu = \frac{m(t_1 + t_2 - 2t_f)}{t_f - t_1}.$$

A.N. $\mu = 11,66 \text{ g}$.

Solution 3. (p. 138)

Soient m_1 la masse d'eau à $t_1 = 20^\circ\text{C}$ et m_2 la masse d'eau à $t_2 = 75^\circ\text{C}$.

Soit $t_f = 37^\circ\text{C}$ la température finale du mélange;

La quantité de chaleur échangée par la masse m_1 est Q_1 , donnée par :

$Q_1 = m_1 c(t_f - t_1)$ avec c = chaleur massique de l'eau.

La quantité de chaleur échangée par la masse m_2 est :

$Q_2 = c m_2(t_f - t_2)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, on a :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c(t_f - t_1) + m_2 c(t_f - t_2) = 0.$$

En remplaçant t_1 , t_2 et t_f par leurs valeurs numériques, nous avons :

$$17m_1 - 38m_2 = 0. \quad (\text{S13.1})$$

On a aussi :

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = M \Rightarrow \\ m_1 + m_2 = 100. \end{cases} \quad (\text{S13.2})$$

Les équations S13.1 et S13.2 forment un système d'équations à deux inconnus m_1 et m_2 dont la résolution donne : $m_1 = 69,1 \text{ kg}$ (masse d'eau à 20°C) et $m_2 = 30,9 \text{ kg}$ (masse d'eau à 75°C).

Solution 4. (p. 138)

4.1. Calcul de la capacité thermique C du calorimètre

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour le cuivre : $Q_1 = m_1 c_1(t_f - t_1)$.

Pour le calorimètre : $Q_2 = C(t_f - t_0)$.

Pour l'eau froide contenue dans le calorimètre :

$Q_3 = M c_e(t_f - t_0)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1(t_f - t_1) + C(t_f - t_0) + M c_e(t_f - t_0) = 0.$$

D'où l'on tire C :

$$C = -m_1 c_1 \frac{t_f - t_1}{t_f - t_0} - M c_e.$$

A.N.

$$m_1 = 175,5 \text{ g};$$

$$M = 0,5 \text{ kg};$$

$$t_1 = 128^\circ\text{C};$$

$$t_f = 21,4^\circ\text{C};$$

$$t_0 = 18^\circ\text{C};$$

$$C = 72 \text{ J K}^{-1}.$$

4.2. Calcul de la capacité thermique massique c_2 de l'aluminium

Le bilan est le même en remplaçant le cuivre par l'aluminium.

$$m_2 c_2(t'_f - t_2) + C(t'_f - t_0) + M c_e(t'_f - t_0) = 0;$$

13.5. Solutions des exercices et problèmes

$$c_2 = -\frac{(C + M c)(t'_f - t_0)}{m_2(t'_f - t_2)}.$$

A.N.

$$(C + M c_e) = 72,5 + 0,5 \cdot 4,18 \cdot 103 \approx 2162,5 \text{ J K}^{-1};$$

$$t'_f - t_0 = 2,3^\circ\text{C};$$

$$t'_f - t_2 = -107,7^\circ\text{C};$$

$$c_2 = 8,25 \times 10^2 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Solution 5. (p. 138)

La capacité calorifique d'un système est égale à la somme des capacités calorifiques des différentes parties du système.

Faisons le bilan des capacités calorifiques du calorimètre :

■ pour le vase : $C_1 = m_1 c$.

■ pour l'agitateur : $C_2 = m_2 c$.

■ pour le thermomètre $C_3 = \mu_0$.

La capacité calorifique C du calorimètre est donc :

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = m_1 c + m_2 c + \mu_0.$$

A.N.

$$m_1 = 0,060 \text{ kg};$$

$$m_2 = 0,01 \text{ kg};$$

$$\mu_0 = 20 \text{ J K}^{-1} \Rightarrow \mu_0 = 0,073 \text{ J K}^{-1};$$

$$C = (0,06 + 0,01) \cdot 900 + 0,073 = 63,07 \text{ J K}^{-1}.$$

Valeur en eau du calorimètre

La valeur en eau d'un corps est numériquement égale au quotient de sa capacité thermique par la chaleur massique de l'eau.

$$C = m c_e \Rightarrow$$

$$m = \frac{C}{c_e} = \frac{63,07}{4180} = 0,015 \text{ kg} = 15 \text{ g}.$$

Solution 6. (p. 138)**6.1. Calcul de la valeur en eau du calorimètre**

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour l'eau froide contenue dans le calorimètre :

$$Q_1 = m_1 c_e (t_f - t_1).$$

Pour l'eau chaude ajoutée dans le calorimètre :

$$Q_2 = m_2 c_e (t_f - t_2).$$

Pour le calorimètre : $Q_3 = C(t_f - t_1)$ avec $C = m c_e$, C étant la capacité calorifique du calorimètre et m la valeur en eau du calorimètre. $Q_3 = m c_e (t_f - t_1)$. En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_e (t_f - t_1) + m_2 c_e (t_f - t_2) + m c_e (t_f - t_1) = 0;$$

$$m = -m_1 - m_2 \frac{t_f - t_2}{t_f - t_1}$$

A.N.

$$m_2 = 100 \text{ g};$$

$$m_1 = 200 \text{ g};$$

$$t_2 = 30,5^\circ\text{C};$$

$$t_f = 20,7^\circ\text{C};$$

$$t_1 = 16,3^\circ\text{C};$$

$$m = 22,7 \text{ g}.$$

6.2. Calcul de la chaleur massique c du liquide Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour l'eau froide contenue dans le calorimètre :

$$Q_1 = m_1 c_e (t'_f - t_1).$$

Pour le liquide L : $Q_2 = m' c' (t'_f - t'_2)$.

Pour le calorimètre : $Q_3 = m c_e (t'_f - t_1)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_e (t'_f - t_1) + m' c' (t'_f - t'_2) + m c_e (t'_f - t_1) = 0.$$

D'où l'on tire :

$$c' = -c_e \frac{(m + m_1)(t'_f - t_1)}{m'(t'_f - t'_2)}.$$

A.N.

$$m_1 = 200 \text{ g};$$

$$m' = 150 \text{ g};$$

$$t'_f = 22,5^\circ\text{C};$$

$$t'_2 = 42,3^\circ\text{C};$$

$$t_1 = 16,3^\circ\text{C};$$

$$m = 22,7 \text{ g};$$

$$c' = 1943 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Solution 7. (p. 138)**7.1. Calcul de la température du four**

Désignons par :

■ m_1 , la masse d'eau du calorimètre et t_1 sa température.

■ m_2 , la masse du morceau de fer et t_2 sa température (= température du four).

■ t_f , la température finale après introduction du morceau de fer dans le calorimètre.

■ c_2 , la chaleur massique du fer.

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour l'eau froide contenue dans le calorimètre :

$$Q_1 = m_1 c_e (t_f - t_1).$$

Pour le morceau de fer : $Q_2 = m_2 c_2 (t_f - t_2)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_e (t_f - t_1) + m_2 c_2 (t_f - t_2) = 0.$$

D'où l'on tire :

$$t_2 = t_f + \frac{m_1 c_e}{m_2 c_2} (t_f - t_1).$$

A.N. $t_2 = 1340,5^\circ\text{C}$.**7.2. Calculons la température en tenant compte de la capacité calorifique du calorimètre**

Au bilan des quantités de chaleur ci-dessus, on ajoute la quantité de chaleur échangé par le calorimètre qui vaut :

$$Q_3 = C(t_f - t_1)$$

L'expression de t'_2 devient

$$t'_2 = \frac{t_f - t_1}{m_2 c_2} (m_1 c_e + C) + t_f.$$

A.N. $t'_2 = 1399,3^\circ\text{C}$.

En tenant compte de la capacité thermique du calorimètre, on obtient une température plus élevée ($1399,3^\circ\text{C}$) que celle calculée initialement ($1340,5^\circ\text{C}$). La correction du résultat obtenu à la première question est indispensable.

7.3. Détermination de la chaleur massique du liquide

Désignons par :

- m_3 , la masse du liquide étudié et t_3 sa température.
- m_2 , la masse du morceau de fer et t_2 sa température dans le four.
- t_f , la température finale.
- c_3 , la chaleur massique du liquide à déterminer.

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour le liquide : $Q_3 = m_3 c_3 (t_f - t_3)$.

Pour le calorimètre : $Q_1 = C(t_f - t_3)$.

Pour le morceau de fer : $Q_2 = m_2 c_2 (t_f - t_2)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow C(t_f - t_3) + m_2 c_2 (t_f - t_2) + m_3 c_3 (t_f - t_3) = 0$$

D'où l'on tire :

$$c_3 = -\frac{C}{m_3} - \frac{m_2 c_2}{m_3} \frac{t_f - t_2}{t_f - t_3}.$$

A.N. $c_3 = 1312 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Solution 8. (p. 138)

Calculons la quantité d'énergie que fournit la dissolution de 30 g de chlorure de calcium.

Soit M la masse molaire du chlorure de calcium ; d'après la formule chimique de ce composé, on a :

$M = 40 + 2 \cdot 35,5 = 111 \text{ g}$.
Le nombre de mole n de chlorure de calcium contenu dans 30 g de matière est :

$$n = \frac{30}{111} = 0,27 \text{ mol}.$$

La quantité d'énergie Q_1 cédée par la dissolution de 30 g de CaCl_2 est : $Q_1 = 0,27 \cdot 15000 \text{ J} = 4050 \text{ J}$. m_1 et m_2 étant les masses respectives de l'eau et du CaCl_2 ; c , la chaleur massique du mélange, et Δt l'élévation de température du mélange.

L'énergie absorbée par le calorimètre est : $Q_2 = [K + (m_1 + m_2)c] \Delta t$.

L'isolation thermique du calorimètre étant supposée parfaite, l'énergie cédée par la dissolution du chlorure de calcium est entièrement absorbée par le calorimètre, ce qui élève sa température :

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow Q_1 = [K + (m_1 + m_2)c] \Delta t \text{ d'où l'on tire } \Delta t :$$

$$\Delta t = \frac{Q_1}{K + (m_1 + m_2)c};$$

$$\Delta t = \frac{4050}{100 + (0,25 + 0,03) \cdot 4180} = 3,20^\circ\text{C}.$$

Solution 9. (p. 138)

■ Bloc d'argent introduit dans le calorimètre

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour le bloc d'argent : $Q_2 = m_2 c_2 (t_f - t_2)$.

Pour le calorimètre et son contenu : $Q_1 = C(t_f - t_1)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow C(t_f - t_1) + m_2 c_2 (t_f - t_2) = 0$$

$$\Leftrightarrow C(t_f - t_1) = -m_2 c_2 (t_f - t_2) \quad (\text{S13.1})$$

A.N.

$$t_f = 17,95^\circ\text{C};$$

$$t_1 = 155^\circ\text{C};$$

$$m_2 = 0,340 \text{ kg};$$

$$t_2 = 755^\circ\text{C}.$$

S13.1 devient :

$$2,9C = 17,3c_2. \quad (\text{S13.2})$$

■ Bloc de cuivre introduit dans le calorimètre

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées.

Pour le bloc de cuivre : $Q_3 = m_3 c_3 (t'_f - t_3)$.

Pour le calorimètre et son contenu : $Q'_1 = C(t'_f - t_1)$.

En supposant qu'il n'y a pas de perte de chaleur, appliquons le principe des échanges de chaleur :

$$Q'_1 + Q_3 = 0$$

$$\Leftrightarrow C(t'_f - t_1) + m_3 c_3 (t'_f - t_3) = 0$$

$$\Leftrightarrow C(t'_f - t_1) = -m_3 c_3 (t'_f - t_3). \quad (\text{S13.3})$$

A.N.

$$t'_f = 16,4^\circ\text{C};$$

$$t_1 = 15^\circ\text{C};$$

$$m_3 = 0,0623 \text{ kg};$$

$$t_3 = 100^\circ\text{C}.$$

S13.3 devient : $1,4C = 1979,1 \Rightarrow C = 1413,67 \text{ J K}^{-1}$.

Dans S13.2,

$$c_2 = \frac{2,9C}{17,3} = \frac{2,9 \cdot 1413,67}{17,3} \approx 237 \text{ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Solution 10. (p. 139)

10.1. Calculons la chaleur dégagée au cours du choc

Calculons le travail de la pesanteur au cours de la chute : $W(\vec{P}) = Ph = mgh = 1 \cdot 10 \cdot 18 = 180 \text{ J}$.

Ce travail étant entièrement transformé en chaleur au cours du choc, la quantité de chaleur dégagée est :

$$Q = W(\vec{P}) = 180 \text{ J}.$$

13.5. Solutions des exercices et problèmes

10.2. Calculons l'élévation de température subie par la boule

$$Q = mc\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{Q}{mc} = \frac{180}{1 \cdot 130} = 1,4^\circ\text{C}.$$

Solution 11. (p. 139)

Pour atteindre l'équilibre thermique, le morceau de glace doit franchir trois étapes :

Soit m la masse du morceau de glace et t sa température initiale. La quantité de chaleur à absorber devra servir à :

■ porter la température de la glace de t_1 à la température de fusion $t_f = 0^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = mc_1(t_f - t_1).$$

■ faire fondre la glace à sa température de fusion :

$$Q_2 = mL_f.$$

■ porter l'eau obtenue de $t_f = 0^\circ\text{C}$ à $t_e = 28^\circ\text{C}$:

$$Q_3 = mc_2(t_e - t_f).$$

La quantité de chaleur totale à fournir est :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

$$Q = mc_1(t_f - t_1) + mQ_2 + mc_2(t_e - t_f).$$

A.N.

$$\begin{aligned} Q &= 0,05 \cdot 2200 \cdot (0 - (-10)) + 0,05 \cdot 330\,000 \\ &\quad + 0,05 \cdot 4200 \cdot (28 - 0) \\ &= 23\,480\text{ J} \end{aligned}$$

Solution 12. (p. 139)

Chaleur latente de fusion L_f de la glace.

Faisons le bilan des quantités de chaleur échangées :

■ Pour le calorimètre : $Q_1 = K(t_e - t_1)$.

■ pour la masse m_1 d'eau : $Q_2 = m_1 c_e(t_e - t_1)$.

■ Chaleur de fusion de la glace : $Q_3 = m_2 L_f$ avec $m_2 = 230 - 200 = 30\text{ g}$.

■ Chaleur pour porter la glace fondue à la température t_e : $Q_4 = m_2 c_e(t_e - 0)$.

Comme les échanges de chaleur se font dans une enceinte adiabatique, la somme algébrique des quantités de chaleur échangées pour atteindre l'équilibre est nulle.

$$\sum Q = 0$$

$$\Rightarrow Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0;$$

$$K(t_e - t_1) + m_1 c_e(t_e - t_1) + m_2 L_f + m_2 c_e(t_e - 0) = 0.$$

D'où l'on tire :

$$L_f = -\frac{(t_e - t_1)(K + m_1 c_e)}{m_2} - c_e t_e.$$

A.N. $L_f = 331\,367\text{ J kg}^{-1}$.

Solution 13. (p. 139)

Calculons la quantité de chaleur fournie par le morceau d'aluminium lorsque sa température varie de 150°C à 0°C .

$Q_1 = mc\Delta t$ avec : m = masse du morceau d'aluminium, c = chaleur massique de l'aluminium Δt = variation de température $Q_1 = 0,100 \cdot 920 \cdot (150 - 0) = 13\,800\text{ J}$.

Calculons la masse m_1 de la glace qui peut être fondue par la quantité de chaleur Q_1 , sachant que la chaleur de

fusion de la glace est de 330 kJ kg^{-1} .

$$Q_1 = m_1 L_f$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{Q_1}{L_f} = \frac{13\,800}{330\,000} = 0,0418\text{ kg} = 41,8\text{ g}$$

Nous constatons que $m_1 < m'$ nous concluons que toute la glace ne fond pas.

Masse de glace restante :

$$m'' = m' - m_1 = 80 - 41,8 = 38,2\text{ g}.$$

Nous sommes en présence d'un mélange (eau + glace) dont la température est de 0°C .

Solution 14. (p. 139)

Vérifions qu'au cours de ce mélange, de quantité de chaleur cédée par l'ensemble des corps chauds peut échauffer puis fondre toute la glace à 0°C .

■ Quantité de chaleur cédée par le calorimètre et l'eau pour la variation de température de t_1 à 0°C : $Q_1 = (C + m_1 c_e)(t_1 - 0) = 1410 \cdot (20 - 0) = 28\,200\text{ J}$.

■ Quantité de chaleur cédée par le morceau de cuivre pour la variation de température de t_3 à 0°C : $Q_3 = m_3 c_3(t_3 - 0) = 40 \cdot (100 - 0) = 4\,000\text{ J}$.

■ Quantité de chaleur cédée par l'ensemble des corps chaud : $Q = Q_1 + Q_3 = 28\,200 + 4\,000 = 32\,200\text{ J}$.

■ Quantité de chaleur nécessaire pour chauffer puis fondre toute la glace à 0°C .

$$Q' = m_2 c_2(0 - t_2) + m_2 L_f;$$

$$Q' = 0,1 \cdot 2200 \cdot (0 - (-15)) + 0,1 \cdot 330\,000 = 36\,300\text{ J}.$$

On constate que $Q < Q'$ donc, la chaleur cédée par les corps chauds ne suffit pas pour chauffer puis fondre toute la glace.

Calculons la masse de glace fondue

Quantité de chaleur nécessaire pour amener la glace à sa température de fusion 0°C :

$$Q'' = m_2 c_2(0 - t_2) = 3\,300\text{ J}.$$

$Q > Q'' \Rightarrow$ Toute la glace est portée à 0°C et une partie est fondue par la quantité de chaleur : $Q - Q''$.

La masse de glace fondue est donc :

$$m'' = \frac{Q - Q''}{L_f} = \frac{32\,200 - 3\,300}{330\,000} = 0,0875\text{ kg} = 87,5\text{ g}.$$

Nous sommes en présence d'un mélange eau + glace dont la température est 0°C . C'est la température d'équilibre t_e de l'ensemble.

Solution 15. (p. 139)

15.1. Pour mener à bien l'expérience, il faut que la chaleur Q fournie par chaque calorimètre soit suffisante pour fondre toute la masse de glace introduite dans le calorimètre.

Calculons pour chaque calorimètre la quantité de chaleur fournie pour l'intervalle de température allant de la température initiale du calorimètre à 0°C .

Considérons le 1^{er} calorimètre :

$$Q_1 = (m_1 c_e + C_1)(t_1 - 0)$$

$$= (0,25 \cdot 4190 + 125,7)(20 - 0)$$

$$= 23\,464\text{ J}$$

Pour fondre $m'_1 = 60\text{ g}$ de glace il faut :

$$Q' = m'_1 L_f = 0,06 \cdot 330\,000 = 19\,800\text{ J}$$

$Q_1 > Q' \Rightarrow Q_1$ suffit pour fondre toute la glace. Le premier élève pourra mener à bien son expérience.

Considérons le 2^e calorimètre :

$$\begin{aligned} Q_2 &= (m_2 c_e + C_2)(t_2 - 0) \\ &= (0,3 \cdot 4190 + 83,8)(15 - 0) \\ &= 20\,112\text{ J} \end{aligned}$$

Pour fondre $m'_2 = 80\text{ g}$ de glace il faut :

$$Q'' = m'_2 L_f = 0,08 \cdot 330\,000 = 26\,400\text{ J}$$

$Q_2 < Q'' \Rightarrow Q_2$ ne suffit pas pour fondre toute la glace. Donc, le second élève ne pourra pas mener à bien son expérience.

15.2. Température finale dans chacun des calorimètres

■ Considérons le 1^{er} calorimètre.

Nous avons vu que $Q_1 > Q'$ (voir question 15.1.).

$Q_1 - Q' =$ quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de l'ensemble (calorimètre + la masse d'eau m_1 + la masse d'eau m'_1 provenant de la fusion de la glace) de 0°C à t_e

$$Q_1 - Q' = (m_1 c_e + C_1 + m'_1 c_e)(t_e - 0).$$

D'où l'on tire :

$$\begin{aligned} t_e &= \frac{Q_1 - Q'}{(m_1 + m'_1)c_e + C_1} \\ t_e &= \frac{23\,464 - 19\,800}{(0,25 + 0,06) \cdot 4190 + 125,7} = 2,57^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

■ Considérons le 2^e calorimètre.

D'après la première question, on sait que la chaleur fournie par ce calorimètre ne suffit pas pour fondre toute la glace placée en son sein. Donc, à l'équilibre thermique, nous avons un mélange (glace + eau) dont la température est de 0°C .

15.3. Calcul de la masse de glace restant dans le deuxième calorimètre

$Q'' - Q_2 =$ quantité de chaleur nécessaire pour fondre la masse de glace restante m'' .

$$m'' = \frac{Q'' - Q_2}{L_f} = \frac{26\,400 - 20\,112}{330\,000} = 0,019\text{ kg} = 19\text{ g}.$$

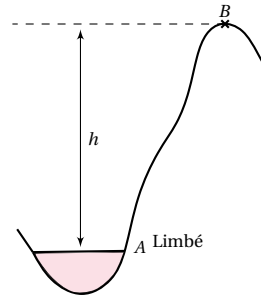
Solution 16. (p. 139)

Par définition la chaleur latente de vaporisation est : $Q = m L_v = 0,5 \cdot 8,5 \cdot 10^5 = 4,25 \cdot 10^5\text{ J}$.

Solution 17. (p. 139)

Soient :

■ h la dénivellation entre Limbé (point A) et le sommet du Mont Cameroun (point B)



■ ρ_1 la masse volumique du mercure.

Calculons la pression atmosphérique au point B (sommet du Mont Cameroun).

D'après le principe fondamental de la statique des fluides appliqué à l'air, on a :

$$p_A - p_B = \rho g h \Rightarrow p_B = p_A - \rho g h.$$

avec $\rho = \rho_{\text{air}}$. $p_A = \rho_1 g H =$ pression atmosphérique normale.

$$p_B = \rho_1 g H - \rho g h. \quad (\text{S13.1})$$

En cm de mercure,

$$\begin{aligned} p_B &= \frac{\rho_1 g H - \rho g h}{\rho_1 g} = H - \frac{\rho h}{\rho_1}; \\ p_B &= 760 - \frac{1,3 \cdot 4070 \cdot 10^3}{13,6} = 371\text{ mm} = 37,1\text{ cm}. \end{aligned}$$

La variation (diminution) de pression entre les points A et B est Δp telle que : $\Delta p = 760 - 371 = 389\text{ mm}$ de mercure.

Cette variation de pression correspond, au voisinage 100°C à une variation (diminution) de la température d'ébullition Δt telle que :

$$\Delta t = \frac{389}{27} = 14,4^\circ\text{C}.$$

Ainsi, la température d'ébullition de l'eau qui est de 100°C au point A (Limbé) sera plus petite de $14,4^\circ\text{C}$ au point B (sommet du Mont Cameroun) :

Donc au sommet du Mont Cameroun l'eau bout à la température t telle que $t = 100 - 14,4 = 85,6^\circ\text{C}$.

Solution 18. (p. 139)

Bilan des quantités de chaleur.

Quantité de chaleur cédée par la vapeur d'alcool lors de la liquéfaction à t_3 : $Q_1 = m L_v$.

Quantité de chaleur cédée par l'alcool condensé de t_3 à t_2 : $Q_2 = m c(t_3 - t_2)$.

Quantité de chaleur absorbée par le calorimètre et son contenu de t_1 à t_2 : $Q_3 = C(t_2 - t_1)$.

Les pertes de chaleur étant négligeables, on a :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \Rightarrow m L_v + m c(t_3 - t_2) = C(t_2 - t_1).$$

D'où :

$$\begin{aligned} L_v &= \frac{C(t_2 - t_1) - m c(t_3 - t_2)}{m}; \\ L_v &= 886,14 \times 10^3\text{ J kg}^{-1}. \end{aligned}$$

Partie 2 : Chimie

Les atomes

14.1	Introduction	148
14.2	Structure de l'atome	148
14.3	Le noyau	148
14.3.1	Les constituants du noyau	148
14.3.2	Nombre de charge, Nombre de masse, représentation d'un noyau atomique	148
14.3.3	Les isotopes	149
14.4	Les électrons et leur répartition dans l'atome	149
14.4.1	Caractéristiques de l'électron	149
14.4.2	Répartition des électrons autour d'un noyau	150
14.4.3	La classification périodique actuelle des éléments	152
14.5	Enoncés des exercices et problèmes	153
14.6	Solutions des exercices et problèmes	154

14.1 Introduction

Toute substance, vivante ou inerte, est formée à partir de particules très petites : **les atomes**. (du grec atomos qui veut dire insécable).

Mais l'atome appartient à un monde difficile à explorer : celui de l'infiniment petit. Afin de bien apprécier l'extrême petitesse de la taille de l'atome, assimilons ce dernier à une sphère. Un atome devant un ballon rond de 13 cm de diamètre est comme ce ballon devant la planète Terre!

C'est ainsi que les chimistes utilisent une unité particulière pour mesurer les longueurs à l'échelle atomique : le picomètre, en abrégé pm. ($1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$ = le millième du milliardième du mètre!).

14.2 Structure de l'atome

L'expérience de Rutherford¹ (qui consiste à soumettre une feuille d'or à la traversée des particules α) a permis d'établir que tout atome est formé d'un *Noyau*, très petit, chargé *d'électricité positive*, autour duquel se déplacent d'un *mouvement rapide et désordonné*, à grande vitesse, des *électrons chargés d'électricité négative*.

14.3 Le noyau

14.3.1 Les constituants du noyau

Des expériences de physique nucléaire montre que le noyau atomique est constitué de particules appelés *nucléons*. Les nucléons sont de deux sortes : les *Protons* et les *Neutrons*.

Le Protons

C'est une particule chargée *d'électricité positive*. Sa charge est égale à la charge élémentaire notée « e ».

Notons que $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ (le coulomb C est l'unité de charge électrique) est la *plus petite charge* électrique.

La masse du proton vaut $1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Soit 1,67 milliardième, du milliardième, du milliardième de kg!

En effet $10^{-27} = 10^{-9} \times 10^{-9} \times 10^{-9}$.

En résumé, les caractéristiques des protons sont :

$$q_p = +e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

1. Ernest Rutherford (1871–1937), physicien et chimiste néo-zélandais.

Le Neutron

Le neutron est une particule *électriquement neutre* (comme son nom l'indique). Sa masse est sensiblement égale à celle du proton.

Résumons les caractéristiques du neutron :

$$q_n = 0;$$

$$m_n \approx m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}.$$

Notons dès maintenant que si le noyau de l'atome d'hydrogène est formé uniquement d'un proton, les noyaux de tous les autres atomes contiennent à la fois des protons et des neutrons.

14.3.2 Nombre de charge, Nombre de masse, représentation d'un noyau atomique

Nombre de charge (Z)

Le *nombre de charge* Z d'un noyau représente le *nombre de protons* contenus dans ce noyau. Le nombre de charge Z est aussi appelé *numéro atomique*.

Un élément chimique est défini par son numéro atomique Z ; ainsi, tous les atomes d'un même élément ont le même numéro atomique.

Nombre de masse (A)

Le nombre de masse A d'un noyau est égal au nombre de nucléons (protons et neutrons) contenus dans ce noyau.

Remarque.

Si N est le nombre de neutrons contenu dans un noyau, on peut donc écrire $A = N + Z \Rightarrow N = A - Z$.

Représentation d'un noyau atomique

Un noyau atomique est caractérisé par son nombre de charge Z et son nombre de masse A . Pour représenter un noyau, on utilise le symbole de l'élément auquel le noyau appartient.

Ainsi, un noyau de symbole X , dont les nombres de charge et de masse sont respectivement Z et A , est représenté conventionnellement par :



NB: Il faut bien noter les positions de A (à gauche et en haut du symbole) et de Z (à gauche et en bas du symbole) dans cette représentation.

14.4. Les électrons et leur répartition dans l'atome

Exercice

Représenter le noyau de l'atome de fer (symbole Fe) sachant qu'il comporte 26 protons et 30 neutrons.

Solution

Pour le noyau de fer $Z = 26$ (nombre de protons), $N = 30$ (nombre de neutrons). On en déduit que : $A = Z + N = 26 + 30 = 56$.
D'où la représentation : ${}^{56}_{26}\text{Fe}$.

14.3.3 Les isotopes

Rappelons que tous les atomes ayant le même nombre de charge Z , correspondent au même élément chimique. Cependant, tous ces atomes ne sont pas nécessairement identiques. Il arrive que des noyaux ayant le même nombre de protons, diffèrent par leur nombre de neutrons. On dit qu'ils sont des isotopes du même élément.

Les atomes qui ont le même numéro atomique Z , mais des nombres de masse A différents, sont des isotopes de l'élément de numéro atomique Z .

Exemples.

1. l'élément hydrogène a 3 isotopes :

- ${}^1_1\text{H}$: le plus abondant
- ${}^2_1\text{H}$: appelé deutérium
- ${}^3_1\text{H}$: appelé tritium

Remarquons que les trois isotopes de l'hydrogène ont le même symbole H (malgré les appellations différentes.)

2. isotopes de l'élément uranium (symbole U).

- ${}^{235}_{92}\text{U}$: 0,7% de l'uranium naturel.
- ${}^{238}_{92}\text{U}$: 99,3% de l'uranium naturel.

Remarque.

On appelle *nucléide*, l'ensemble des atomes dont le noyau possède le même nombre de charge et le même nombre de masse.

Exercice

On considère les nucléides suivants désignés par le couple (Z, A) : (11, 23); (10, 20); (5, 10); (10, 21); (10, 22).

1. Combien d'éléments chimiques sont représentés.
2. Combien chacun d'eux a-t-il d'isotopes?

Solution

1. Parmi les six couples (Z, A) proposés, il n'y a que 3 valeurs différentes de Z : 5, 10 et 11.

Les six nucléides proposés correspondent donc à trois éléments chimiques seulement.

2. ■ L'élément caractérisé par $Z = 5$ a deux représentants dont les nombres de masse A sont respectivement 10 et 11. Cet élément possède *deux isotopes*.
■ L'élément caractérisé par $Z = 10$ a trois représentants dont les nombres de masse A sont respectivement 20, 21 et 22. Cet élément possède donc *trois isotopes*.
■ L'élément caractérisé par $Z = 11$ a un seul représentant de nombre de masse $A = 23$. Cet élément ne présente pas de phénomène d'isotopie.

14.4 Les électrons et leur répartition dans l'atome

Nous avons vu que le noyau de l'atome contient des protons chargés d'électricité positive. Or l'atome (comme toute matière) est électriquement neutre. Nous devons donc admettre la présence de particules chargées d'électricité négative dans l'atome. Ces particules sont les *électrons*.

14.4.1 Caractéristiques de l'électron

L'électron est chargé d'électricité négative. Sa charge est égale à la charge élémentaire e .

Sa masse, $9,1 \times 10^{-31}$ kg est très faible par rapport à celle d'un nucléon. En résumé,

$$q_e = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C};$$

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg} \approx \frac{m_p}{1836}.$$

Conséquences

1. L'atome étant électriquement neutre, la charge d'un proton étant, en valeur absolue égale à la charge d'un électron, il en résulte que :
Dans un atome, le nombre d'électrons est égal au nombre de protons.

2. La masse d'un proton est 1836 fois celle d'un électron. Le noyau, constitué de protons et de neutrons a une masse très grande par rapport à celle des électrons. Il en résulte que :

La masse d'un atome est pratiquement égale à la masse de son noyau.

La masse d'un noyau étant proportionnelle au nombre de nucléons qu'il renferme, on a donc attribué au nombre de nucléons l'appellation *nombre de masse*.

14.4.2 Répartition des électrons autour d'un noyau

Nuage électronique d'un atome

Les électrons sont en mouvement rapide et désordonné autour du noyau.

Si on considère un électron de l'atome, sa trajectoire ne peut être déterminée.

L'ensemble des positions occupées par les électrons d'un atome constitue le nuage électronique de l'atome.

Couches électroniques ou niveaux d'énergie

Chaque électron est soumis à une action attractive de la part du noyau. Cette action est d'autant plus importante que l'électron est plus proche du noyau. On peut donc caractériser un électron par la quantité d'énergie qu'il faut fournir pour l'extraire de l'atome.

Cette idée permet d'attribuer à chacun des électrons de l'atome un *niveau d'énergie*.

Les électrons ayant le même niveau d'énergie constituent une *couche électronique*.

Les couches électroniques d'un atome sont numérotées $n = 1, 2, 3, 4 \dots$

Le nombre n qui caractérise chaque couche est appelé *nombre quantique*. La couche de rang 1 est plus proche du noyau. En général, plus n est petit, plus les électrons sont proches du noyau.

Il existe une seconde représentation qui consiste à associer à chaque couche une lettre majuscule, selon le tableau de correspondance suivant :

n	1	2	3	4	5	6	7
lettre	K	L	M	N	O	P	Q

On parle donc indifféremment des électrons de la couche K ou bien des électrons de la couche $n = 1$.

Répartition des électrons dans les couches électroniques

La répartition des électrons dans les différentes couches électroniques obéit à deux règles fondamentales.

Remplissage d'une couche déterminée

Une couche ne peut contenir qu'un nombre limité d'électrons. Ce nombre maximal d'électrons est $2n^2$ dans la couche de rang n .

Ainsi, le nombre maximal d'électrons dans la couche $K(n = 1)$ est : $2 \times 1^2 = 2$.

La couche $L(n = 2)$ est entièrement remplie avec $2 \times 2^2 = 8$ électrons.

Et la couche $M(n = 3)$ est saturée avec $2 \times 3^2 = 18$ électrons.

Remplissage des couches électroniques successives

Les électrons se placent dans les couches en suivant l'ordre croissant des nombres quantiques : d'abord la couche K , puis la couche $L, \dots$, le remplissage d'une couche ne commençant que lorsque la couche précédente est saturée.

Remarque.

Cette règle subit quelques entorses pour les éléments du numéro atomique $Z \geq 19$. Il faut alors la remplacer par des règles plus fines qui ne peuvent être étudiées au secondaire.

Représentation des couches électroniques

Pour représenter le nuage électronique d'un atome,

- Chaque électron est représenté par un point.
- Chaque niveau d'énergie est représenté par un petit rectangle dans lequel on placera les électrons appartenant à ce niveau.

Exemples.

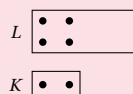
1. Pour l'atome d'hydrogène ($H; Z = 1$) l'unique électron se place sur la couche K . On a :



2. Pour l'atome d'hélium contenant 2 électrons dans son nuage électronique

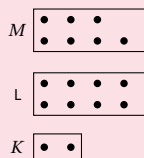


3. Pour l'atome de carbone contenant 6 électrons dans son nuage électronique,

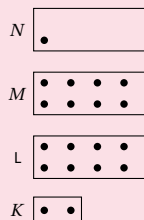


14.4. Les électrons et leur répartition dans l'atome

4. Pour l'atome de chlore contenant 17 électrons dans son nuage électronique,



5. Pour l'atome de potassium contenant 19 électrons dans son nuage électronique,



Notons ici que la couche $N(n=4)$ commence à se remplir avant que la couche M (qui peut contenir 18 électrons) ne soit saturée. C'est l'une des entorses aux règles de remplissage ci-dessus.

Pour représenter la structure électronique d'un atome, on peut aussi utiliser sa formule électronique, formule dans laquelle les couches électroniques sont représentées par les lettres portant en exposant le nombre d'électrons contenus dans la couche correspondante.

Ainsi (voir exemple ci-dessus),

- l'atome d'hydrogène a pour formule électronique : K^1 .
- L'atome d'hélium : K^2 .
- L'atome de carbone : $K^2 L^4$.
- L'atome de chlore : $K^2 L^8 M^7$.
- L'atome de potassium : $K^2 L^8 M^8 N^1$.

Exercice

Déterminer la formule électronique de l'atome de soufre. L'élément soufre a pour numéro atomique 16.

Solution

L'atome de soufre a 16 protons dans son noyau. Il possède donc (par électroneutralité) 16 électrons que nous répartissons sur les différentes couches : 2 sur la couche K ; 8 sur la couche L .

Les six électrons qui restent se placent sur la couche M .

D'où la formule électronique suivante : $K^2 L^8 M^6$.

Exercice

Quel est le numéro atomique de l'élément dont les atomes ont la formule électronique $K^2 L^8 M^5$?

Solution

Les atomes possèdent $2 + 8 + 5 = 15$ électrons.

L'atome étant électriquement neutre, cet élément possède 15 protons dans son noyau.

Le numéro atomique de cet élément est donc $Z = 15$.

Représentation de Lewis d'un atome

Les électrons de la couche la plus éloignée du noyau (appelée *couche externe*) ont une très grande importance ; en particulier, ces *électrons périphériques ou électrons de valence* sont

Les électrons périphériques peuvent :

- soit se grouper par deux, pour constituer ce qu'on appelle un *doublent d'électrons* ;
- soit rester seuls ; ils sont dits alors *électrons célibataires* ou *non appariés*.

Ce sont les électrons célibataires d'un atome qui sont engagés dans les liaisons avec d'autres atomes ; ils permettent donc d'expliquer les propriétés chimiques d'un atome.

En raison de l'importance des électrons de valence, Lewis², propose une représentation simplifiée de l'atome dans laquelle on dispose autour du symbole de l'atome les électrons de valence :

- les électrons célibataires sont représentés par un point ($\cdot$)
- les doublets sont représentés par un tiret ($—$).

Remarque.

Comment connaître le nombre d'électrons célibataires d'un atome ?

Jusqu'à 4 électrons sur la couche externe, ils sont tous célibataires.

Au-delà de 4 électrons de valence, les électrons supplémentaires constituent progressivement des doublets.

Exercice

Etablir la représentation de Lewis de l'atome de soufre sachant que le nombre de charge du soufre S est $Z=16$.

Solution

La structure électronique du soufre est : $K^2 L^8 M^6$ (exercice d'application ci-dessus).

Il y a donc 6 électrons sur la dernière couche. Sur cette couche, on place d'abord 4 électrons célibataires ; il

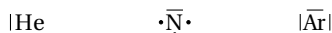
2. Gilbert Newton Lewis (1875–1946), chimiste américain.

reste 2 électrons qui vont s'associer à 2 électrons célibataires pour constituer 2 doublets. On a finalement 2 doublets et 2 électrons célibataires. D'où la représentation de Lewis suivante :



A partir de cet exemple, et connaissant les structures électroniques de l'hélium He : K^2 de l'azote N : $K^2 L^5$ de l'argon Ar : $K^2 L^8 M^8$.

Nous déduisons leurs modèles de Lewis :



14.4.3 La classification périodique actuelle des éléments

La classification logique des éléments a depuis longtemps préoccupé les chimistes. Après plusieurs tentatives échouées par divers chercheurs, c'est Mendeliev Dimitri³ qui constata en 1869, qu'en rangeant les éléments par ordre de masses croissantes on avait une périodicité dans les propriétés.

Principe de la classification

Aujourd'hui on classe les éléments par ordre de numéros atomiques croissants dans un tableau à 18 colonnes ou groupes et 7 lignes ou périodes.

Chaque case de la classification (proposée au début de votre manuel) correspond à un élément (${}_Z\text{X}$)

Remarque.

Dans certaines classifications périodiques, le numéro atomique Z de l'élément est situé en haut et à gauche de la case.

Chaque période correspond au remplissage d'une couche électronique. Ainsi, la première période correspond au remplissage de la couche K, la seconde à celle de la couche L, la troisième période correspond au remplissage partiel de la couche M.

Lorsqu'une couche est remplie, on passe à la période suivante, de sorte que tous les éléments d'une même colonne ont le même nombre d'électrons de valence.

Intérêt de la classification périodique

Rappel : Dans une colonne, tous les atomes ont le même nombre d'électrons périphériques. Il résulte que ces éléments de la même colonne possèdent des propriétés chimiques semblables et constituent ainsi des familles ou groupes homogènes.

Exemples de familles

Groupe des alcalins

Les éléments de la colonne 1, à l'exception de l'hydrogène qui a des propriétés très particulières, constituent la famille des alcalins ; ce sont : le lithium (Li), le sodium (Na), le potassium (K), le rubidium (Rb), le césium (Cs), et le francium (Fr).

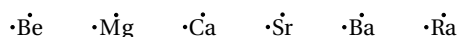
Les atomes de ces éléments possèdent un seul électron de valence, d'où la représentation de Lewis :



Famille des alcalino-terreux

Ce sont les éléments de la colonne 2. Ils possèdent 2 électrons périphériques. Ce sont le béryllium (Be), le magnésium (Mg), le calcium (Ca), le strontium (Sr), le baryum (Ba) et le radium (Ra).

Ces atomes ont 2 électrons de valence et ont pour modèle de Lewis :



Le groupe de la colonne 17 ou groupe des halogènes

Ce sont les éléments de la colonne 17. Ils ont 7 électrons périphériques (3 doublets et un électron célibataire). Ce sont le fluor (F) ; le chlore (Cl) ; le Brome (Br) ; l'iode (I) ; et l'astate (At). Ils ont pour modèle de Lewis :



La colonne des gaz rares (colonne 18)

Dans la colonne 18, on trouve l'hélium (He), le néon (Ne), l'argon (Ar) ; le krypton (Kr) ; le Xénon (Xe) et le radon (Rn). Ces gaz existent en très petites quantités dans l'atmosphère. D'où leur appellation gaz rares.

Mis à part l'hélium dont la couche externe est la couche K à 2 électrons, ils possèdent tous 8 électrons périphériques, groupés en 4 doublets.

Ne possédant pas d'électrons célibataires dans leur couche périphérique, ces gaz n'interviennent pratiquement pas dans les réactions chimiques. on dit qu'ils ont une grande inertie chimique ; c'est ainsi qu'on les appelle parfois *gaz inertes* ou *gaz nobles*.

En général, une couche externe d'un atome contient au maximum 8 électrons (comme les gaz inertes). On dit qu'une couche externe à 8 électrons est *saturée*.

3. Mendeliev Dimitri (1834–1907), chimiste russe.

14.5 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Le numéro atomique d'un élément vaut 12 fois celui de l'hydrogène.

- 1.1. Quel nombre de protons renferme le noyau d'un atome de cet élément?
- 1.2. Quel nombre d'électrons possède un atome de cet élément?
- 1.3. De quel élément s'agit-il?

Exercice 2.

Le nombre de charge du noyau calcium vaut 20, son nombre de masse 40.

- 2.1. Combien de protons et de neutrons se trouvent dans ce noyau?
- 2.2. Représenter symboliquement ce noyau.

Exercice 3.

On considère un atome de carbone dont le noyau est représenté par ${}_{12}^{12}\text{C}$

- 3.1. Déterminer la composition du noyau de cet atome.
- 3.2. Combien d'électrons possède-t-il? Écrire sa formule électronique et sa représentation de Lewis.
- 3.3. En utilisant la masse des particules données dans le cours, calculer :
 - la masse du noyau
 - la masse de l'atome.

L'affirmation faite dans le cours selon laquelle la masse de l'atome est pratiquement celle du noyau est-elle justifiée?

Exercice 4.

Examen du tableau périodique

- 4.1. Pourquoi la première ligne ne renferme-t-elle que 2 éléments?
- 4.2. Qu'est-ce qui différencie les structures électroniques des atomes suivants :
 - le sodium et le potassium;
 - le chlore et le brome;
 - le chlore et le sodium?
- 4.3. Quel élément possède :
 - un proton de plus que le cobalt;
 - un proton de moins que le fer?

Exercice 5.

Un élément se trouve à la troisième ligne de la classification périodique et la structure électronique de l'atome correspondant possède 5 électrons de valence.

- 5.1. Donner la formule électronique de cet élément. Jus-

tifier votre réponse.

- 5.2. Donner la représentation de Lewis de cet atome.

- 5.3. Quelle est la composition du noyau de cet élément sachant que son nombre de masse est 31.

Exercice 6.

On considère deux noyaux X et Y caractérisés par le couple $(Z; A)$: $X(17; 35)$ et $Y(17; 37)$.

- 6.1. Donner la composition de chacun de ces noyaux.
- 6.2. Comment appelle-t-on des noyaux présentant la même similitude que X et Y?
- 6.3. Donner la répartition électronique de l'atome correspondant au noyau X.
- 6.4. En déduire sa position (période et groupe) dans la classification périodique des éléments.
- 6.5. X et Y appartiennent-ils au même élément? pourquoi?

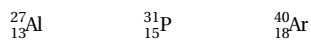
Exercice 7.

Quelle est la structure électronique de l'atome de numéro atomique $Z = 15$?

L'arsenic et l'antimoine se situent dans la même colonne que l'élément ci-dessus. Écrire la représentation de Lewis de ces atomes.

Exercice 8.

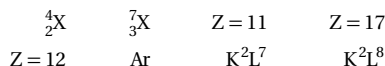
Donner la composition du noyau et la formule électronique des atomes dont les noyaux s'écrivent :



Donner la représentation de Lewis de chacun d'eux. Parmi ces atomes, un est chimiquement inerte. Lequel? Justifier votre réponse.

Exercice 9.

Classer par familles (alcalins, alcalino-terreux, halogènes ou gaz nobles) les atomes dont les caractéristiques sont les suivantes :



Exercice 10.

Le nombre de charge de l'oxygène O est $Z = 8$.

- 10.1. Quelle est la structure électronique de l'atome d'oxygène?
- 10.2. Combien l'atome d'oxygène a-t-il d'électrons dans son dernier niveau?
- 10.3. Combien l'atome de l'élément qui précède l'oxygène dans la classification périodique a-t-il d'électrons périphériques?
- 10.4. Même question pour l'atome de l'élément qui suit l'oxygène dans la classification périodique.
- 10.5. Combien l'atome de l'élément situé en dessous de l'oxygène dans la classification périodique a-t-il d'élec-

trons périphériques? que peut-on dire des propriétés chimiques de ces deux éléments?

Exercice 11.

Le chlore fait partie de la famille des halogènes.

11.1. Combien l'atome de chlore a-t-il d'électrons dans son dernier niveau?

11.2. L'atome de chlore comporte des électrons dans les trois premiers niveaux d'énergie. En déduire sa structure électronique.

11.3. Quel est le numéro atomique Z du chlore?

11.4. Le chlore naturel est constitué essentiellement des isotopes 35 et 37.

Donner la représentation des noyaux de ces atomes isotopes. Combien leurs noyaux comportent-ils de protons et de neutrons?

11.5. Le fluor F est le premier des halogènes. Donner sa structure électronique.

14.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 153)

1.1. *Nombre de protons que renferme le noyau de cet atome.* Déterminons d'abord le numéro atomique de cet élément.

Soient Z le numéro atomique de cet élément et $Z_{\text{H}}=1$, le numéro atomique de l'hydrogène.

Sachant que le numéro atomique de l'élément vaut 12 fois celui de l'hydrogène, $Z = 12 \cdot Z_{\text{H}} = 12 \cdot 1 = 12$.

Or le numéro atomique représente aussi le nombre de protons. Donc le nombre de protons est égal à 12.

1.2. *Nombre d'électrons de cet élément.* L'atome étant électriquement neutre, le nombre d'électrons $n(e^-)$ est égal au nombre de protons. Donc $n(e^-) = 12$.

1.3. *Nature de cet élément.* En consultant la classification périodique, nous constatons que l'élément de numéro atomique 12 est le magnésium.

Solution 2. (p. 153)

2.1. *Nombre de protons et nombre de neutrons du noyau de calcium*

Soient $Z=20$ le nombre de charge et $A=40$, le nombre de masse de l'élément calcium.

Le nombre de protons est égal au nombre de charge. Donc le noyau de calcium contient 20 protons.

Soit N le nombre de neutrons de cet élément.

$A = N + Z \Rightarrow N = A - Z = 40 - 20 = 20$ neutrons.

2.2. *Représentation du noyau de calcium*

Symbole de calcium : Ca ; $Z=20$, $A=40$ d'où la représentation ${}^{40}_{20}\text{Ca}$

Solution 3. (p. 153)

3.1. *Composition du noyau de l'atome de carbone*

Dans la représentation ${}^{12}_6\text{C}$ 6 représente le nombre de protons et 12 le nombre de masse.

Or $A = N + Z$ où A est le nombre de masse, Z le nombre de protons et N le nombre de neutrons. D'où $N = A - Z = 12 - 6 = 6$.

Donc le noyau de cet atome contient 6 protons et 6 neutrons.

3.2. *Nombre d'électrons de cet atome*

L'atome étant électriquement neutre, il possède autant d'électrons qu'il y a de protons dans son noyau ; donc le nombre d'électrons $n(e^-) = 6$.

L'atome étant électriquement neutre, il possède autant d'électrons qu'il y a de protons dans son noyau ; donc le nombre d'électrons $n(e^-) = 6$.

Formule électronique de cet atome

Répartissons les 6 électrons sur les différents niveaux d'énergie pour obtenir la formule électronique : $K^2 L^4$.

Représentation de Lewis de cet atome

Cet atome possède 4 électrons périphériques que nous

14.6. Solutions des exercices et problèmes

disposons autour du symbole de l'élément $\cdot\dot{\text{C}}\cdot$

3.3. Calculons

■ la masse m du noyau

$$\begin{aligned} m_{\text{noyau}} &= m_{\text{protons}} + m_{\text{neutrons}}; \\ m_{\text{protons}} &= 6m_p \text{ avec } m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}; \\ m_{\text{neutrons}} &= 6m_n \text{ avec } m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}; \\ m_{\text{noyau}} &= 6 \cdot 1,67 \times 10^{-27} + 6 \cdot 1,67 \times 10^{-27} \\ &= 2,004 \times 10^{-26} \text{ kg}. \end{aligned}$$

■ Masse m' de l'atome. L'atome est constitué du noyau et des électrons.

Calculons la masse $m(e^-)$ des électrons de cet atome

$$\begin{aligned} m(e^-) &= 6m_{e^-} \text{ avec} \\ m(e^-) &= 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}. \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} m(e^-) &= 6 \cdot 9,1 \times 10^{-31} = 5,46 \times 10^{-30} \text{ kg}; \\ m' &= m + m(e^-) \\ &= 2,004 \times 10^{-26} + 5,46 \times 10^{-30} \\ &= 2,0045 \times 10^{-26} \text{ kg}. \end{aligned}$$

■ Comparons la masse des électrons à la masse de l'atome

$$\frac{m(e^-)}{m'} = \frac{5,46 \times 10^{-30}}{2,0045 \times 10^{-26}} = 2,7 \times 10^{-4}.$$

Nous constatons que la masse de l'électron vaut 2,7 dixième du millièème de la masse de l'atome. Donc la masse de l'atome est sensiblement égale à la masse du noyau.

Solution 4. (p. 153)

4.1. La première ligne du tableau périodique correspond au remplissage de la couche K qui ne peut contenir que 2 électrons au maximum. Par conséquent, les noyaux des atomes appartenant à cette ligne ne peuvent avoir que deux protons au maximum.

Un élément étant caractérisé par Z le nombre de protons de son noyau, nous déduisons que la première ligne ne peut contenir que deux éléments de numéros atomiques $Z = 1$ et $Z = 2$.

4.2. Ce qui différencie les structures électroniques.

4.2.1. Du sodium et du potassium

Le sodium (Na) et le potassium (K) appartiennent tous les deux au groupe des alcalins (groupe 1). Donc leurs structures électroniques ont le même nombre d'électrons périphériques (1).

Mais, le sodium est à la 3e ligne ($\Rightarrow$ sa structure électronique a 3 couches, K, L, M, tandis que le potassium occupe la 4e ligne ($\Rightarrow$ sa structure électronique possède 4 couches, K, L, M, N).

4.2.2. Du chlore et du brome

Ces deux éléments appartiennent aussi à un même groupe (groupe 7 des halogènes), mais se trouvent sur deux périodes consécutives : le chlore sur la 3e ligne et le brome sur la 4e ligne.

Donc leurs structures électroniques ont le même nombre d'électrons périphériques (7), mais l'une (Cl)

possède 3 couches électroniques et l'autre (Br) en possède 4.

4.2.3. Du chlore et du sodium

Ces deux éléments appartiennent à une même période (3), mais à des colonnes différentes. Donc leurs structures électroniques ont le même nombre de couches, mais l'une (Na) a 1 électron périphérique tandis que l'autre (Cl) a 7 électrons périphériques.

4.3.

4.3.1. Soit X l'élément qui possède 1 proton de plus que le cobalt :

Le cobalt a pour numéro atomique 27, et possède donc 27 protons. L'élément X possède donc 28 protons et son numéro atomique est $Z = 28$. L'élément correspondant à cette case dans la classification périodique est le nickel (Ni).

4.3.2. Soit X' l'élément qui possède un proton de moins que le fer (Fe). D'après la classification périodique, Fe a pour numéro atomique 26.

Une démarche analogue au cas précédent nous conduit à conclure que X' est le manganèse (Mn).

Solution 5. (p. 153)

Soit X cet élément se trouvant à la troisième période, et ayant 5 électrons périphériques.

5.1. Formule électronique de l'élément X

X se trouve à la troisième ligne $\Rightarrow$ sa structure électronique a 3 couches. Sachant que cet atome a 5 électrons périphériques, nous pouvons déterminer sa formule électronique : $K^2L^8M^5$.

5.2. Représentation de Lewis de cet atome

Symbole de cet élément. La structure électronique de l'atome possède $2 + 8 + 5 = 15$ électrons.

L'atome étant électriquement neutre, son noyau possède donc 15 protons. Donc le numéro atomique de cet élément est $Z = 15$.

Dans la classification périodique, l'élément de numéro atomique 15 est le phosphore de symbole P . D'où le modèle de Lewis :



5.3. Composition du noyau de cet atome

Nous avons montré que le noyau de cet atome contient $Z=15$ protons.

Soit $A = 31$ le nombre de masse et N le nombre de neutrons.

$$A = N + Z$$

$$\Rightarrow N = A - Z = 31 - 15 = 16.$$

D'où la composition du noyau de cet atome : 15 protons et 16 neutrons.

Solution 6. (p. 153)

6.1. Composition de chacun des noyaux

Z est le nombre de protons et A le nombre de nucléons. $A = Z + N$ où N est le nombre de neutrons.

On en déduit : $N = A - Z$.

D'où la composition suivante des noyaux :

$$X \begin{cases} 17 \text{ protons ;} \\ 35 - 17 = 18 \text{ neutrons ;} \end{cases}$$

$$Y \begin{cases} 17 \text{ protons ;} \\ 37 - 17 = 20 \text{ neutrons.} \end{cases}$$

6.2. X et Y ont le même nombre de protons mais diffèrent par leur nombre de masse : ce sont des isotopes.

6.3. Répartition électronique de l'atome correspondant au noyau X.

Le noyau X possède 17 protons. L'atome correspondant étant électriquement neutre, sa structure électronique possède 17 électrons. La répartition électronique est donc : $K^2L^8M^7$.

6.4. Position de l'élément X dans la classification périodique

La structure électronique de l'atome X possède 3 couches électroniques. X appartient donc à la 3e ligne de la classification périodique.

X possède aussi 7 électrons périphériques. il appartient au groupe des halogènes.

6.5. Un élément est caractérisé par son numéro atomique ; or X et Y ont le même numéro atomique : donc X et Y appartiennent au même élément.

Solution 7. (p. 153)

Le noyau de cet atome possède 15 protons. L'atome étant électriquement neutre, la structure électronique de cet atome possède 15 électrons. La répartition électronique de cet atome est donc : $K^2L^8M^5$. Représentation de Lewis des atomes d'arsenic (As) et d'antimoine (Sb) appartenant à la même colonne que l'élément ci-dessus.

As et Sb étant dans la même colonnes que l'élément ci-dessus, possèdent le même nombre d'électrons périphériques (5). D'où leur représentation de Lewis :



Solution 8. (p. 153)

De la représentation ${}_Z^AX$, nous identifions Z le nombre de protons, et $A=Z+N$ le nombre de nucléons où $N=A-Z$ est le nombre de neutrons.

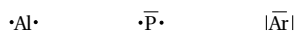
La composition des noyaux ci-dessus est donc :

- ${}_{13}^{27}\text{Al}$: (13 protons ; $27 - 13 = 14$ neutrons)
- ${}_{15}^{31}\text{P}$: (15 protons ; $31 - 15 = 16$ neutrons)
- ${}_{18}^{40}\text{Ar}$: (18 protons ; $40 - 18 = 22$ neutrons)

Formule électronique de chacun des atomes

L'atome étant électriquement neutre, le nombre d'électrons de chacun des atomes est égal au nombre de protons de son noyau. Ainsi pour : Al (13 électrons) $K^2L^8M^3$. P (15 électrons) $K^2L^8M^5$. Ar (18 électrons) $K^2L^8M^8$.

Représentation de Lewis de chacun d'eux Cette représentation consiste à placer les électrons périphériques autour du symbole de l'atome :



Lorsque la couche externe d'un atome est saturée (contient 8 électrons) cet atome est chimiquement inerte.

C'est le cas de l'atome Ar.

Solution 9. (p. 153)

Ces différentes familles se reconnaissent par le nombre d'électrons périphériques :

- Les alcalins ont 1 électron périphérique (exception faite de l'hydrogène).
- Les alcalino-terreux ont 2 électrons périphériques (exception faite de l'hélium).
- Les halogènes ont 7 électrons périphériques.
- Les gaz nobles ont 8 électrons périphériques à l'exception de l'hélium qui en a 2.

Analysons les formules électroniques des éléments ci-dessus :

- ${}^4_2X \Rightarrow Z=2$, d'où 2 électrons répartis suivant K^2 . Cet atome n'a qu'une couche. K^2 saturé. Cet atome appartient à la famille des gaz nobles.
- ${}^7_3X \Rightarrow Z=3$, d'où 3 électrons répartis suivant K^2L^1 . Cet atome a 1 électron périphérique. Il appartient à la famille des alcalins.
- $Z=11 \Rightarrow 11$ électrons répartis suivant $K^2L^8M^1$. Cet atome possède 1 électron périphérique donc il appartient à la famille des alcalins.
- $Z=17 \Rightarrow 17$ électrons répartis suivant $K^2L^8M^7$. Ayant 7 électrons périphériques, cet atome appartient à la famille des halogènes.
- $Z=12 \Rightarrow 12$ électrons répartis suivant $K^2L^8M^2$. Cet atome ayant 2 électrons périphériques, appartient à la famille des alcalino-terreux.
- Ar. L'élément ayant ce symbole est l'argon qui se trouve dans la famille des gaz nobles (consulter le tableau périodique des éléments).
- K^2L^7 d'après la formule électronique, cet atome possède 7 électrons périphériques. Cet élément appartient à la famille des halogènes.
- K^2L^8 . Cette formule électronique montre que la dernière couche de cet atome est saturé à 8 électrons : c'est un gaz rare.

Solution 10. (p. 153)

- 10.1. K^2L^6 .
- 10.2. 6.
- 10.3. 5.
- 10.4. 7.
- 10.5. 6. Propriétés chimiques semblables.

Solution 11. (p. 154)

11.1. Les halogènes sont caractérisés par la présence de 7 électrons dans leur dernier niveau.

11.2. $K^2L^8M^7$;

11.3. 17 électrons $\Rightarrow$ 17 protons dans le noyau de l'atome $\Rightarrow Z=17$;

11.4.

■ ${}^{35}_{17}\text{Cl}$: (17 protons et $(35 - 17) = 18$ neutrons)

■ ${}^{37}_{17}\text{Cl}$: (17 protons ; et $(37 - 17) = 20$ neutrons)

11.5. Pour avoir 7 électrons périphériques, le fluor doit avoir au moins deux niveaux d'énergie $\Rightarrow$ structure électronique du fluor : K^2L^7 .

Les molécules et les ions

15.1	Introduction	158
15.2	La règle de l'octet	158
15.3	Les molécules	158
15.3.1	La liaison covalente	158
15.3.2	Définition de la molécule	158
15.3.3	Représentation d'une molécule	158
15.3.4	Structure géométrique d'une molécule	159
15.3.5	Formule et structure géométrique de quelques molécules	159
15.4	Les ions	162
15.4.1	Exemple : formation du chlorure de sodium	162
15.4.2	Formation d'ions monoatomiques	163
15.4.3	Existence des ions polyatomiques	164
15.4.4	Conclusion : définition générale d'un ion	164
15.5	Enoncés des exercices et problèmes	164
15.6	Solutions des exercices et problèmes	165

15.1 Introduction

Nous savons que la matière est formée à partir des atomes. Mais elle n'est que très rarement constituée d'atomes placés les uns à côté des autres.

En fait, les atomes ont la propriété de *se lier* entre eux pour former des *molécules*.

Un très grand nombre de corps qui nous entourent sont des assemblages ordonnés ou désordonnés des molécules. Notons cependant que certains sont formés d'atomes, d'autres d'ions.

15.2 La règle de l'octet

Les gaz rares, éléments de la colonne 18, sont caractérisés par une très grande *inertie chimique*.

Cette propriété s'explique par le fait que leur couche périphérique est saturée : elle contient (hormis l'hélium qui en a 2) 8 électrons, soit un octet d'électrons.

Les éléments des autres colonnes ont une réactivité chimique qui tend à leur donner la structure électronique du gaz rare le plus proche d'eux dans la classification périodique, donc à saturer leur couche externe. C'est ce qu'exprime la *règle de l'octet* énoncée par Lewis :

Au cours de leurs transformations, les atomes tendent à saturer leur couche électronique externe à 8 électrons (1 octet d'électrons), exception faite de l'hydrogène qui tend à saturer la sienne avec 2 électrons (1 doublet d'électrons).

15.3 Les molécules

15.3.1 La liaison covalente

Un atome, dont la couche externe n'est pas saturée, ne peut exister seul. Il va subir des transformations afin de saturer sa couche externe; entre autres transformations, cet atome peut s'associer à un autre atome.

Dans tous les cas, ce sont toujours les électrons de la couche externe qui interviennent et dans cette couche particulièrement, *les électrons célibataires*.

Ainsi, un électron célibataire d'un atome *A* va pouvoir « s'associer » avec un électron célibataire d'un atome *B* pour former une liaison chimique entre ces

atomes; une telle liaison porte le nom de *liaison covalente* (ou *liaison de covalence*).

Définition.

Une liaison covalente entre deux atomes résulte de la mise en commun de deux électrons célibataires pour former un doublet d'électrons.



Remarque.

- Le trait représente le doublet qui assure la liaison entre *A* et *B*.
- Le doublet formé par la mise en commun de deux électrons célibataires est appelé *doublet liant* (ou doublet de liaison) par opposition au doublet non-liants pouvant exister sur la couche externe d'un atome.
- Un atome peut former autant de liaisons covalentes qu'il possède d'électrons célibataires sur sa couche externe.
- Le nombre de liaisons covalentes que peut former un atome est appelé *valence* de cet atome. On en déduit que la valence d'un atome est égale au nombre d'électrons célibataires de sa couche périphérique. De la représentation de Lewis d'un atome, nous déduisons sa valence.

Atome	Représentation de Lewis	Valence
H	$\dot{H}$	1
C	$\cdot \dot{C} \cdot$	4
N	$\cdot \ddot{N} \cdot$	3
O	$\cdot \ddot{O} $	2
Cl	$ \ddot{Cl} $	1

On dit que l'hydrogène (H) est *monovalent*, l'oxygène (O) est *divalent*; l'azote (N) est *trivalent* et le carbone (C) est *tétravalent*.

15.3.2 Définition de la molécule

On appelle molécule tout édifice, électriquement neutre, formés d'atomes liés entre eux par des liaisons covalentes.

L'atomicité d'une molécule est le nombre d'atomes qu'elle renferme.

15.3.3 Représentation d'une molécule

Formule brute

La formule brute d'une molécule s'obtient en juxtaposant les symboles des éléments constituant la molécule. On indique en bas et à droite de chaque symbole le nombre d'atomes de l'élément dans la molécule. Le nombre 1 n'est pas écrit.

Exemples.

- La formule H_2 signifie que la molécule de dihydrogène contient 2 atomes d'hydrogène.
- La formule brute de l'eau est H_2O car la molécule d'eau contient 2 atomes d'hydrogène et 1 atome d'oxygène.
- La molécule d'éthanol contient 2 atomes de carbone, 6 atomes d'hydrogène et 1 atome d'oxygène. La formule brute d'éthanol s'écrit alors C_2H_6O . La formule brute est donc une *formule de composition*. Elle ne montre pas comment les atomes sont liés entre eux.

Représentation de Lewis

La représentation de la molécule avec les doublets non-liants de chaque atome et les doublets liants est le schéma de Lewis de la molécule.

Formule développée

La formule développée résulte de la représentation de Lewis simplifiée où on ne représente que les doublets de liaison.

15.3.4 Structure géométrique d'une molécule

La stéréochimie est la partie de la chimie qui traite de la structure géométrique des molécules.

Pour représenter la structure géométrique d'une molécule, on utilise des *modèles moléculaires*. Il en existe deux types : modèle éclaté et modèle compact.

Modèle éclaté

Modèle éclaté

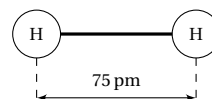


Figure 15.1

Des petites boules représentent les centres des atomes. Les tiges reliant les boules symbolisent les liaisons. Leurs longueurs sont proportionnelles à celles des liaisons.

Modèle compact

Modèle compact



Figure 15.2

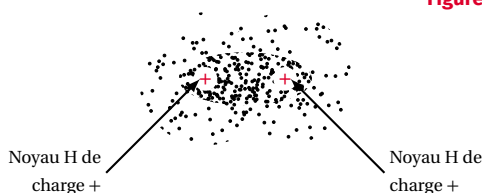
Les boules, plus grosses que dans le cas du modèle éclaté, représentent les atomes. Leur rayons sont proportionnels à ceux des atomes.

15.3.5 Formule et structure géométrique de quelques molécules

Molécule de dihydrogène

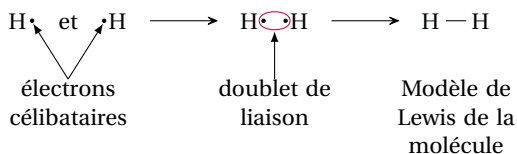
L'atome d'hydrogène, dont la couche externe n'est pas saturée, ne peut exister seul. Il s'associe à un autre atome d'hydrogène par liaison covalente, de sorte que tout se passe comme si chaque atome possédait 2 électrons, donc avait sa couche externe saturée.

Figure 15.3



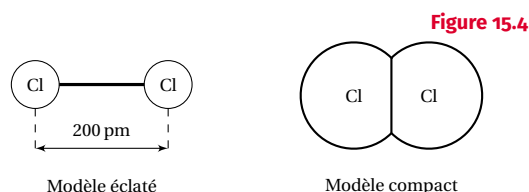
Le doublet de liaison subit l'influence de deux noyaux, comme l'indique le nuage électronique de la figure ci-dessus

La représentation de Lewis de la molécule se déduit de celles des atomes :



Se confond à la formule développée: $\text{H}-\text{H}$

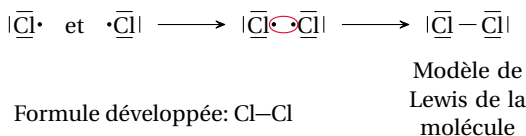
Molécule de dichlore



Sa formule brute est



Les 2 atomes sont liés par une liaison covalente :



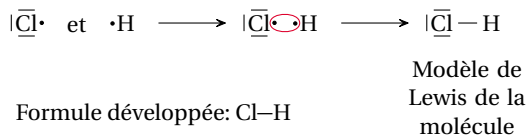
Formule développée: $\text{Cl}-\text{Cl}$

Molécule de chlorure d'hydrogène

Diatomique, cette molécule est formée d'un atome d'hydrogène et d'un atome de chlore; d'où sa formule



Etablissons la représentation de Lewis et la formule développée de cette molécule :



Formule développée: $\text{Cl}-\text{H}$

Les modèles moléculaires sont les suivantes :

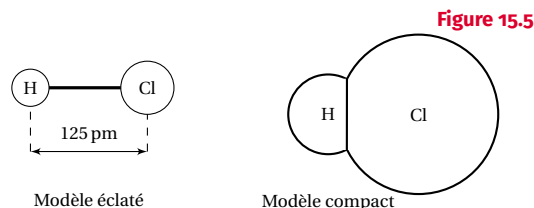


Figure 15.5

Malgré le caractère covalent de la liaison, le nuage électronique de la molécule est beaucoup plus dense au voisinage de l'atome de chlore qu'au voisinage de l'atome d'hydrogène. Ceci est dû au fait que l'atome de chlore a une forte tendance à attirer les électrons. (On dit que l'atome de chlore est électropositif).

Donc au point de vue électrique, la molécule HCl est assimilable à un ensemble de deux charges : l'une négative centrée sur l'atome Cl et l'autre positive centrée sur l'atome H .

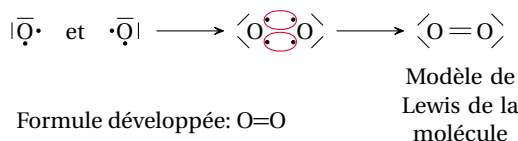
Donc, la molécule HCl , bien que neutre possède une extrémité positive et une extrémité négative. On dit que la molécule HCl est polaire.

Molécule de dioxygène

Formée de deux atomes d'oxygène, la molécule de dioxygène a pour formule brute



Pour satisfaire à la règle de l'octet, chaque atome O met ses deux électrons célibataires en commun avec l'autre atome O . Ces quatre électrons mis en commun constituent 2 doublets liants assurant ainsi une liaison covalente double ou plus simplement une double liaison.



Formule développée: $\text{O}=\text{O}$

Les modèles moléculaires sont :

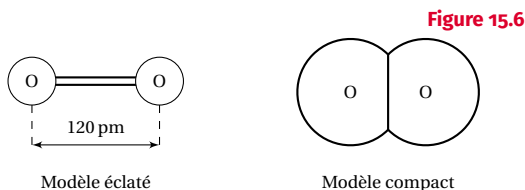


Figure 15.6

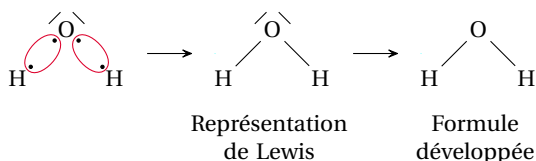
15.3. Les molécules

Molécule d'eau

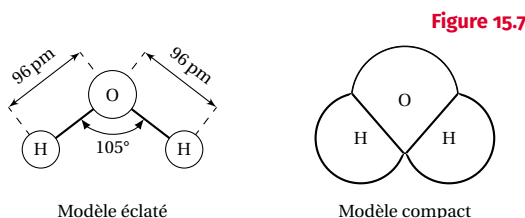
Formée de 2 atomes d'hydrogène et d'un atome d'oxygène, la molécule d'eau a pour formule brute



L'atome d'oxygène disposant de 2 électrons célibataires, engage une liaison covalente avec chacun des atomes d'hydrogène :



Cette molécule a pour modèles :



Le modèle moléculaire montre que la molécule H_2O est triangulaire, les centres des 3 atomes étant situés au sommet d'un triangle isocèle.

Cette molécule est *polaire*; elle présente un côté positif, celui des atomes H et un côté négatif, celui de l'atome O.

Cette polarité explique les qualités d'excellent solvant des solides ioniques qu'est l'eau.

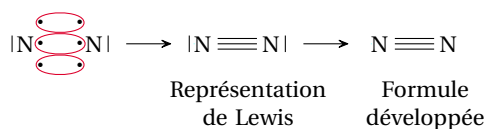
Molécule de diazote

Formée de deux atomes d'azote (N), la molécule de diazote a pour formule brute



Chaque atome d'azote a 5 électrons périphériques dont 1 doublet et 3 électrons célibataires.

Pour satisfaire à la règle de l'octet, chaque atome N met ses trois électrons célibataires en commun avec l'autre atome. Ces six électrons mis en commun constituent 3 doublets liants assurant ainsi une liaison covalente triple ou simplement une triple liaison.



Les modèles moléculaires sont :

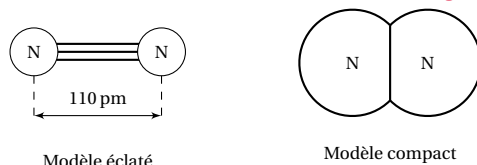


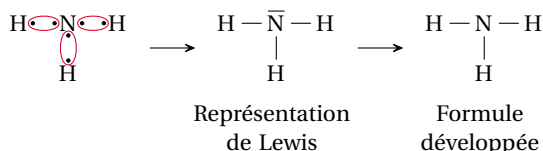
Figure 15.8

Molécule d'ammoniac

La formule brute de l'ammoniac est



L'atome d'azote qui a trois électrons célibataires, établit 1 liaison covalente avec chacun des 3 atomes d'hydrogène :



La molécule d'ammoniac a la forme d'une pyramide régulière à base triangulaire et très aplatie. L'atome d'azote occupe le sommet de la pyramide et les atomes d'hydrogène occupent les sommets du triangle équilatéral constituant la base.

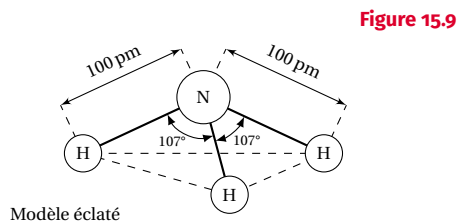


Figure 15.9

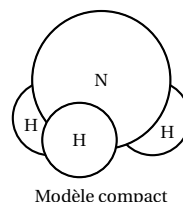


Figure 15.10

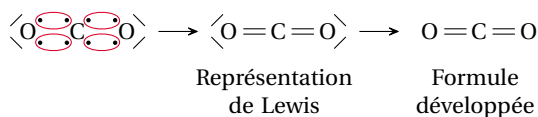
Comme les molécules HCl et H_2O , la molécule d'ammoniac est *polaire*.

La molécule de dioxyde de carbone

Cette molécule est formée d'un atome de carbone et de 2 atomes d'oxygène; d'où sa formule brute



Pour satisfaire la règle de l'octet, l'atome de carbone, possédant 4 électrons célibataires, établit une double liaison avec chacun des atomes d'oxygène.



La molécule CO_2 est linéaire, car les centres des 3 atomes sont alignés, comme le montrent les modèles.

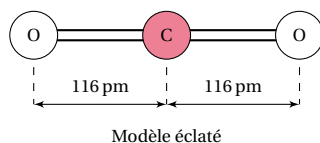


Figure 15.11

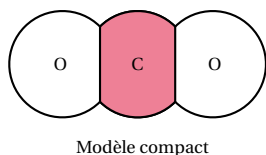


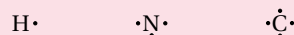
Figure 15.12

Exercice

Une molécule a pour formule CNH . Sachant que toutes les liaisons de la molécule sont des liaisons covalentes, établir la représentation de Lewis de la molécule.

Solution

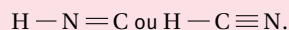
Représentons selon Lewis, les trois atomes de la molécule :



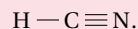
La valence (nombre de liaisons covalentes que peut former un atome)

- de H est 1 car il possède 1 électron célibataire
- de C est 4 (résulte de ses 4 électrons célibataires)
- de N est 3 (car il possède 3 électrons célibataires)

Donc l'atome H est nécessairement placé à l'extrémité de la molécule. Deux dispositions sont alors envisageables :



La première est à éliminer, car si les valences de l'azote et de l'hydrogène sont satisfaites, celle du carbone ne l'est pas. Seule la seconde convient. D'où la représentation de Lewis de la molécule CNH :



15.4 Les ions

15.4.1 Exemple : formation du chlorure de sodium

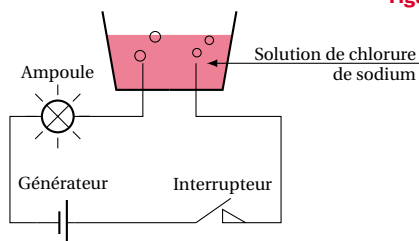
Expérience : combustion du sodium dans le dichlore

Plaçons un morceau de sodium, soigneusement essuyé, dans un têt à combustion (le sodium, très oxydable à l'air, est conservé dans de l'huile de paraffine), puis chauffons-le avec un bec Bunsen : on voit d'abord le métal fondre, puis brûler avec une flamme jaune. Introduisons alors le sodium enflammé dans un flacon de dichlore ; la combustion y est vive et il se forme une poudre blanche, le chlorure de sodium NaCl .

Ce chlorure de sodium est très soluble dans l'eau (l'eau salée est une solution aqueuse de chlorure de sodium).

15.4. Les ions

La solution de chlorure de sodium conduit le courant électrique



Lorsqu'on ferme l'interrupteur, **l'ampoule s'allume** preuve que le courant électrique traverse la solution de chlorure de sodium.

Le chlorure de sodium n'est donc pas constitué d'atomes qui, électriquement neutres, ne conduiraient pas le courant électrique, mais de porteurs de charges. Ces porteurs sont des espèces chimiques chargées : **les ions**.

Dans le cas du chlorure de sodium NaCl, ce sont les ions Na^+ (ion sodium) et Cl^- (ion chlorure).

Formation des ions Na^+ et Cl^-

Cas de Na^+

Rappelons que pour l'atome Na, $Z=11$. Il a donc pour formule électronique $K^2L^8M^1$.

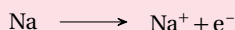
D'après la règle de l'octet, cet atome tend à acquérir une couche externe à 8 électrons, donc à perdre l'unique électron de la couche M , la couche L devenant de ce fait, la couche externe.

Cet atome de sodium ayant perdu 1 électron a pour bilan de charge :

$$\begin{array}{l} 11 (+e) \text{ car 11 protons dans le noyau} \\ 10 (-e) \text{ car 10 électrons} \\ \hline \text{Bilan : } 1 (+e) \end{array}$$

Cette charge positive apparaît dans la notation de l'ion sodium Na^+ .

La transformation d'un atome sodium (Na) en ion sodium (Na^+) s'écrit :



Cas de Cl^-

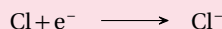
L'atome de Cl ($Z=17$) a pour formule électronique $K^2L^8M^7$. Pour obéir à la règle de l'octet, l'atome de chlore a tendance à capter 1 électron pour saturer sa couche M .

Cet atome de chlore ayant capté 1 électron a pour bilan de charge :

$$\begin{array}{l} 17 (+e) \text{ car 17 protons dans le noyau} \\ 18 (-e) \text{ car 18 électrons} \\ \hline \text{Bilan : } 1 (-e) \end{array}$$

Cette charge négative apparaît dans la notation de l'ion chlorure Cl^- .

L'équation électronique de cette transformation s'écrit :



Remarque.

- Les ions Na^+ et Cl^- sont des espèces chimiques stables car leurs structures électroniques vérifient la règle de l'octet.
- Il est bien évident que les ions Na^+ ou Cl^- ne se distinguent des atomes correspondants Na et Cl que par le nombre d'électrons présents dans leur couche externe. La transformation d'un atome en ion (ionisation de l'atome) ne modifie pas son noyau.
- Un élément représente donc l'ensemble des particules (atomes libres, atomes liés ou ions) dont le noyau contient le même nombre Z de protons.

Par exemple l'élément chlore que nous avons retrouvé à l'état d'atome Cl, à l'état d'ion chlorure Cl^- ou engagé dans des molécules comme Cl_2 ou HCl.

15.4.2 Formation d'ions monoatomiques

Lorsque les atomes se transforment en ions, ils le font souvent, en acquérant la structure électronique du gaz rare le plus proche d'eux dans la classification périodique. Ainsi,

- Les atomes des éléments de la 1^{ère} colonne ont tendance à perdre l'unique électron de la dernière couche pour donner des ions positifs notés X^+ (H^+ , Li^+ , Na^+ , K^+ ; ...)
- Ceux de la colonne 2 ont tendance à perdre les deux électrons de la dernière couche et à donner des ions notés X^{2+} , (Be^{2+} , Mg^{2+} , Ca^{2+} , Sr^{2+} ; ...). Notons cependant que certains ions (Fe^{2+} , Fe^{3+} , Cu^{2+} ; ...) n'ont pas la structure électronique d'un gaz rare.
- Les éléments dont les atomes ont tendance à perdre des électrons et devenir des ions positifs sont dits électropositifs.
- Les atomes des éléments de la colonne 17 ont comme le chlore, tendance à capter 1 électron et donner des ions négatifs notés X^- (F^- , Cl^- , Br^- , I^-).

- Ceux de la colonne 16 ont tendance à capter 2 électrons et donner des ions notés X^{2-} (O^{2-} , S^{2-} , ...). Les éléments dont les atomes ont tendance à gagner des électrons et donner des ions négatifs sont dits *électronégatifs*.

Attention! Il existe des règles précises pour l'écriture des ions :

Bon	Mauvais	Mauvais
Mg^{2+}	Mg^{++}	Mg^{+2}
S^{2-}	S^{--}	S^{-2}

15.4.3 Existence des ions polyatomiques

Il existe des ions formés de plusieurs atomes. Ainsi, un ion polyatomique est un édifice chimique électriquement chargé, formé de plusieurs atomes liés entre eux par des liaisons de covalence.

Exemples.

- H_3O^+ (ion hydronium);
- NH_4^+ (ion ammonium);
- OH^- (ion hydroxyde);
- NO_3^- (ion nitrate);
- MnO_4^- (ion permanganate);
- SO_4^{2-} (ion sulfate);
- CO_3^{2-} (ion carbonate).

15.4.4 Conclusion : définition générale d'un ion

Définition.

Un ion est un atome (ou un groupe d'atomes) qui a perdu (ou gagné) un (ou plusieurs) électrons.

15.5 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

Le numéro atomique de l'aluminium est $Z = 13$.

- 1.1. Écrire la formule électronique de l'atome d'aluminium ainsi que sa représentation de Lewis.
- 1.2. Écrire la formule de l'ion aluminium ainsi que sa formule électronique.
- 1.3. Écrire l'équation électronique de passage de l'atome à l'ion.

Exercice 2.

Utiliser la classification périodique pour trouver la formule des ions suivants : oxygène, fluor, bromure, lithium et calcium.

Exercice 3.

On donne la représentation de Lewis de quelques atomes :



- 3.1. Quels sont, parmi ces éléments, ceux qui sont :
 - électropositifs
 - électronégatifs?
- 3.2. Donner la formule des ions correspondantes.

Exercice 4.

Nommer les corps dont la formule brute est : Br_2 , I_2 , HBr , HI , PCl_3 .

Exercice 5.

L'éthanal a pour formule brute C_2H_4O .

Quels sont les éléments qui constituent l'éthanal?

Donner le nombre d'atomes de chaque espèce dans la molécule.

Exercice 6.

- 6.1. Donner la formule électronique et la représentation de Lewis des atomes de carbone et d'hydrogène.
 - 6.2. Combien de liaisons covalentes chacun de ces atomes est susceptible d'établir avec d'autres atomes? Quelle est la valence du carbone et celle de l'hydrogène?
 - 6.3. Écrire la formule développée du méthane et celle de l'acétylène.
- On donne les formules brutes : CH_4 et C_2H_2 .

Exercice 7.

On rappelle les représentations de Lewis des atomes de sodium et d'oxygène.



7.1. Quels ions peut-on obtenir à partir de ces atomes? Écrire les équations électroniques de passage de l'atome à l'ion.

7.2. L'oxyde de sodium est un solide constitué d'ions oxygène et d'ions sodium. Ces ions sont-ils en même nombre? Sinon, dans quel rapport sont-ils?

Exercice 8.

A une formule brute correspondent parfois plusieurs formules développées. On dit qu'on a faire à des isomères. Ainsi, les composés de formule brute : C_4H_{10} et $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$, possèdent chacun 2 isomères.

Écrire les formules développées possibles pour chacun de ces composés.

Exercice 9.

Quelles formules développées peut-on proposer pour les composés suivants :

**Exercice 10.**

Rechercher dans le tableau périodique

10.1. L'élément dont l'atome a le même nombre d'électrons que l'ion Zn^{2+} .

10.2. L'élément X dont l'ion X^+ a le même nombre d'électrons que l'ion Zn^{2+} .

10.3. L'élément Y dont l'ion Y^{3+} a le même nombre d'électrons que l'ion Zn^{2+} .

10.4. L'élément V dont l'ion V^{3+} a le même nombre d'électrons que l'atome Zn.

15.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 164)

1.1. Formule électronique et représentation de Lewis de l'atome d'aluminium

Le numéro atomique de l'élément aluminium (Al) étant $Z=13$, son noyau possède 13 Protons.

L'atome étant électriquement neutre, son cortège électronique possède 13 électrons. Deux d'entre eux occupent la couche K qui se trouve alors saturée. Puis huit électrons saturer la couche L . Les trois électrons restants se placent sur la couche M . D'où la formule électronique de l'aluminium : $K^2 L^8 M^3$.

Représentation de Lewis

Il y a 3 électrons dans la dernière couche de l'atome Al. Ces 3 électrons se disposent en électrons célibataires. D'où la représentation de Lewis de l'atome d'aluminium : $\cdot \text{Al} \cdot$

1.2. Formule de l'ion aluminium

Pour obéir à la règle de l'octet, il est plus facile à l'atome d'aluminium de perdre les 3 électrons célibataires que de fixer 5 électrons. En perdant 3 électrons (pour saturer sa dernière couche à 8 électrons), l'atome d'aluminium présente un excédent de 3 charges positives. D'où la formule de l'ion aluminium : Al^{3+} .

Formule électronique de l'ion Al^{3+}

L'ion Al^{3+} possède $13 - 3 = 10$ électrons. Il a donc pour formule électronique : $K^2 L^8$.

1.3. Équation électronique de la transformation de l'atome en ion



Pour obéir à la règle de l'octet, il est plus facile à l'atome d'aluminium de perdre les 3 électrons célibataires que de fixer 5 électrons. En perdant 3 électrons (pour saturer sa dernière couche à 8 électrons), l'atome d'aluminium présente un excédent de 3 charges positives. D'où la formule de l'ion aluminium Al^{3+} .

Formule électronique de l'ion Al^{3+}

L'ion Al^{3+} possède $13 - 3 = 10$ électrons. Il a donc pour formule électronique : $K^2 L^8$.

1.4. Équation électronique de la transformation de l'atome en ion

**Solution 2. (p. 164)**

Rappelons que les atomes des éléments situés à gauche de la classification périodique ont tendance à perdre leurs électrons externes et donner des ions positifs.

Ceux des éléments situés à droite ont tendance à capter des électrons et donner des ions négatifs.

Ainsi, l'élément oxygène étant situé dans la colonne 16, l'atome d'oxygène (O) aura tendance à capter 2 électrons pour former l'ion O^{2-} .

Les éléments fluor (F) et Brome (Br) appartenant à la colonne 17, leurs atomes correspondants auront tendance à capter 1 électron chacun pour donner respectivement l'ion fluorure (F^-) et l'ion bromure (Br^-).

Le lithium est situé dans la colonne 1. L'atome de lithium possède 1 électron périphérique qu'il aura tendance à perdre et donner l'ion lithium : (Li^+).

Le calcium est situé dans la colonne 2. L'atome de calcium possède 2 électrons périphériques qu'il aura tendance à perdre et donner l'ion calcium : (Ca^{2+}).

Solution 3. (p. 164)

Un élément électropositif est un élément dont les atomes ont tendance (en vertu de la règle de l'octet) à perdre des électrons. Les électrons qui vont quitter l'atome sont évidemment ceux qui sont les moins liés au noyau, donc les électrons périphériques.

Par ailleurs, en vertu de la règle de l'octet, certains atomes auront tendance à capter des électrons pour saturer leur couche externe. Les éléments auxquels appartiennent ces atomes sont électronégatifs.

Ainsi, Zn qui a 2 électrons périphériques aura tendance à les perdre. Donc Zn est un élément électropositif et l'ion correspondant est Zn^{2+} .

Sr et Ba ont comme Zn 2 électrons périphériques. Ils auront les mêmes caractéristiques que Zn; donc ils sont électropositifs et les ions correspondants sont : Sr^{2+} ; Ba^{2+} .

Pour S, il lui est facile de saturer sa dernière couche en captant 2 électrons qu'en perdant les 6 électrons périphériques. Donc S est électronégatif et l'ion correspondant est S^{2-} .

Br et I ont tendance à capter 1 électron pour saturer leur couche externe. Ils sont électronégatifs, et les ions correspondants sont : Br^- et I^- .

Solution 4. (p. 164)

Soit à nommer les molécules

- Br_2 : cette molécule renferme 2 atomes de brome. D'où son nom : *dibrome*.
- I_2 : cette molécule renferme 2 atomes d'iode. D'où son nom : *diiode*.
- HBr : Cette molécule contient 1 atome d'hydrogène et 1 atome de brome. Son nom est : *bromure d'hydrogène*.
- HI : Cette molécule contient 1 atome d'hydrogène et 1 atome d'iode. Son nom est : *iodure d'hydrogène*.
- PCl_3 : Cette molécule renferme 3 atomes de chlore et 1 atome de phosphore. Son nom est : *trichlorure de phosphore*.

Solution 5. (p. 164)

Éléments qui constituent l'éthanal C_2H_4O .

- 2 atomes de l'élément carbone;
- 4 atomes de l'élément hydrogène;
- 1 atome de l'élément oxygène.

Solution 6. (p. 164)

6.1. Formule électronique et représentation de Lewis des atomes

6.1.1. carbone : $Z = 6 \Rightarrow 6$ électrons dans le cortège électronique de l'atome, d'où la formule électronique : $K^2 L^4$.

Sa représentation de Lewis est : $\cdot\dot{C}\cdot$

6.1.2. hydrogène : $Z=1 \Rightarrow 1$ électron dans le cortège électronique de l'atome, d'où la formule électronique : K^1 .

Sa représentation de Lewis est : $H\cdot$

6.2. Nombre de liaisons covalentes que peut établir chacun de ces atomes

Ce nombre de liaisons covalentes est égal au nombre d'électrons célibataires de sa couche externe.

Ainsi, l'atome de carbone qui a 4 électrons célibataires sur sa couche externe peut établir 4 liaisons covalentes et l'atome d'hydrogène (1 électron célibataire sur la couche externe) peut établir une seule liaison covalente.

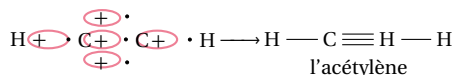
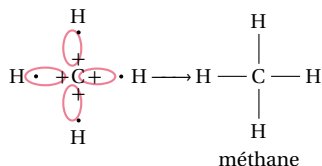
Valence du carbone et de l'hydrogène

La valence d'un atome est le nombre de liaisons covalentes que cet atome peut établir.

Donc la valence du carbone est 4; on dit aussi que le carbone est *tétravalent*.

La valence de l'hydrogène est 1. l'hydrogène est *monovalent*.

6.3. Formule développée du méthane et de l'acétylène de formules CH_4 et C_2H_2 .



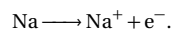
Solution 7. (p. 165)

7.1. Ions qu'on obtient à partir :

7.1.1. de l'atome de sodium (Na).

Cet atome possède 1 électron périphérique qu'il a tendance à perdre. Il possède alors un excédent d'une charge positive et devient l'ion Na^+ .

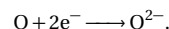
Équation électronique de cette transformation



7.1.2. de l'atome d'oxygène (O).

Pour saturer sa dernière couche à 8 électrons, cet atome a tendance à capter 2 électrons et donner l'ion O^{2-} .

Équation électronique de cette transformation



7.2. L'oxyde de sodium, comme toute matière, est électriquement neutre. Or l'ion sodium porte 1 charge positive et l'ion oxygène 2 charges négatives. Pour être électriquement neutre, l'oxyde de sodium ne peut pas contenir

Structure des corps purs et état physique

16.1	Introduction	170
16.2	Les corps purs à l'état solide	170
16.2.1	Les solides ioniques	170
16.2.2	Les solides atomiques	171
16.2.3	Les solides moléculaires	172
16.3	Les corps purs à l'état liquide	172
16.3.1	Les liquides à structure moléculaire	172
16.3.2	Les liquides à structure ionique	173
16.3.3	Les liquides à structure atomique	173
16.4	Les corps purs à l'état gazeux	174
16.5	Enoncés des exercices et problèmes	174
16.6	Solutions des exercices et problèmes	175

16.1 Introduction

Rappelons les trois états physiques de la matière : l'état solide, l'état liquide et l'état gazeux. Nous connaissons aussi les trois particules à partir desquelles la matière est formée : atome, ion et molécule.

Ce chapitre nous permettra de savoir si on rencontre les trois particules dans les trois états physiques et comment sont-elles alors disposées ?

16.2 Les corps purs à l'état solide

L'état solide, caractérisé par une forme et un volume propres, est un état *ordonné*.

Un solide est un assemblage *régulier* et compact d'*atomes*, d'*ions* ou de *molécules*. Cet assemblage est appelé cristal ; on dit que les solides ont une *structure cristalline*.

Le cristal est la répétition d'un motif élémentaire appelé *maille cristalline*.

La forme de la maille, ainsi que la position des particules constituant le cristal varient d'un corps pur à l'autre.

16.2.1 Les solides ioniques

Les particules constituant le cristal sont des ions positifs et des ions négatifs.

Exemple d'un solide ionique : Le chlorure de sodium

Le chlorure de sodium, (ou « le sel de cuisine ») est l'un des corps les plus répandus. Nous avons vu au chapitre 15 qu'il est constitué d'ions chlorure Cl^- et d'ions sodium Na^+ .

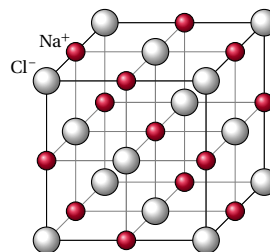
La maille de chlorure de sodium est cubique à faces centrées : les centres des ions chlorure sont situés aux sommets du cube et au centre de chaque face. (voir figure ci-dessous).

Remarque.

Remarquons sur la figure 16.2. Que seuls les ions porteurs de charges opposées sont en contact. Les forces électrostatiques s'exerçant entre les différents ions assurent la cohésion du cristal.

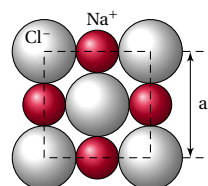
L'arête de la maille mesure $a=560$ pm.

Figure 16.1



Maille cristalline du chlorure de sodium

Figure 16.2



Face du modèle compact de la maille

Si r_- est le rayon de l'ion Cl^- et r_+ le rayon de l'ion Na^+ .

$$a = r_- + 2r_+ + r_- = 2(r_+ + r_-).$$

Remarque.

Ne confondons pas maille du cristal et un grain de sel. Un gros grain de sel renferme environ 10^{20} mailles!!!

La formule d'un solide ionique

Très nombreux, les solides ioniques sont formés d'ions positifs et d'ions négatifs. La matière étant électriquement neutre, le cristal contient autant de charges positives que de charges négatives.

Exemples.

- **Cas du chlorure de sodium :** L'ion chlorure (Cl^-) ayant une charge ($-e$) et l'ion sodium (Na^+) une charge ($+e$), le nombre d'ions chlorure est égal au nombre d'ions sodium.
- **Cas du nitrate de magnésium :** Ce solide ionique est formé d'ions magnésium (Mg^{2+}) et d'ions nitrate (NO_3^-) ; la neutralité électrique impose d'associer 1 ion Mg^{2+} et 2 ions NO_3^- .

C'est ainsi qu'on attribue aux composés ioniques une *formule statistique*, qui représente un *ensemble électriquement neutre* et indique la *proportion de chacun des ions*.

16.2. Les corps purs à l'état solide

Dans la formule statistique, la charge de l'ion n'apparaît pas. Notons aussi que l'ion positif s'écrit toujours avant l'ion négatif.

Ainsi, la formule du chlorure de sodium est NaCl et celle du nitrate de magnésium est $\text{Mg}(\text{NO}_3)_2$.

Exercice

L'ion phosphate a pour formule PO_4^{3-} . L'ion magnésium a pour formule Mg^{2+} . Écrire la formule statistique du phosphate de magnésium.

Solution

Cette formule s'écrira : $\text{Mg}_x(\text{PO}_4)_y$ où x et y sont des entiers naturels à déterminer.

La neutralité électrique impose que :

$$\begin{aligned} 2x &= 3y \\ \Rightarrow x &= \frac{3}{2}y \end{aligned}$$

La plus petite valeur de y pour laquelle x est entier naturel est $y = 2$. On en déduit alors $x = 3$. La formule cherchée est donc : $\text{Mg}_3(\text{PO}_4)_2$.

16.2.2 Les solides atomiques

Un solide atomique est un assemblage d'atomes.

Exemples de solides atomiques

Variété allotropiques du carbone

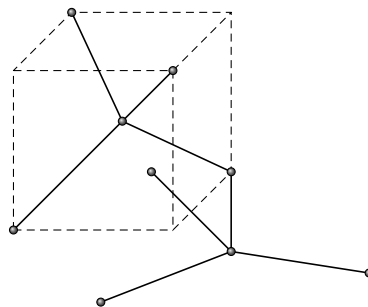
On rencontre le carbone pur sous deux formes cristallisées ; le *diamant* et le *graphite*. Ces deux variétés ont des propriétés chimiques identiques (car il s'agit dans les deux cas de carbone pur) mais des propriétés physiques différentes, dues à la différence de structure. On dit que le diamant et le graphite sont deux variétés *allotropiques du carbone*.

Le diamant

Chaque atome de carbone se trouve au centre d'un tétraèdre et il est lié par liaison covalente à 4 autres atomes occupant les sommets du tétraèdre (voir figure 16.3). On dit que les atomes de carbone du diamant sont tétragonaux.

La longueur des liaisons C—C vaut 154 pm.

Figure 16.3



Cette structure du diamant lui donne des propriétés particulières :

- **sa dureté** : le diamant est le corps le plus dur ; il raye tous les autres corps ; c'est pourquoi on l'utilise pour couper le verre et dans la fabrication des instruments de forage et de polissage ;
- **ses propriétés optiques** : lorsque le diamant est convenablement taillé, il renvoie la lumière dans toutes les directions (il est alors particulièrement brillant) ; cette propriété alliée à sa dureté en fait une pierre précieuse en joaillerie ;
- **ses propriétés isolantes** : le diamant ne conduit pas le courant électrique ; cette propriété résulte de ce que tous les électrons de la couche externe des atomes sont engagés dans les liaisons ; il n'y a donc pas d'électrons libres.

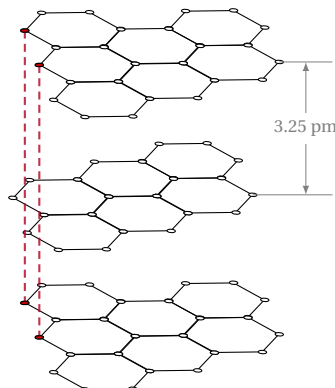
Le graphite

Le graphite est un solide noir, utilisé comme électrode dans les piles et pour fabriquer les mines de crayon.

Le graphite a une structure feuilletée : les atomes de carbone sont situés au sommet d'hexagones réguliers disposés en couches planes ou feuillets.

Chaque atome de carbone est lié à 3 autres atomes. On dit que les atomes de carbone du graphite sont *trigonaux*. La longueur de la liaison C — C est 142 pm, et la distance entre deux feuillets est de 335 pm.

Figure 16.4



La structure du graphite lui confère des propriétés particulières :

- **Sa friabilité** : elle est due à sa structure en feuillets qui peuvent glisser les uns par rapport aux autres ;
- **Ses propriétés lubrifiantes** : elle sont dues aussi à sa structure en feuillets ;
- **Ses propriétés conductrices** : elles sont liées à la présence d'électrons non engagés dans les liaisons et donc libres de se déplacer.

Les métaux

A l'exception du mercure, tous les métaux sont solides à la température ordinaire.

Étudions la structure cristalline des métaux à partir de l'exemple du cuivre.

L'atome de cuivre ($Z = 29$) a pour formule électronique $K^2 L^8 M^{18} N^1$.

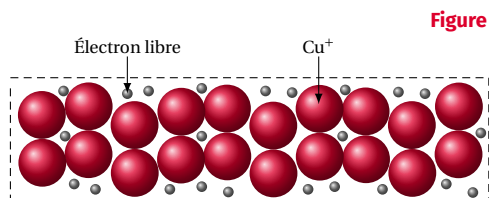


Figure 16.5

Il a donc 1 électron de valence, peu lié au noyau. Le métal cuivre peut être considéré comme constitué d'ions Cu^+ , baignés par une « mer » d'électrons libres. Les ions Cu^+ assimilés à des sphères, s'entassent de manière à occuper le moins de volume.

Les liaisons électriques (électrons libres — ions positifs Cu^+) assurent une grande cohésion au cristal métallique.

Les autres métaux ont, comme le cuivre, une structure cristalline, variable selon le métal. Ils ont tous des électrons libres, responsables des propriétés conductrices des métaux.

Notation

Les solides atomiques sont représentés par le symbole de l'élément qui les constitue : C, Cu, Fe, Al,...

16.2.3 Les solides moléculaires

Un solide moléculaire est un assemblage de molécules.

Exemples de solides moléculaires

Exemples.

1. **La glace** : Elle est formée par un assemblage de molécules H_2O régulièrement réparties dans l'espace. Mais cet assemblage n'est pas très compact. Il existe des espaces vides entre les molécules, ce qui explique que le volume de la glace est supérieur à celui de l'eau liquide qu'elle donne par fusion.
2. **L'iode**
3. **La neige carbonique** : ou dioxyde de carbone solide, utilisé comme réfrigérant

Notation

Un solide moléculaire est représenté par la formule des molécules qui le constituent : H_2O , I_2 , CO_2 .

16.3 Les corps purs à l'état liquide

Les liquides n'ont pas de forme propre et sont incompressibles.

Ces propriétés s'expliquent par le fait que les liquides ont une structure *compacte*, mais *désordonnée*.

Les particules (molécules, ions ou atomes) constituant les liquides sont en mouvement.

16.3.1 Les liquides à structure moléculaire

De nombreux liquides ont une structure moléculaire. Ils ne conduisent pas le courant électrique.

Exemples et notation

On représente un liquide à structure moléculaire par la formule des molécules qui le constituent :

- Eau : H_2O ;
- Ethanol : $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$;

16.3. Les corps purs à l'état liquide

- Acétone : C_3H_6O ;
- Benzène : C_6H_6 ;
- Dibrome : Br_2 .

16.3.2 Les liquides à structure ionique

Ils sont obtenus par fusion des solides ioniques.

Dans ces liquides, les ions positifs et les ions négatifs se déplacent indépendamment les uns des autres. Cette mobilité des ions explique pourquoi les liquides à structure ionique *conduisent le courant électrique* (contrairement aux solides ioniques qui sont des isolants).

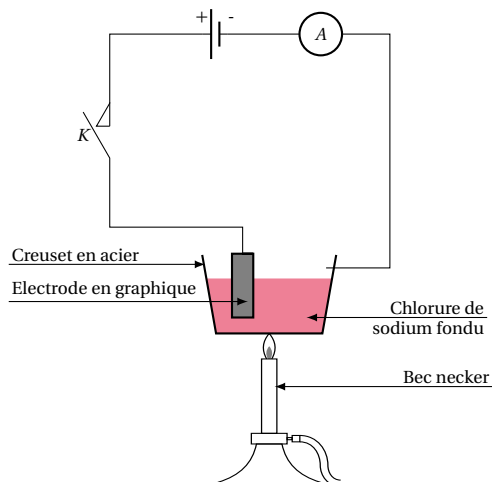
Ils peuvent donc être électrolysés : ce sont des *électrolytes*. On utilise cette propriété pour confirmer la structure ionique d'un liquide et donc du solide d'où il provient.

Exemple de l'électrolyse du chlorure de sodium fondu

Expérience

Dans un creuset en acier inoxydable, chauffons à l'aide d'un Bec Mecker des cristaux de chlorure de sodium. Lorsque la température atteint $800\text{ }^{\circ}\text{C}$, le chlorure de sodium fond. Relions le creuset à la borne (–) d'un générateur de courant continu (12 V). Le creuset constitue ainsi une électrode, la cathode. (électrode reliée à la borne (–) du générateur). Plongeons dans le chlorure de sodium fondu une électrode en graphite, reliée à la borne (+) du générateur. Cette électrode est l'anode.

Figure 16.6



Observations

Quand on ferme l'interrupteur K ,

- l'ampèremètre A dévie, preuve que le courant électrique passe dans le circuit, donc que le chlorure de sodium fondu conduit le courant électrique ;
- Sur les parois du creuset, il se forme de fines gouttelettes de *sodium* liquide qui s'enflamment à l'air (le sodium est un métal mou qui fond à $98\text{ }^{\circ}\text{C}$).

À l'électrode de graphite, il se forme un gaz toxique, d'odeur irritante, qui décolore l'indigo : c'est le *dichlore*.

Interprétation

Le chlorure de sodium fondu contient des ions (+) et des ions (–) qui se déplacent indépendamment les uns des autres. À la fermeture du circuit,

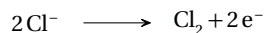
- Les ions positifs (Na^+) se déplacent vers l'électrode reliée à la borne (–) du générateur (cathode). Les ions positifs sont appelés de ce fait cations. À la cathode, les ions Na^+ se transforment en sodium métallique selon le schéma.



Les électrons proviennent de la borne (–) du générateur.

En captant 1 électron pour se transformer en 1 atome Na , on dit que l'ion Na^+ a été *réduit* ou encore qu'il s'est produit une *réduction* de l'ion Na^+ . D'une manière générale, une *réduction* est un *gain d'électrons*.

- Les ions négatifs (Cl^-) migrent vers l'électrode reliée à la borne (+) du générateur (anode). Les ions négatifs sont appelés pour cette raison anions. À l'anode, les ions Cl^- se transforment en dichlore Cl_2 suivant le schéma :



En perdant 1 électron pour se transformer en atome de chlore Cl , on dit que l'ion chlorure Cl^- a été oxydé ou encore qu'il s'est produit une oxydation de l'ion Cl^- .

D'une manière générale, une *oxydation* est une *perte d'électrons*.

Notation

Pour indiquer que les différents ions sont indépendants les uns des autres, on représente les liquides ioniques en indiquant les ions qui les constituent, séparés par le signe + et en respectant la neutralité électrique.

$Na^+ + Cl^-$ pour le chlorure de sodium fondu.

$Mg^{2+} + 2NO_3^-$ pour le nitrate de magnésium fondu.

16.3.3 Les liquides à structure atomique

On ne connaît pour l'heure que le mercure, unique métal liquide à température ordinaire.

16.4 Les corps purs à l'état gazeux

Les gaz n'ont pas de forme propre. Comme les liquides, les gaz sont des fluides. Mais les gaz sont *compressibles* et *expansibles*.

Ces propriétés s'expliquent par la structure des gaz : tous les gaz sont formés de molécules très *espacées* par rapport à leurs dimensions, en *agitation constante* et *désordonnée*.

L'état gazeux est donc un état désordonné.

Le comportement particulier des gaz, étudié par l'italien Avogadro¹ en 1811 et par le français Ampère² en 1815 a conduit à l'hypothèse appelée loi d'Avogadro–Ampère :

Des volumes égaux de gaz différents, pris dans les mêmes conditions de température et de pression, renferment le même nombre de molécules. (phénomène irréalisable avec les solides!).

16.5 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

La figure 16.2 du cours représente une face du modèle compact de la maille cristalline du chlorure de sodium. L'arête de la maille mesure 560 pm. Les rayons des ions sodium et chlorure valent respectivement 100 pm et 180 pm.

Montrer que les ions sodium et chlorure sont en contact tandis qu'il n'y a pas contact entre les ions chlorure le long d'une diagonale.

Exercice 2.

Le chlorure de potassium, le sulfate de potassium, utilisés comme engrais, ainsi que le permanganate et dichromate de potassium, sont des solides ioniques.

Écrire les formules statistiques de ces 4 composés.

On donne les formules des anions :

- ion chlorure : Cl^- .
- ion sulfate : SO_4^{2-} .
- ion permanganate : MnO_4^- .
- ion dichromate : $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$.

On trouvera la formule de l'ion potassium à partir de la classification périodique.

Exercice 3.

Les oxydes métalliques sont des solides ioniques, composés d'ions métalliques et d'ions O^{2-} .

En utilisant la classification périodique, écrire les formules statistiques des oxydes suivants : oxyde de sodium, oxyde de potassium, oxyde de calcium (chaux vive).

Exercice 4.

Les hydroxydes métalliques sont des solides ioniques, composés d'ions métalliques et d'ions hydroxyde OH^- . Écrire les formules statistiques des hydroxydes suivants : Hydroxyde de zinc, hydroxyde d'aluminium, hydroxyde de cuivre II, hydroxyde de fer III.

On donne les formules des ions métalliques Zn^{2+} , Al^{3+} , Cu^{2+} , Fe^{3+} .

Exercice 5.

Écrire les formules statistiques des solides ioniques suivants : nitrate d'ammonium, phosphate de baryum, sulfate de magnésium, carbonate de calcium.

On donne les formules de certains ions ;

- ion nitrate : NO_3^- ;
- ion phosphate : PO_4^{3-} ;
- ion sulfate : SO_4^{2-} ;
- ion carbonate : CO_3^{2-} ;

1. Amedeo Avogadro (1776–1856), physicien et chimiste italien.

2. André Marie Ampère (1775–1836), physicien et chimiste français.

16.6. Solutions des exercices et problèmes

■ ion ammonium : NH_4^+ ;

On utilisera la classification périodique pour trouver les formules des autres ions.

Exercice 6.

On considère des solides ioniques, de formules statistiques : KCl , CaCl_2 , K_2SO_4 , CaSO_4 .

Donner le nom de chacun de ces composés ainsi que les formules des ions qui le constituent.

Exercice 7.

Le sulfure de plomb (galène) et le sulfure de zinc sont des solides ioniques de formule PbS et ZnS .

7.1. Quelle est la formule de l'ion sulfure, sachant que le chlorure de plomb a pour formule PbCl_2 ?

7.2. En déduire la formule de l'ion Zinc.

16.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 174)

Nous constatons sur cette figure que :

■ Sur le côté de la maille carrée, sont disposés 2 ions chlorure Cl^- et 1 ion sodium Na^+ .

■ Sur la diagonale de la maille carrée, se trouvent 3 ions chlorure Cl^- .

Soit $a = 560 \text{ pm}$ le côté de la maille $r_+ = 100 \text{ pm}$ le rayon de l'ion Na^+ .

$r_- = 180 \text{ pm}$ le rayon de l'ion Cl^- .

1.1. Montrons que les ions sodium et chlorure se touchent.

Pour que ces ions se touchent, il faut que :

$$a = r_- + 2r_+ + r_- = 2(r_+ + r_-).$$

A partir des valeurs numériques, on a : $a = 560 \text{ pm}$.

$$2(r_+ + r_-) = 2(100 + 180) = 560 \text{ pm}.$$

Donc $a = 2(r_+ + r_-)$ et nous concluons que ces ions se touchent.

1.2. Montrons que les ions Cl^- ne sont pas en contact le long d'une diagonale.

Pour qu'il en soit ainsi, il faut que

$$d > (r_- + 2r_+ + r_-) = 4r_-$$

où d est la longueur de la diagonale.

D'après les valeurs numériques, on a :

$$4r_- = 4 \cdot 180 = 720 \text{ pm};$$

$$d = a\sqrt{2} = 560 \cdot \sqrt{2} = 791,9 \text{ pm}.$$

donc $d > 4r_-$.

Nous concluons que les ions Cl^- ne sont pas en contact le long d'une diagonale.

Solution 2. (p. 174)

Formule de l'ion potassium

Le potassium K appartient à la famille des alcalins. Il a donc tendance à perdre son unique électron périphérique pour avoir la structure électronique du gaz rare le plus proche. Il se transforme donc en ion K^+ .

Formules statistiques

■ du chlorure de potassium, constitué d'ions chlorure Cl^- et d'ions potassium K^+ :

La neutralité électrique impose d'associer 1 ion Cl^- et 1 ion K^+ d'où la formule statistique KCl

■ du sulfate de potassium, constitué d'ions sulfate SO_4^{2-} et d'ions potassium K^+ .

On doit associer 2 ions K^+ et un ion SO_4^{2-} pour obtenir un ensemble électriquement neutre; d'où la formule statistique K_2SO_4 .

■ du permanganate de potassium, constitué d'ions permanganate MnO_4^- et d'ions potassium K^+ .

En utilisant la même démarche ci-dessus nous avons

la formule statistique KMnO_4 .

- du dichromate de potassium constitué d'ions potassium K^+ et d'ions dichromate $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$.
- La démarche ci-dessus nous conduit à la formule statistique $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$.

Solution 3. (p. 174)

Le sodium (Na) et le potassium (K) appartiennent au groupe des alcalins (colonne 1) et donnent des ions positifs Na^+ et K^+ .

Le calcium appartient à la colonne 2 et donne l'ion Ca^{2+} . Pour obtenir un ensemble électriquement neutre, il faut associer 1 ion O^{2-} et 2 ions Na^+ ou K^+ . D'où les formules statistiques :

K_2O pour l'oxyde de potassium

Na_2O pour l'oxyde de sodium.

Pour l'oxyde de calcium, il faut associer 1 ion O^{2-} et 1 ion Ca^{2+} . D'où la formule statistique CaO .

Solution 4. (p. 174)

Soit un ion métallique X^{n+} . L'hydroxyde du métal X est constitué de 1 ion X^{n+} et de n ions hydroxyde OH^- (pour obtenir un ensemble électriquement neutre).

Ainsi, les formules statistiques des différents hydroxydes métalliques sont :

- hydroxyde de zinc :



- hydroxyde d'aluminium :



- hydroxyde de cuivre II :



- hydroxyde de fer III :



Solution 5. (p. 174)

- Le nitrate d'ammonium est constitué d'ion nitrate NO_3^- et d'ion ammonium NH_4^+ dans les proportions (1 ion NO_3^- et 1 ion NH_4^+) pour satisfaire la neutralité électrique.

D'où la formule statistique : NH_4NO_3 .

- Le phosphate de baryum est constitué d'ion PO_4^{3-} et d'ion baryum Ba^{2+} : dans les proportions (2 ions PO_4^{3-} et 3 ions Ba^{2+}) pour satisfaire la neutralité électrique. D'où la formule statistique : $\text{Ba}_3(\text{PO}_4)_2$.

- Le sulfate de magnésium est constitué d'ion sulfate SO_4^{2-} et d'ion magnésium Mg^{2+} dans les proportions (1 ion SO_4^{2-} et 1 ion Mg^{2+}) pour satisfaire la neutralité électrique $\Rightarrow \text{MgSO}_4$.

- Le carbonate de calcium est constitué d'ion carbonate CO_3^{2-} et ion calcium Ca^{2+} dans les proportions (1 ion CO_3^{2-} et 1 ion Ca^{2+}) d'où la formule statistique : CaCO_3 .

Solution 6. (p. 175)

Nom des composés et formules des ions qui les constituent :

- KCl : chlorure de potassium, constitué des ions chlorure Cl^- et potassium K^+ .
- CaCl_2 : chlorure de calcium, constitué des ions chlorure Cl^- et calcium Ca^{2+} .
- K_2SO_4 : sulfate de potassium, constitué des ions sulfate SO_4^{2-} et potassium K^+ .
- CaSO_4 : sulfate de calcium, constitué des ions sulfate SO_4^{2-} et calcium Ca^{2+} .

Solution 7. (p. 175)

Soient PbS la formule du sulfure de plomb et ZnS la formule du sulfure de zinc.

7.1. Formule de l'ion sulfure, sachant que le chlorure de plomb a pour formule PbCl_2 .

Le chlore appartient à la colonne 17 et a tendance à capter 1 électron pour donner l'ion chlorure Cl^- .

Si la formule statistique du chlorure de plomb est PbCl_2 , cela signifie que pour avoir un ensemble électriquement neutre, on a associé 2 ions chlorure (Cl^-) et 1 ion plomb. Cet ion plomb a donc pour formule Pb^{2+} .

Si la formule du sulfure de plomb est PbS , cela signifie que ce solide est constitué (du point de vue statistique) de 1 ion Pb^{2+} et un ion sulfure. L'ensemble étant électriquement neutre, nous déduisons que la formule de l'ion sulfure est S^{2-} .

7.2. Formule de l'ion zinc.

Le sulfure de zinc a pour formule ZnS . Il est donc constitué de 1 ion zinc et de 1 ion sulfure (S^{2-}). L'ensemble étant électriquement neutre, nous déduisons que l'ion zinc a pour formule Zn^{2+} .

La mole

17.1	Introduction	178
17.2	Définition légale de la mole; Nombre d'Avogadro	178
17.2.1	Définition de la mole	178
17.2.2	Nombre d'Avogadro	178
17.3	Représentation d'une mole de particules	178
17.3.1	Représentation de la mole d'atomes	178
17.3.2	Représentation de la mole de molécules	178
17.3.3	Représentation de la mole d'ions	178
17.4	Les masses molaires	178
17.4.1	Définition générale	178
17.4.2	Masse molaire atomique	178
17.4.3	Masse molaire moléculaire	179
17.4.4	Masse molaire ionique	179
17.5	Masse et quantité de matière	179
17.6	Cas des corps purs gazeux; volume molaire	179
17.7	Enoncés des exercices et problèmes	181
17.8	Solutions des exercices et problèmes	182

17.1 Introduction

Toutes les particules (atome, molécule, ion) que nous avons étudiées jusqu'à présent sont extrêmement petites par rapport à notre échelle.

Par exemple, 1 g de carbone contient 5×10^{22} atomes de carbone.

Cette échelle atomique n'est donc pas adaptée aux travaux de chimiste. C'est pourquoi les chimistes ont éprouvé le besoin de définir un groupe de particules, tel que sa masse soit à notre échelle. Ce groupe, conventionnellement choisi est la *mole*. (symbole : mol).

17.2 Définition légale de la mole; Nombre d'Avogadro

17.2.1 Définition de la mole

La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kg de carbone 12.

L'expression « entité élémentaire » désigne en fait les atomes, les ions, les molécules, les électrons, les protons... ; il faut spécifier l'entité élémentaire concernée. Ainsi, on parlera de mole d'atomes, mole d'ions, mole de molécules,...

17.2.2 Nombre d'Avogadro

Des mesures récentes indiquent qu'il y a $6,02 \times 10^{23}$ (602 000 milliards de milliards!) atomes de carbone dans 0,012 kg de carbone 12.

Ce nombre ($6,02 \times 10^{23}$), appelé *nombre d'Avogadro* et noté N_A , représente le nombre de particules contenues dans une mole. On l'exprime en mol^{-1} .

17.3 Représentation d'une mole de particules

17.3.1 Représentation de la mole d'atomes

La mole d'atomes est représentée par le symbole de l'élément.

Par exemple :

- C représente la mole d'atomes de carbone ;
- Cu représente la mole d'atomes de cuivre.

17.3.2 Représentation de la mole de molécules

Une mole de molécules est représentée par la même formule que la molécule.

Par exemple :

- H_2O représente une mole de molécules d'eau ;
- NH_3 représente une mole de molécules d'ammoniac.

17.3.3 Représentation de la mole d'ions

Une mole d'ions est représentée par la même formule que l'ion correspondant.

Par exemple :

- Cl^- représente une mole d'ions chlorure (Cl^-) ;
- SO_4^{2-} représente une mole d'ions sulfate (SO_4^{2-}).

17.4 Les masses molaires

17.4.1 Définition générale

La masse molaire d'une espèce est la masse d'une mole d'entités de cette espèce. On symbolise la masse molaire par M . Par convention, en chimie on donne les masses en grammes. La masse molaire M s'exprime donc en g mol^{-1} .

17.4.2 Masse molaire atomique

C'est la masse d'une mole d'atomes de l'espèce considérée.

La masse molaire atomique d'un élément figure en bas et au milieu de la case occupée par l'élément dans la *classification périodique* dans ce manuel. Dans certaines classifications périodiques cette masse figure en haut et à droite de la case occupée par l'élément. Elle tient compte des proportions des différents isotopes de cet élément rencontrés dans la nature.

Exercice

Le chlore naturel est constitué de deux isotopes :

■ $^{35}_{17}\text{Cl}$: 75,77 % ; $M_1 = 34,969 \text{ g mol}^{-1}$.

■ $^{37}_{17}\text{Cl}$: 24,23 % ; $M_2 = 36,966 \text{ g mol}^{-1}$.

Calculer la masse molaire atomique de l'élément.

Solution

$$\begin{aligned} M &= \frac{75,77}{100} M_1 + \frac{24,23}{100} M_2; \\ &= \frac{75,77}{100} \cdot 34,969 + \frac{24,23}{100} \cdot 36,966 \\ &= 35,453 \text{ g mol}^{-1}. \end{aligned}$$

Exemple de masse molaire atomique

$$M_{\text{C}} = 12 \text{ g mol}^{-1}; \quad M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g mol}^{-1};$$

$$M_{\text{O}} = 16 \text{ g mol}^{-1}; \quad M_{\text{H}} = 1 \text{ g mol}^{-1}.$$

17.4.3 Masse molaire moléculaire

La masse molaire moléculaire d'un corps est la masse d'une mole de molécules de ce corps.

La masse molaire moléculaire s'obtient en faisant la somme des masses molaires atomiques des atomes qui constituent la molécule (en tenant compte des coefficients de la formule moléculaire). On écrit par exemple :

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 2M_{\text{H}} + M_{\text{O}} = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{ g mol}^{-1};$$

$$M_{\text{NH}_3} = M_{\text{N}} + 3M_{\text{H}} = 14 + 3 \cdot 1 = 17 \text{ g mol}^{-1}.$$

17.4.4 Masse molaire ionique

La masse molaire ionique est la masse d'une mole d'ions de l'espèce considérée. En négligeant la masse des électrons par rapport à la masse du noyau d'un atome, la masse molaire d'un ion monoatomique est pratiquement égale à celle de l'atome considéré. Ainsi,

$$M_{\text{Na}^+} \approx M_{\text{Na}} = 23 \text{ g mol}^{-1}$$

$$\text{et } M_{\text{Cl}^-} \approx M_{\text{Cl}} = 35,5 \text{ g mol}^{-1}.$$

17.5 Masse et quantité de matière

En chimie, il faut fréquemment résoudre le problème : quelle est la quantité de matière n (en mol) contenue dans un échantillon de masse m (en g) d'une espèce chimique X dont la masse molaire est M (en g mol^{-1}).

L'espèce X peut être quelconque : atome, molécule ou ion. Une mole de matière a une masse égale à M (masse molaire). Donc n moles ont pour masse :

$$m = n \cdot M$$

m en grammes, (g) ; n en mole (mol) ; M en gramme par mole (g mol^{-1}).

On en déduit :

$$n = \frac{m}{M}$$

Exemple: de calcul

1. Calculons la quantité de matière contenue dans 28 g de fer. On donne $M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g mol}^{-1}$.
Par définition,

$$n_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}} = \frac{28}{55,8} = 0,5 \text{ mol}$$

2. Calculons la masse d'un échantillon de soufre contenant 0,5 mol de soufre. On donne

$$M_{\text{S}} = 32 \text{ g mol}^{-1};$$

$$m_{\text{S}} = n_{\text{S}} M_{\text{S}} = 0,5 \cdot 32 = 16 \text{ g}.$$

17.6 Cas des corps purs gazeux ; volume molaire

D'après la loi d'Avogadro–Ampère, des volumes égaux de gaz différents, pris dans les mêmes conditions de température et de pression, renferment la même quantité de matière (même nombre de moles de molécules).

Conséquence

Dans les mêmes conditions de température et de pression, une mole de tout gaz occupe le même volume : c'est le *volume molaire*.

Définition: du volume molaire

Le volume molaire d'un gaz est le volume occupé par 1 mole de ce gaz.

D'après la loi d'Avogadro–Ampère, le volume molaire ne dépend pas de la nature du gaz considéré : Dans les mêmes conditions de température et de pression, tous les gaz ont le même volume molaire.

Les physiciens définissent les *conditions normales de température et de pression* (C.N.T.P.) : température $t = 0^\circ\text{C}$; Pression normale : $p = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Le volume molaire dans les conditions normales est dit volume molaire normal ; il vaut $V_m = 22,4 \text{ Lmol}^{-1}$.

Remarque.

Bien que l'unité S.I. du volume est le m^3 , les chimistes préfèrent utiliser le litre (L) équivalent du (dm^3) et ses sous-multiples.

Relation entre volume et la quantité de matière.

- Pour une température et une pression données, 1 mole de gaz occupe un volume V_m (volume molaire).
- Dans les mêmes conditions, n moles de gaz occupent le volume V tel que :

$$V = n \cdot V_m$$

V en litre, n en moles (mol), V_m en litre par mol (Lmol^{-1}).

On en déduit :

$$n = \frac{V}{V_m}$$

Exercice

Calculer la quantité de matière contenue dans un flacon de 1 litre, rempli de dichlore ; ce flacon a été rempli dans les conditions où le volume molaire vaut 24 Lmol^{-1} . En déduire la masse de dichlore dans le flacon. On donne la masse molaire atomique du chlore $M_{Cl} = 35,5 \text{ gmol}^{-1}$.

Solution

Quantité de matière contenue dans le flacon

$$n_{\text{Cl}_2} = \frac{V_{\text{Cl}_2}}{V_m}$$

En vérifiant que les volumes V_{Cl_2} et V_m ont été mesurés dans les mêmes conditions de température et de pression et sont exprimés dans la même unité,

$$n_{\text{Cl}_2} = \frac{1}{24} = 0,0417 = 4,17 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

Masse du dichlore

$$m_{\text{Cl}_2} = n_{\text{Cl}_2} M_{\text{Cl}_2} \text{ avec}$$

$$M_{\text{Cl}_2} = 2M_{Cl} = 2 \cdot 35,5 = 71 \text{ gmol}^{-1};$$

D'où

$$m_{\text{Cl}_2} = 4,17 \times 10^{-2} \cdot 71 = 2,96 \text{ g.}$$

17.7 Enoncés des exercices et problèmes

Les masses molaires atomiques nécessaires à la résolution des exercices seront recherchées dans la classification périodique.

Exercice 1.

On considère un échantillon de soufre, de masse 1,6 g.

1.1. Quelle quantité de matière renferme cet échantillon ?

1.2. Quel nombre d'atomes contient-il ?

Exercice 2.

Déterminer les masses molaires des composés suivants :

■ saccharose : $C_{12}H_{22}O_{11}$;

■ glucose : $C_6H_{12}O_6$;

■ butane : C_4H_{10} ;

■ acétone : C_3H_6O .

En déduire la masse d'une molécule de chacun de ces composés.

Exercice 3.

Écrire les formules puis calculer les masses molaires des composés suivants : eau, dioxygène, dihydrogène, diazote, dioxyde de carbone, dioxyde de soufre, trioxyde de soufre.

Exercice 4.

Déterminer les masses molaires des composés suivants :

■ sulfate d'aluminium : $Al_2(SO_4)_3$;

■ chlorure de zinc : $ZnCl_2$;

■ permanganate de potassium : $KMnO_4$;

■ dichromate de potassium : $K_2Cr_2O_7$.

Exercice 5.

Déterminer la quantité de matière contenue dans 11,7 g de chlorure de sodium.

On dispose d'une égale quantité de matière de sulfate de sodium Na_2SO_4 . Quelle est sa masse ?

Exercice 6.

L'aspirine ou acide acétylsalicylique a pour formule : $C_9H_8O_4$.

Calculer la quantité de matière contenue dans un comprimé d'aspirine 500 (un comprimé contient 500 mg d'acide acétylsalicylique).

Exercice 7.

La glycérine ou glycérol est un liquide de masse volumique 1260 kg m^{-3} . Sa formule est : $C_3H_8O_3$.

Quelle quantité de matière renferme un flacon de 100 mL de glycérine ?

Exercice 8.

On dispose d'un fil de cuivre, de diamètre 2 mm et de longueur 1 m.

8.1. Calculer sa masse.

8.2. Calculer la masse d'un atome de cuivre.

8.3. Combien d'atomes de cuivre se trouvent dans le fil ? Masse volumique du cuivre : 9000 kg m^{-3} .

Exercice 9.

L'urée a pour formule : $CO(NH_2)_2$.

9.1. Calculer sa masse molaire.

9.2. Déterminer sa composition massique, c'est-à-dire le pourcentage en masse de chaque élément.

Exercice 10.

Comparer les pourcentages en masse du calcium contenu dans le carbonate de calcium (calcaire), $CaCO_3$, et l'oxyde de calcium (chaux vive), CaO .

Exercice 11.

Un corps, de masse molaire de 585 g mol^{-1} , contient, en masse, 82,8 % de carbone. Sachant que ce corps est composé uniquement de carbone et d'hydrogène, déterminer sa formule.

La formule peut s'écrire C_xH_y . On déterminera x et y .

Exercice 12.

La vitamine C (acide ascorbique) contient, en masse, 41 % de carbone, 4,5 % d'hydrogène et 54,5 % d'oxygène. Sa masse molaire vaut 176 g mol^{-1} .

12.1. La vitamine C contient-elle des éléments autres que ceux cités plus haut ?

12.2. Déterminer sa formule.

Exercice 13.

La formule d'un composé peut s'écrire : C_xH_yO .

L'analyse montre que ce corps contient, en masse 62,1 % de carbone et 10,3 % d'hydrogène.

13.1. Déterminer le pourcentage en masse de l'élément oxygène.

13.2. En déduire la masse molaire du composé.

13.3. Trouver la formule du composé, c'est-à-dire déterminer x et y .

Exercice 14.

L'ammoniac est un gaz, de formule NH_3 .

14.1. Quelle quantité de matière renferment 3,4 g d'ammoniac?

14.2. Quel est le volume occupé dans les conditions normales par 3,4 g d'ammoniac?

Exercice 15.

Au cours de la combustion d'un morceau de soufre, on a recueilli 100 cm^3 de dioxyde de soufre, volume mesuré dans des conditions pour lesquelles le volume molaire vaut 25 L.

15.1. Quelle quantité de matière renferme le volume gazeux recueilli?

15.2. Quelle est la masse de ce gaz?

Exercice 16.

On mélange deux corps purs gazeux, A et B, composés uniquement de carbone et d'hydrogène. Un mélange de 4,8 L de A et de 2,4 L de B a une masse de 6 g. La masse est de 7,2 g si on mélange 2,4 L de A et de 4,8 L de B.

16.1. Déterminer les quantités de matières de A et de B dans chacun des mélanges.

16.2. Calculer les masses molaires de A et de B.

16.3. Combien d'atomes de carbone renferme une molécule de A? En déduire sa formule.

16.4. La molécule de B renferme 2 fois plus d'atomes de carbone que celle de A. Quelle est la formule de B? Le volume molaire sera pris égal à 24 L mol^{-1} .

17.8 Solutions des exercices et problèmes**Solution 1. (p. 181)**

1.1. *Quantité de matière que renferme cet échantillon.*

Par définition, $n = m/M$.

■ m est la masse de l'échantillon; ici $m = 1,6 \text{ g}$.

■ M est la masse molaire atomique du soufre.

Le tableau de classification périodique des éléments donne : $M_S = 32 \text{ g mol}^{-1}$.

Calculons alors n :

$$n = 1,6/32 = 0,05 \text{ mol.}$$

Conclusion : Il y a 0,05 mol d'atome de soufre dans un échantillon de 1,6 g.

1.2. *Nombre N' d'atomes de soufre contenu dans 0,05 mol.*

Il y a $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ atomes de soufre dans 1 mol de soufre. Dans $n = 0,05 \text{ mol}$ de soufre il y aura N' atomes de soufre tel que :

$$\begin{aligned} N' &= n \cdot N_A \\ &= 0,05 \cdot 6,02 \times 10^{23} \\ &= 3,01 \times 10^{22} \text{ atomes.} \end{aligned}$$

Conclusion : dans 0,05 mol de soufre, il y a $3,01 \times 10^{22}$ atomes.

Solution 2. (p. 181)

Masses molaires des composés :

Saccharose $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$:

$$\begin{aligned} M_{\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}} &= 12M_C + 22M_H + 11M_O; \\ &= (12 \cdot 12) + (22 \cdot 1) + (11 \cdot 16) \\ &= 342 \text{ g mol}^{-1}. \end{aligned}$$

En procédant de la même manière on trouve :

■ Glucose : $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$;

$$M_{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = 12 \cdot 6 + 12 \cdot 1 + 6 \cdot 6 = 180 \text{ g mol}^{-1}$$

■ Butane : C_4H_{10} ;

$$M_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = 4 \cdot 12 + 10 \cdot 1 = 58 \text{ g mol}^{-1}$$

■ Acétone : $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$;

$$M_{\text{C}_3\text{H}_6\text{O}} = 3 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 16 = 58 \text{ g mol}^{-1}$$

Déduction de la masse d'une molécule de chacun de ces composés.

Saccharose. Dans une masse molaire de saccharose (342 g mol^{-1}) il y a $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ molécules de saccharose. Si m est la masse d'une molécule, nous avons :

$$\begin{aligned} M &= N_A m \\ \Rightarrow m &= \frac{M}{N_A}; \end{aligned}$$

17.8. Solutions des exercices et problèmes

$$m = \frac{342}{6,02 \times 10^{23}} = 58,8 \times 10^{-23} \text{ g.}$$

De la même manière on trouve la masse d'une molécule de :

■ Glucose :

$$m_{\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6} = \frac{180}{6,02 \times 10^{23}} \approx 3 \times 10^{-22} \text{ g}$$

■ Butane :

$$m_{\text{C}_4\text{H}_{10}} = \frac{58}{6,02 \times 10^{23}} \approx 9,63 \times 10^{-23} \text{ g}$$

■ Acétone :

$$m_{\text{C}_3\text{H}_6\text{O}} = \frac{58}{6,02 \times 10^{23}} \approx 9,63 \times 10^{-23} \text{ g}$$

Solution 3. (p. 181)

Ecrivons les formules puis calculons les masses moléculaires des composés.

■ Eau : H_2O ;

$$M_{\text{H}_2\text{O}} = 2 \cdot 1 + 16 = 18 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Dioxygène : O_2 ;

$$M_{\text{O}_2} = 2 \cdot 16 = 32 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Dihydrogène : H_2 ;

$$M_{\text{H}_2} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Diazote : N_2 ;

$$M_{\text{N}_2} = 14 \cdot 2 = 28 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Dioxyde de carbone : CO_2 ;

$$M_{\text{CO}_2} = 12 + 16 \cdot 2 = 44 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Dioxyde de soufre : SO_2 ;

$$M_{\text{SO}_2} = 32 + 16 \cdot 2 = 64 \text{ g mol}^{-1} ;$$

■ Trioxyde de soufre : SO_3 ;

$$M_{\text{SO}_3} = 32 + 16 \cdot 3 = 80 \text{ g mol}^{-1} .$$

Solution 4. (p. 181)

■ Sulfate d'aluminium : $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$;

$$\begin{aligned} M_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= 2M_{\text{Al}} + 3(M_{\text{S}} + 4M_{\text{O}}) \\ &= 2 \cdot 27 + 3 \cdot (32 + 4 \cdot 16) = 342 \text{ g mol}^{-1} . \end{aligned}$$

■ Chlorure de zinc : ZnCl_2 ;

$$\begin{aligned} \text{ZnCl}_2 &= M_{\text{Zn}} + 2M_{\text{Cl}} = 65,4 + 2 \cdot 35,5 \\ &= 136,4 \text{ g mol}^{-1} \end{aligned}$$

■ Permanganate de potassium : KMnO_4 ;

$$\begin{aligned} M_{\text{KMnO}_4} &= M_{\text{K}} + M_{\text{Mn}} + 4M_{\text{O}} \\ &= 39,1 + 54,9 + 4 \cdot 16 = 158 \text{ g mol}^{-1} . \end{aligned}$$

■ dichromate de potassium : $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$;

$$M_{\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7} = 2M_{\text{K}} + 2M_{\text{Cr}} + 7M_{\text{O}} ;$$

$$= 2 \cdot 39,1 + 2 \cdot 52 + 7 \cdot 16$$

$$= 294,2 \text{ g mol}^{-1} .$$

Solution 5. (p. 181)

Déterminons la quantité de matière contenue dans 11,7 g de chlorure de sodium.

Le chlorure de sodium est un solide ionique de formule statistique NaCl .

Par définition $n = m/M$ où m est la masse de l'échantillon de chlorure de sodium ($m = 11,7 \text{ g}$) et M la masse molaire de chlorure de sodium.

$$n = \frac{m}{M} = \frac{m}{M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}}} = \frac{11,7}{23 + 35,5} = 0,2 \text{ mol}$$

Masse d'une égale quantité de matière de sulfate de sodium :

$$n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = \frac{m_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{M_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} M_{\text{Na}_2\text{SO}_4} .$$

Avec :

$$n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = n = 0,2 \text{ mol et}$$

$$M_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 2M_{\text{Na}} + M_{\text{S}} + 4M_{\text{O}} = 142,1 \text{ g mol}^{-1} ;$$

$$m_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 0,2 \cdot 142,1 = 28,42 \text{ g.}$$

Solution 6. (p. 181)

Calculons la quantité de matière contenue dans un comprimé d'aspirine 500.

Par définition $n = m/M$ où m est la masse de l'échantillon d'acide acétylsalicylique contenu dans un comprimé ($m = 500 \text{ mg}$) et M la masse molaire de l'acide acétylsalicylique.

La formule chimique d'acide acétylsalicylique est : $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$.

$$M_{\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4} = 9M_{\text{C}} + 8M_{\text{H}} + 4M_{\text{O}}$$

$$= 9 \cdot 12 + 8 \cdot 1 + 4 \cdot 16 = 180 \text{ g mol}^{-1} .$$

Calculons alors n :

$$n = \frac{0,5}{180} \approx 2,8 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Solution 7. (p. 181)

Calculons la quantité de matière contenue dans un flacon de 100 mL de glycérine.

Par définition $n = m/M$ où m est la masse de glycérine contenu dans 100 mL de glycérine et M la masse molaire de glycérine.

Connaissant la masse volumique de la glycérine son volume, calculons la masse m de glycérine.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Rightarrow m = \rho V = 1,26 \cdot 100 = 126 \text{ g.}$$

La formule chimique de la glycérine étant, $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ cal-

culons M .

$$M_{C_3H_8O_3} = 3M_C + 8M_H + 3M_O \\ = 3 \cdot 12 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot 16 = 92 \text{ g mol}^{-1}.$$

Calculons alors n :

$$n = \frac{126}{92} \approx 1,37 \text{ mol}$$

Solution 8. (p. 181)

8.1. Calculons la masse du fil de cuivre de diamètre $d = 2 \text{ mm}$ et de longueur $l = 1 \text{ m}$.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

où V est le volume du fil.

Calculons V :

$$V = \frac{\pi d^2 l}{4} = \frac{3,14 \cdot (2 \times 10^{-3})^2 \cdot 1}{4} = 3,14 \times 10^{-6} \text{ m}^3; \\ m = 9000 \cdot 3,14 \times 10^{-6} = 0,0283 \text{ kg} = 28,3 \text{ g}.$$

8.2. Calculons la masse d'un atome de cuivre.

Dans une masse molaire atomique de cuivre ($63,5 \text{ g mol}^{-1}$) il y a $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ atomes de cuivre. Si m' est la masse d'un atome de cuivre, nous avons :

$$M = N_A m' \Rightarrow m' = \frac{M}{N_A}; \\ m' = \frac{63,5}{6,02 \times 10^{23}} \\ = 10,55 \times 10^{-23} = 10^{-22} \text{ g}.$$

8.3. Calculons le nombre N d'atomes de cuivre dans le fil

$$N = \frac{m}{m'} = \frac{28,3}{10^{-22}} = 28,3 \times 10^{22} \text{ atomes}.$$

Solution 9. (p. 181)

9.1. Calculons la masse molaire de l'urée

$$M_{CO(NH_2)_2} = M_C + M_O + 2(M_N + 2M_H) \\ = 12 + 16 + 2 \cdot (14 + 2 \cdot 1) = 60 \text{ g mol}^{-1}.$$

9.2. Composition massique de l'urée

■ % de Carbone dans l'urée.

Dans une mole d'urée ($M = 60 \text{ g mol}^{-1}$), il y a une mole d'atomes de carbone (voir formule). Le pourcentage en masse de carbone dans l'urée est donc :

$$\%C = \frac{M_C}{M_{CO(NH_2)_2}} \cdot 100 = \frac{12}{60} \cdot 100 \approx 20 \%$$

■ % d'oxygène dans l'urée.

Dans une mole d'urée ($M = 60 \text{ g mol}^{-1}$), il y a une mole d'atomes d'oxygène (voir formule). Le pourcentage en masse d'oxygène dans l'urée est donc :

$$\%O = \frac{M_O}{M_{CO(NH_2)_2}} \cdot 100 = \frac{16}{60} \cdot 100 \approx 26,7 \%$$

■ % d'azote (N) dans l'urée.

Dans une mole d'urée ($M = 60 \text{ g mol}^{-1}$), il y a deux

moles d'atomes d'azote (voir formule). Le pourcentage en masse d'azote dans l'urée est donc :

$$\%N = \frac{2M_N}{M_{CO(NH_2)_2}} \cdot 100 = \frac{2 \cdot 14}{60} \cdot 100 \approx 46,7 \%$$

■ % d'hydrogène dans l'urée.

Dans une mole d'urée ($M = 60 \text{ g mol}^{-1}$), il y a quatre moles d'atomes d'hydrogène (voir formule). Le pourcentage en masse d'hydrogène dans l'urée est donc :

$$\%H = \frac{4M_H}{M_{CO(NH_2)_2}} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 1}{60} \cdot 100 \approx 6,7 \%$$

Remarque: Il faut toujours vérifier que la somme des pourcentages est égale à 100.

Pour le cas de l'urée,

$$\%O + \%C + \%H + \%N = 26,7 + 20 + 6,6 + 46,7 = 100$$

Solution 10. (p. 181)

Calculons le pourcentage en masse du calcium dans le carbonate de calcium (calcaire) de formule $CaCO_3$.

Calculons la masse molaire du carbonate de calcium

$$M_{CaCO_3} = M_{Ca} + M_C + 3M_O \\ = 40,1 + 12 + 3 \cdot 16 = 100,1 \text{ g mol}^{-1}.$$

% de Calcium dans le carbonate de calcium.

$$\%Ca = \frac{M_{Ca}}{M_{CaCO_3}} \cdot 100 = \frac{40,1}{100,1} \cdot 100 = 40 \%$$

Calculons ensuite le pourcentage en masse de calcium dans l'oxyde de calcium (chaux vive, CaO).

Masse molaire de CaO :

$$M_{CaO} = M_{Ca} + M_O = 40,1 + 16 = 56,1 \text{ g mol}^{-1}$$

Pourcentage de Ca dans CaO :

$$\%Ca = \frac{M_{Ca}}{M_{CaO}} \cdot 100 = \frac{40,1}{56,1} \cdot 100 = 71,48 \%$$

Conclusion : Il y a plus de calcium dans l'oxyde de calcium que dans le carbonate de calcium.

Solution 11. (p. 181)

Déterminons x .

A partir de la formule proposée de ce corps, écrivons sa masse molaire en fonction de x et y .

$$M = xM_C + yM_H = 12x + y$$

Le pourcentage de carbone dans ce corps est :

$$\%C = \frac{12x}{M} \cdot 100 = \frac{12x}{58} \cdot 100 = 82,8 \\ \Rightarrow x = \frac{58 \cdot 82,8}{1200} = 4.$$

Déterminons y .

$$\%H = 100 - \%C = 100 - 82,8 = 17,2;$$

$$\%H = \frac{y}{M} \cdot 100 = \frac{y}{58} \cdot 100 = 17,2$$

17.8. Solutions des exercices et problèmes

$$\Rightarrow y = \frac{58 \cdot 17,2}{100} = 9,976 \approx 10.$$

Conclusion : La formule de ce corps est : C_4H_{10} .

Solution 12. (p. 181)

12.1. Vérifions si la vitamine C contient d'autres éléments que ceux cités dans l'exercice.

Si la vitamine C n'est constituée que des éléments cités dans l'exercice, la somme de leurs pourcentages donnera 100 %. Vérifions cette hypothèse.

$$\%H + \%C + \%O = 4,5\% + 41\% + 54,5\% = 100\%$$

Nous pouvons affirmer que la vitamine C ne contient que les éléments cités.

12.2. Formule de la vitamine C.

La formule de la vitamine C peut s'écrire sous la forme : $C_xH_yO_z$.

Déterminons x , y et z sachant que x , y et z sont des entiers naturels non nuls.

Déterminons y

$$\%H = \frac{yM_H}{M} \cdot 100 = \frac{y \cdot 1}{M} \cdot 100 \text{ or}$$

$$M = 176 \text{ et}$$

$$\%H = 4,5.$$

Donc,

$$\frac{y}{176} \cdot 100 = 4,5 \Rightarrow y = \frac{176 \cdot 4,5}{100} = 7,92 \approx 8.$$

Déterminons x

$$\%C = \frac{xM_C}{M} \cdot 100 = \frac{x \cdot 12}{M} \cdot 100 \text{ or}$$

$$M = 176 \text{ et}$$

$$\%C = 41.$$

Donc,

$$\frac{12x}{176} \cdot 100 = 41 \Rightarrow x = \frac{176 \cdot 41}{1200} = 6,01 \approx 6.$$

Déterminons z

$$\%O = \frac{zM_O}{M} \cdot 100 = \frac{z \cdot 16}{M} \cdot 100 \text{ or}$$

$$M = 176 \text{ et}$$

$$\%O = 54,5.$$

Donc,

$$\frac{16z}{176} \cdot 100 = 54,5 \Rightarrow z = \frac{176 \cdot 54,5}{1600} = 5,995 \approx 6$$

Conclusion : La vitamine C a pour formule : $C_6H_8O_6$.

Remarque : A titre de vérification, calculons la masse molaire de vitamine C :

$$M = 6M_C + 8M_H + 6M_O;$$

$$M = 6 \cdot 12 + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 16 = 176 \text{ g mol}^{-1}.$$

Solution 13. (p. 181)

13.1. Déterminons le pourcentage en masse de l'élément oxygène

$$\%C + \%H + \%O = 100;$$

$$\%O = 100 - (\%C + \%H)$$

$$= 100 - (62,1 + 10,3) = 27,6.$$

13.2. Déduisons la masse molaire de ce composé

La formule de composé est de la forme C_xH_yO .

Connaissant le nombre d'atome d'oxygène dans la molécule, utilisons le pourcentage de cet élément pour calculer la masse molaire. En effet

$$\%O = \frac{M_O}{M} \cdot 100 = \frac{16}{M} \cdot 100 = 27,6$$

$$\Rightarrow M = \frac{16 \cdot 100}{27,6} = 57,97 \approx 58 \text{ g mol}^{-1}.$$

13.3. Formule du composé. (Voir exercice 11 et 13).

On trouve C_3H_6O .

Solution 14. (p. 182)

14.1. Quantité de matière que renferme 3,4 g d'ammoniac

Par définition, $n = m/M$ avec

$$M = M_N + 3M_H;$$

$$M = 14 + 3 = 17 \text{ g mol}^{-1};$$

$$n = \frac{3,4}{17} = 0,2 \text{ mol}$$

14.2. Calculons le volume occupé par 3,4 g d'ammoniac dans les conditions normales de température et de pression

Dans les conditions normales de température et de pression, une mole de gaz occupe un volume $V_m = 22,4$ litres. On a donc : $V = n V_m = 0,2 \cdot 22,4 = 4,48$ litres.

Solution 15. (p. 182)

15.1. Quantité de matière que renferme 100 cm³ de SO_2

Par définition,

$$n = \frac{v}{V_m} = \frac{100}{25000} = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

15.2. Calculons la masse de ce gaz

Le dioxyde de soufre a pour formule chimique SO_2 .

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = nM$$

$$\text{avec } M = M_S + 2M_O;$$

$$M = 32,1 + 2 \cdot 16 = 64,1 \text{ g mol}^{-1}$$

$$m = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 64,1 \approx 0,26 \text{ g.}$$

Solution 16. (p. 182)

16.1. Déterminons les quantités de matières de A et B dans chacun des mélanges.

- Mélange (1) 4,8 L + 2,4 L de B :

$$n_A = \frac{4,8}{24} = 0,2 \text{ mol}; \quad n_B = \frac{2,4}{24} = 0,1 \text{ mol}.$$

- Mélange (2) 2,4 L + 4,8 L de B :

$$n_A = \frac{2,4}{24} = 0,1 \text{ mol}; \quad n_B = \frac{4,8}{24} = 0,2 \text{ mol}.$$

16.2. Calculons les masses molaires M_A et M_B de A et B

$$\begin{cases} 0,2 \cdot M_A + 0,1 \cdot M_B = 6 & (\text{S17.1}) \\ 0,1 \cdot M_A + 0,2 \cdot M_B = 7,2 & (\text{S17.2}) \end{cases}$$

En résolvant ce système d'équations à (S17.2) inconnus, on a :

$$M_A = 16 \text{ g mol}^{-1} \\ \text{et } M_B = 28 \text{ g mol}^{-1}.$$

16.3. Nombre d'atomes de carbone que renferme A. La masse molaire atomique du carbone étant 12 g, la masse molaire de A qui est 16 g ne peut renfermer qu'un atome de carbone C.

- Formule de A

Elle est de forme CH_y .

$$M_A = M_C + y M_H = 12 + y = 16 \\ \Rightarrow y = 16 - 12 = 4.$$

D'où la formule de A : CH_4 .

- Formule de B

B renferme 2 fois plus d'atomes de carbone que A. Or A renferme un atome de carbone. Donc B renferme deux atomes de carbone. Sa formule est de la forme C_2H_y .

$$M_B = 2M_C + y \cdot M_H = 24 + y = 28 \\ \Rightarrow y = 28 - 24 = 4.$$

D'où la formule de A : C_2H_4 .

La dissolution dans l'eau des solides ioniques concentrations dans une solution

18.1	Dissolution dans l'eau des solides ioniques	188
18.1.1	Cas du chlorure de sodium	188
18.1.2	Cas du sulfate de cuivre	188
18.1.3	Effet thermique des dissolutions	188
18.1.4	Interprétation des phénomènes observés. Rôle du solvant	189
18.1.5	Solubilité	189
18.2	Concentrations dans une solution	190
18.2.1	Concentration d'une solution	190
18.2.2	Concentration d'une espèce chimique dans une solution	191
18.3	Electroneutralité d'une solution	191
18.4	Enoncés des exercices et problèmes	192
18.5	Solutions des exercices et problèmes	194

18.1 Dissolution dans l'eau des solides ioniques

18.1.1 Cas du chlorure de sodium

Le chlorure de sodium à l'état solide a été étudié au chapitre 16. Rappelons qu'il est formé d'ions sodium Na^+ et d'ions chlorure Cl^- , disposés de façon régulière dans un réseau cristallin dont la maille est cubique.

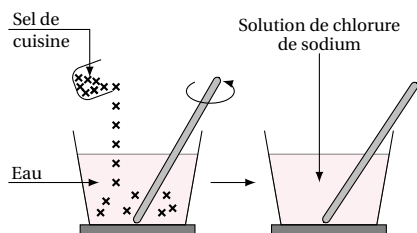
A basse température, on peut considérer que ces ions sont presque immobiles. Mais au fur et à mesure que la température s'élève, ils se mettent à vibrer. Quand la température de fusion est atteinte, le cristal s'effondre et on obtient un liquide (le chlorure de sodium fondu) qui est constitué d'ions Na^+ et Cl^- très rapprochés les uns des autres et libres de se mouvoir.

L'effondrement du cristal peut aussi être obtenu par une autre voie : sa mise en solution dans l'eau.

Obtention d'une solution de chlorure de sodium

Versons du sel de cuisine dans de l'eau. Le solide se dépose au fond du récipient. On agite avec un bâton de verre et on s'aperçoit rapidement que le solide disparaît ; il se dissout dans l'eau : on obtient une *solution* homogène de chlorure de sodium.

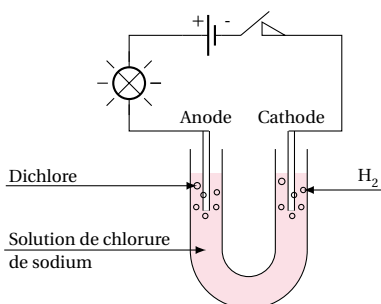
Figure 18.1



Nature de la solution de chlorure de sodium

Pour déterminer la nature de la solution de chlorure de sodium, réalisons l'électrolyse de cette solution.

Figure 18.2



Les électrodes sont en graphite. La forme en U de l'électrolyseur permet de séparer les produits formés aux électrodes. On ajoute au niveau de l'anode, une solution d'indigo et au niveau de la cathode quelques gouttes de phénolphthaléine incolore.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur,

- la lampe s'allume
- un dégagement gazeux apparaît sur chaque électrode.

A l'anode, le gaz de couleur jaune-vert qui se dissout en partie dans l'eau, décolore l'indigo : c'est du dichlore.

A la cathode, le gaz dégagé est incolore. Avec un autre dispositif expérimental, on peut recueillir ce gaz. Il brûle avec une détonation à l'approche d'une flamme : C'est du dihydrogène.

Conclusion: La lampe s'allume, preuve qu'un courant électrique traverse le circuit. La solution de chlorure de sodium conduit donc le courant électrique. Cette observation ne peut s'expliquer que par la présence et la mobilité des ions sodium Na^+ et chlorure Cl^- déjà présents dans le cristal de chlorure de sodium et que la mise en solution a dispersé dans l'eau.

Dans le chlorure de sodium, les ions sont ordonnés dans une structure cristalline. Au cours de la dissolution dans l'eau, il y a eu rupture des forces électrostatiques qui assuraient la cohésion du cristal. Le solvant (eau) a donc provoqué la *dislocation* de l'édifice cristallin. Les ions Na^+ et Cl^- se *dispersent* dans l'eau.

18.1.2 Cas du sulfate de cuivre

Expérience

Le sulfate de cuivre se trouve dans la nature sous forme de cristaux bleus. Il s'agit en fait de sulfate de cuivre *hydraté* dans lequel les ions Cu^{2+} sont entourés de molécules d'eau.

Chaudrons un petit fragment de cristal afin d'en éliminer l'eau. On obtient un solide blanc, le sulfate de cuivre anhydre CuSO_4 .

Après refroidissement, dissolvons le solide blanc dans l'eau. Après agitation, toute la solution se colore en bleu.

Interprétation

La coloration bleue prise par la solution s'explique par le fait que les ions Cu^{2+} se sont à nouveau entourés de molécules d'eau : ils sont *hydratés*.

18.1.3 Effet thermique des dissolutions

Expérience

Dissolvons dans un même volume d'eau à la même température initiale θ_0 les mêmes quantités (en mol) des solides ioniques suivantes :

- Chlorure de sodium (NaCl).
- Hydroxyde de sodium (NaOH).
- Chlorure d'ammonium (NH_4Cl).

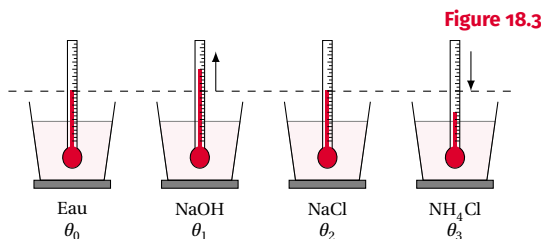


Figure 18.3

A l'aide de thermomètres, repérons les variations de température au cours de la dissolution (voir figure 18.3).

Nous constatons après dissolution complète des solides ioniques, que $\theta_1 > \theta_0$; $\theta_2 = \theta_0$; $\theta_3 < \theta_0$.

Conclusion:

- La dissolution de l'hydroxyde de sodium dans l'eau se fait avec élévation de température, donc dégagement de chaleur. Elle est *exothermique*.
- Le chlorure de sodium se dissout dans l'eau sans variation sensible de la température. Sa dissolution n'absorbe ni ne dégage de la chaleur. Elle est *athermique*.
- La dissolution du chlorure d'ammonium se fait avec diminution de température, donc absorption de chaleur. Elle est *endothermique*.

18.1.4 Interprétation des phénomènes observés. Rôle du solvant

Les phénomènes de dispersion et d'hydratation des ions, mis en évidence dans des cas particuliers, sont observés simultanément au cours de toute dissolution d'un solide ionique dans l'eau.

Nous savons (voir Chapitre 15) que la molécule d'eau est polaire : elle possède un côté positif et un côté négatif. Lorsqu'on dissout un solide ionique dans l'eau, les ions positifs attirent les molécules d'eau par leur côté négatif, et les ions négatifs attirent les molécules d'eau par leur côté positif.

Les molécules d'eau entourent chaque ion, provoquant ainsi la dislocation du cristal. Les ions dispersés

restent entourés de molécules d'eau. Ils sont alors *hydratés* ou *solvatés*. Les ions solvatés sont indépendants les uns des autres, les molécules d'eau qui les entourent empêchant toute interaction entre eux.

Nous pouvons alors récapituler le mécanisme de la dissolution et interpréter les effets thermiques qui l'accompagnent :

1. La dispersion des ions correspond à la rupture des liens qui unissent les ions dans le cristal. Elle absorbe donc de la chaleur. Elle est *endothermique*. Désignons par Q_d la quantité de chaleur absorbée.
2. La solvation des ions est l'établissement de liens entre les ions et les molécules d'eau. Elle libère de la chaleur. Elle est *exothermique*. Soit Q_s la quantité de chaleur libérée.
 - i. Si $Q_d = Q_s$, la solvation libère autant de chaleur que la dispersion en absorbe. La dissolution est alors *athermique*. C'est le cas de la dissolution du chlorure de sodium.
 - ii. $Q_d > Q_s$, la quantité de chaleur absorbée est supérieure à la quantité de chaleur libérée. La dissolution est alors *endothermique*. C'est le cas du chlorure d'ammonium.
 - iii. $Q_d < Q_s$, la dissolution est *exothermique* car la quantité de chaleur libérée est supérieure à la quantité de chaleur absorbée. C'est le cas de l'hydroxyde de sodium.

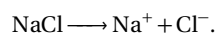
18.1.5 Solubilité

Peut-on dissoudre une quantité illimitée de solide ionique dans l'eau ?

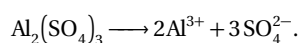
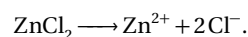
Faisons dissoudre progressivement du chlorure de sodium dans un litre d'eau tiède. Il arrive un moment où le sel ne se dissout plus : on dit que la solution est *saturée*. Ce fait est général : la dissolution dans l'eau de tout solide ionique a des limites.

Par définition, la concentration (quantité de soluté par unité de volume de la solution) du soluté dans la solution saturée est sa *solubilité*.

Conclusion: De très nombreux solides ioniques sont solubles dans l'eau. Leur dissolution provoque la *dispersion* et la *solvation* (ou *hydratation*) des ions. La dispersion se traduit par une équation de mise en solution du solide. Par exemple : en solution



en solution



Remarque.

- Les ions sont toujours hydratés en solution. En toute rigueur, on devrait représenter les ions hydratés par $\text{Al}_{\text{aq}}^{3+}$, Cl_{aq}^- , Na_{aq}^+ , ... (« aq » mis pour aqueux). Mais, le plus souvent, par souci de simplification, on omet l'indice « aq », d'autant plus que les molécules d'eau d'hydratation n'interviennent pas dans les réactions chimiques auxquelles participe l'ion.
- Les solutions ioniques conduisent le courant électriques et subissent l'électrolyse : ce sont des *électrolytes*.
- Les propriétés des solutions ioniques sont celles des ions qui les constituent. En particulier, la *couleur d'une solution* est celle des ions solvatés qu'elle contient (voir tableau ci-dessous).

Ions	Couleur en solution aqueuse
MnO_4^-	violet
Fe^{3+}	rouille
Fe^{2+}	vert
Cu^{2+}	bleu
Co^{2+}	rose
Ni^{2+}	vert
NO_3^-	incolore
Na^+	incolore

Concentration massique (c_m)

La concentration massique de la solution est la masse de soluté dissoute dans 1 litre de solution.

$$c_m = \frac{m_{\text{soluté}}}{V_{\text{solution}}}$$

m en grammes (g), V en litre (L) et c_m en gramme par litre (g L^{-1}).

Exercice

Déterminer la concentration molaire d'une eau salée contenant 1,2 g de chlorure de sodium dans 200 cm^3 , de solution.

On donne les masses molaires atomiques en g mol^{-1} : $M_{\text{Na}} = 23$ et $M_{\text{Cl}} = 35,5$.

Solution

Calculons le nombre de moles de chlorure de sodium correspondant à

$$m_{\text{NaCl}} = 1,2 \text{ g};$$

$$M_{\text{NaCl}} = M_{\text{Na}} + M_{\text{Cl}} = 23 + 35,5 = 58,5 \text{ g mol}^{-1};$$

$$n_{\text{NaCl}} = \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} = \frac{1,2}{58,5} = 0,02 \text{ mol}.$$

La concentration de la solution est donc :

$$c = \frac{n}{V} = \frac{0,02}{0,2} = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$$

En effet, $V = 200 \text{ cm}^3 = 0,2 \text{ L}$.

18.2 Concentrations dans une solution

18.2.1 Concentration d'une solution

Concentration molaire

On appelle concentration molaire d'une solution, la quantité (en mol) de soluté dissoute dans 1 litre de solution.

NB: L'unité de volume du chimiste est le litre (ou dm^3).

Rappelons que $1 \text{ L} = 1000 \text{ cm}^3 = 1000 \text{ mL}$ ou $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL} = 10^{-3} \text{ L}$. Si c est la concentration molaire de la solution,

$$c = \frac{n_{\text{soluté}}}{V_{\text{solution}}}$$

n en mole (mol), V en litre (L) et c en mole par litre (mol L^{-1}).

Remarque.

- On utilise parfois les termes molaire, décimolaire, centimolaire, ... pour désigner des solutions de concentrations 1 mol L^{-1} ; $10^{-1} \text{ mol L}^{-1}$; $10^{-2} \text{ mol L}^{-1}$.
- *Diluer* une solution consiste à augmenter son volume. Le résultat de cette opération est la diminution de la concentration de la solution.

Exercice

On dispose d'un volume $V_1 = 100 \text{ mL}$ d'une solution S_1 de chlorure de sodium de concentration $c_1 = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$. On la dilue en ajoutant 400 mL d'eau. On obtient alors la solution S_2 . Calculer la concentration c_2 de S_2 .

Solution

Calculons le nombre de moles de chlorure de sodium

18.3. Electroneutralité d'une solution

dans la solution S_1 .

$$n_1 = c_1 \cdot V_1.$$

Dans la solution S_2 , le nombre de moles de chlorure de sodium est :

$$n_2 = c_2 \cdot V_2 \text{ avec}$$

$$V_2 = 100 + 400 = 500 \text{ mL} = 0,5 \text{ L.}$$

Sachant qu'au cours de la dilution, le nombre de moles de chlorure de sodium n'a pas varié,

$$n_1 = n_2 \Rightarrow c_1 \cdot V_1 = c_2 \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$c_2 = c_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,1 \frac{0,1}{0,5} = 0,02 \text{ mol L}^{-1}.$$

D'une manière générale, lors d'une *simple dilution* (lorsque l'espèce chimique qui nous intéresse a une seule source liquide), la relation suivante lie la solution finale à la solution initiale :

$$c_f V_f = c_i V_i$$

avec c_f = concentration de la solution finale; V_f = volume de la solution finale; c_i = concentration de la solution initiale; V_i = volume de la solution initiale.

18.2.2 Concentration d'une espèce chimique dans une solution

La concentration molaire d'une espèce chimique dans une solution est la quantité de cette espèce (en mol) dissoute dans un litre de solution.

Si l'espèce chimique considérée a pour formule A, sa concentration dans une solution se note par la lettre A entre crochets : [A].

Si n_A est le nombre de moles de l'espèce A dans un volume V de solution, on a :

$$[A] = \frac{n_A}{V}$$

Avec n_A en moles (mol); V en litre (L) et [A] en moles par litre (mol L^{-1}).

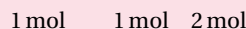
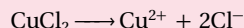
Exercice

On dispose de 200 cm^3 de solution aqueuse contenant 2,7 g de chlorure de cuivre (II). Calculer les concentrations en ions cuivre (II) et en ions chlorure.

On donne les masses molaires atomiques : $M_{\text{Cu}} = 63,5$ et $M_{\text{Cl}} = 35,5$.

Solution

Équation de mise en solution du chlorure de cuivre (II)



Les quantités de matière des réactifs et des produits étant proportionnelles aux coefficients stoechiométriques, nous pouvons écrire :

$$\frac{n_{\text{CuCl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2}. \quad (18.1)$$

Calculons le nombre de mole de chlorure de cuivre dissous.

$$n_{\text{CuCl}_2} = \frac{m_{\text{CuCl}_2}}{M_{\text{CuCl}_2}} = \frac{2,7}{63,5 + (2 \cdot 35,5)} = 0,02 \text{ mol}$$

D'après 18.1

$$\frac{n_{\text{CuCl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} \Rightarrow$$

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = n_{\text{CuCl}_2} = 0,02 \text{ mol.}$$

$$\frac{n_{\text{Cl}^-}}{2} = \frac{n_{\text{CuCl}_2}}{1} \Rightarrow$$

$$n_{\text{Cl}^-} = 2n_{\text{CuCl}_2} = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ mol.}$$

D'où les concentrations :

$$[\text{Cu}^{2+}] = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{V} = \frac{0,02}{0,2} = 0,1 \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V} = \frac{0,04}{0,2} = 0,2 \text{ mol L}^{-1}.$$

18.3 Electroneutralité d'une solution

Lorsqu'on dissout un solide ionique dans l'eau, la solution obtenue contient toujours les deux espèces d'ions (+ et -) de la structure ordonnée du solide. Dans une telle solution, il y a autant de charges (+) que de charge (-). On dit qu'elle est *électriquement neutre*.

L'équation qui traduit cette propriété est l'*équation d'électroneutralité*.

Établissons cette équation pour la solution de chlorure de cuivre (II) ci-dessus :

Cette solution contient des ions cuivre Cu^{2+} et des ions chlorure Cl^- .

■ Chaque ion Cu^{2+} porte une charge positive (+2 e). Donc le nombre de moles de charge (+) en solution est : $n_{q^+} = 2n_{\text{Cu}^{2+}}$.

■ Chaque ion Cl^- porte une charge négative (-e), et le nombre de moles de charge (-) en solution est : $n_{q^-} = n_{\text{Cl}^-}$.

La solution étant électriquement neutre, $n(q^+) = n(q^-)$ soit :

$$2n_{\text{Cu}^{2+}} = n_{\text{Cl}^-}. \quad (18.2)$$

or :

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = [\text{Cu}^{2+}]V$$

$$\text{et } n_{\text{Cl}^-} = [\text{Cl}^-]V.$$

18.2 devient, $2[\text{Cu}^{2+}] \cdot V = [\text{Cl}^-] \cdot V$.

En divisant les deux membres de l'égalité par V , nous obtenons l'équation d'électroneutralité pour la solution de chlorure de cuivre (II) : $2[\text{Cu}^{2+}] = [\text{Cl}^-]$ équation que vérifient les valeurs numériques trouvées.

Généralisation

Soit une solution contenant les ions; M^{m+} , N^{n+} , ..., X^{x-} , Y^{y-} , ...

L'équation d'électroneutralité de cette solution s'écrit :

$$m[\text{M}^{m+}] + n[\text{N}^{n+}] + \dots = x[\text{X}^{x-}] + y[\text{Y}^{y-}] + \dots$$

18.4 Enoncés des exercices et problèmes

Les masses molaires atomiques nécessaires à la résolution des exercices seront recherchées dans la classification périodique.

Exercice 1.

Écrire les équations de mise en solution des solides ioniques suivants :

- chlorure d'aluminium : AlCl_3 ;
- nitrate de plomb : $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$;
- oxyde de magnésium : MgO ;
- permanganate de potassium : KMnO_4 ;
- dichromate de potassium : $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$.

Exercice 2.

On réalise l'électrolyse d'une solution aqueuse de chlorure de sodium.

2.1. Faire le schéma du montage utilisé; y indiquer clairement :

- les noms des électrodes;
- le sens du mouvement des ions dans la solution.

2.2. Préciser les noms des corps obtenus aux électrodes, comment peut-on les caractériser?

2.3. Quelle quantité maximale (en mol) de gaz peut-on obtenir à l'anode en électrolysant 200 mL d'une solution de chlorure de sodium de concentration $C=0,2 \text{ mol L}^{-1}$?

Exercice 3.

On dissout du sulfate d'aluminium $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ dans l'eau.

3.1. Écrire l'équation de sa mise en solution.

3.2. Écrire l'équation traduisant l'électroneutralité de la solution obtenue.

3.3. La concentration des ions sulfate dans la solution est $0,3 \text{ mol L}^{-1}$. En déduire :

3.3.1. La concentration des ions aluminium.

3.3.2. La masse de sulfate d'aluminium solide qu'il a fallu introduire dans l'eau pour préparer 100 cm^3 de cette solution.

18.4. Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 4.

Composition minérale moyenne : eau oligominérale

Élément	Ion	Conc. mgL^{-1}
Calcium	Ca^{2+}	32
Magnésium	Mg^{2+}	21
Potassium	K^{+}	10
Sodium	Na^{+}	1
Bicarbonate	HCO_3^{-}	217
Sulfate	SO_4^{2-}	2
Chlorure	Cl^{-}	1
Nitrate	NO_3^{-}	absence

Contenance de la bouteille : 1,5 L.

- 4.1. Quelles observations peut-on faire sur l'écriture des ions ?
- 4.2. Calculer les concentrations molaires des différents ions contenus dans cette eau minérale.
- 4.3. Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

Exercice 5.

A partir du tableau de solubilité ci-dessous, déterminer, à 20 °C et sous la pression normale, les concentrations des solutions saturées de nitrate d'ammonium, de chlorure de sodium, d'hydroxyde de sodium et d'hydroxyde de calcium.

Solide		Solubilité (gL^{-1})
Nitrate d'ammonium	NH_4NO_3	1920
Hydroxyde de sodium	NaOH	920
Chlorure de sodium	NaCl	365
Sulfate de sodium	Na_2SO_4	195
Hydroxyde de calcium	$\text{Ca}(\text{OH})_2$	1,7
Sulfate de baryum	BaSO_4	$2,2 \times 10^{-3}$

Exercice 6.

L'hydrogénocarbonate de sodium NaHCO_3 , appelé couramment « bicarbonate de soude », est un produit utilisé pour soulager certains maux d'estomac. Un malade dissout 3 g (une cuillerée à café) de ce composé dans un verre de capacité 0,15 L rempli d'eau aux 2/3.

- 6.1. Calculer la concentration de la solution obtenue.
- 6.2. Sachant que la solubilité du « bicarbonate » est 70 gL^{-1} combien de cuillerées faut-il verser dans ce verre rempli au 2/3 d'eau pour saturer la solution.

Exercice 7.

On veut préparer une solution de sulfate de sodium de concentration $0,25 \text{ molL}^{-1}$.

- 7.1. Quelle masse de sulfate de sodium solide faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir 200 cm^3 de solution ?
- 7.2. Calculer la quantité de matière de chacun des ions présents dans 10 cm^3 de solution ainsi obtenue.
- 7.3. Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

Exercice 8.

On dissout dans l'eau 2 g de chlorure de cuivre II (CuCl_2) et 2 g de chlorure d'aluminium (AlCl_3) de façon à obtenir 500 mL de solution. On supposera qu'il y a simple mélange d'ions.

- 8.1. Écrire les équations de mise en solution des solides ioniques. En déduire le bilan des ions présents en solution.
- 8.2. Quelle est la couleur de la solution ? Justifier votre réponse.
- 8.3. Calculer les concentrations molaires des différents ions en solution.
- 8.4. Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

Exercice 9.

On mélange 50 mL d'une solution décimolaire d'hydroxyde de sodium et 100 mL d'une solution de sulfate de sodium, de concentration $0,2 \text{ molL}^{-1}$. Calculer les concentrations des ions présents dans ce mélange.

Exercice 10.

On dispose d'une solution décimolaire de chlorure de sodium. On veut la transformer en une solution centimolaire.

- 10.1. Comment appelle-t-on cette opération ?
- 10.2. Quel volume d'eau distillée faut-il ajouter à 25 mL de la solution initiale pour réaliser l'opération ?

Exercice 11.

- 11.1. Quelle masse de sulfate de cuivre II anhydre faut-il dissoudre dans 500 cm^3 d'eau pour obtenir une solution où la concentration en ions cuivre II est de $0,25 \text{ molL}^{-1}$?
- 11.2. Même question lorsque le solide ionique est hydraté et a pour formule $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$.

Exercice 12.

Le « sel de Mohr » est un corps cristallisé possédant la composition molaire suivante : $(\text{NH}_4)_2\text{Fe}(\text{SO}_4)_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$.

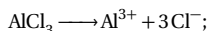
- 12.1. Calculer la masse molaire du sel de Mohr.
- 12.2. Calculer les concentrations molaires des différents ions de la solution.
- 12.3. Vérifier l'électroneutralité de cette solution.

18.5 Solutions des exercices et problèmes

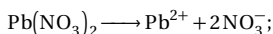
Solution 1. (p. 192)

Équations de mise en solution des solides ioniques

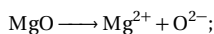
■ chlorure d'aluminium :



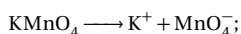
■ nitrate de plomb :



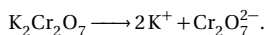
■ oxyde de magnésium :



■ permanganate de potassium :



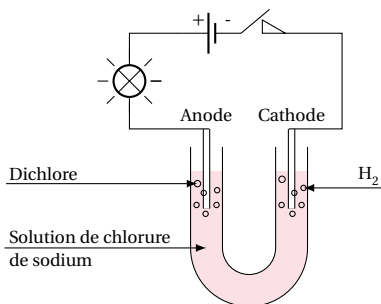
■ dichromate de potassium :



Solution 2. (p. 192)

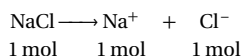
2.1. Schéma du montage de l'électrolyse d'une aqueuse de chlorure de sodium

Schéma voir ci-dessous



Sens du mouvement des ions dans la solution

Écrivons l'équation de mise en solution du chlorure de sodium :



La solution contient des ions Na^+ et les ions Cl^- . A la fermeture de l'interrupteur, les ions Na^+ migrent vers la cathode et les ions Cl^- vers l'anode.

2.2. Noms des corps formés aux électrodes

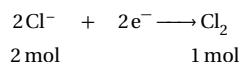
A l'anode, le gaz qui se dégage est le dichlore. Dissout, il décolore l'indigo.

A la cathode, le gaz qui se dégage est le dihydrogène. Il brûle avec une détonation à l'approche d'une flamme.

2.3. Calcul de la quantité de matière obtenue à l'anode

La transformation conduisant à la formation du dichlore

à l'anode se traduit par :



Le bilan molaire permet d'écrire la relation de proportionnalité suivante :

$$\frac{n_{\text{Cl}^-}}{2} = \frac{n_{\text{Cl}_2}}{1}. \quad (\text{S18.1})$$

Exprimons la quantité de chlorure de sodium en nombre de mole.

Par définition,

$$n_{\text{NaCl}} = c \cdot V = 0,2 \cdot 0,2 = 0,04 \text{ mol}$$

D'après l'équation de mise en solution du chlorure de sodium,

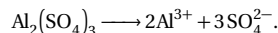
$$n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{NaCl}} = 0,04 \text{ mol}$$

D'après S18.1, on a :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2} &= \frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} \\ \Rightarrow n_{\text{Cl}_2} &= \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2} = \frac{0,04}{2} = 0,02 \text{ mol.} \end{aligned}$$

Solution 3. (p. 192)

3.1. Équation de mise en solution de $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$



3.2. Equation traduisant l'électroneutralité

En tenant compte de la valence des ions, cette équation s'écrit :

$$3[\text{Al}^{3+}] = 2[\text{SO}_4^{2-}].$$

3.3. 3.3.1. Concentration des ions Al^{3+}

D'après l'équation de l'électroneutralité,

$$\begin{aligned} 3[\text{Al}^{3+}] &= 2[\text{SO}_4^{2-}] \\ \Rightarrow [\text{Al}^{3+}] &= \frac{2}{3}[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{2}{3} \cdot 0,3 = 0,2 \text{ mol.} \end{aligned}$$

3.3.2. Masse du sulfate d'aluminium

Par définition,

$$\begin{aligned} n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= \frac{m_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}}{M_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}} \\ \Rightarrow m_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} \cdot M_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}. \end{aligned}$$

Le bilan molaire de l'équation de mise en solution de $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ permet d'écrire la relation de proportionnalité suivante :

$$\frac{n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}}{1} = \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{2} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{3}. \quad (\text{S18.1})$$

De S18.1, on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}}{1} &= \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{2} \Rightarrow n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} = \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{2} \\ \text{avec } n_{\text{Al}^{3+}} &= [\text{Al}^{3+}] \cdot V = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \text{ mol} \\ \Rightarrow n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= \frac{0,02}{2} = 0,01 \text{ mol.} \end{aligned}$$

18.5. Solutions des exercices et problèmes

D'où

$$\begin{aligned} m_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= n_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} \cdot M_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3}; \\ m_{\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3} &= 0,01 \cdot [(2 \cdot 27) + (3 \cdot 32,1) + (12 \cdot 16)] \\ &= 3,42 \text{ g.} \end{aligned}$$

Solution 4. (p. 193)**4.1. Observations à faire sur l'écriture des ions**

Certains ions sont mal écrits; ainsi il fallait écrire : Ca^{2+} et non Ca^{++} ; Mg^{2+} et non Mg^{++} ; SO_4^{2-} et non SO_4^{--} .

4.2. Calcul de la concentration molaire des différents ions

Prenons pour exemple de calcul, le cas de l'ion sulfate (SO_4^{2-}).

Notons que les valeurs portées par l'étiquette sont des concentrations massiques.

Calculons la masse de SO_4^{2-} dans 1 litre de cette eau.

Par définition :

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{m_{\text{SO}_4^{2-}}}{V} \\ \Rightarrow m_{\text{SO}_4^{2-}} &= c_m \cdot V = 2 \times 10^{-3} \cdot 1 \\ &= 2 \times 10^{-3} \text{ g.} \end{aligned}$$

Calculons le nombre de mole de SO_4^{2-} dans 1 litre de cette eau. Ce nombre nous donne la concentration molaire de l'ion SO_4^{2-} :

$$n_{\text{SO}_4^{2-}} = \frac{m_{\text{SO}_4^{2-}}}{M_{\text{SO}_4^{2-}}}$$

En négligeant la masse des électrons devant celle du noyau d'un atome, la masse molaire d'un ion est égale à la somme des masses molaires des atomes qui constituent cet ion. (Voir chapitre 17).

$$M_{\text{SO}_4^{2-}} \approx M_S + 4M_O = 32,1 + (4 \cdot 16) = 96,1 \text{ g mol}^{-1}.$$

D'où

$$\begin{aligned} n_{\text{SO}_4^{2-}} &= \frac{m_{\text{SO}_4^{2-}}}{M_{\text{SO}_4^{2-}}} = \frac{2 \times 10^{-3}}{96,1} = 2,08 \times 10^{-5} \text{ mol} \\ \Rightarrow [\text{SO}_4^{2-}] &= 2,08 \times 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Les autres concentrations sont calculées de la même manière.

Ions		Masse molaire	Conc. en g L^{-1}	Conc. en mol L^{-1}
Calcium	Ca^{2+}	40,1	0,032	$7,48 \times 10^{-4}$
Magnésium	Mg^{2+}	24,3	0,021	$8,64 \times 10^{-4}$
Potassium	K^+	39,1	0,010	$2,55 \times 10^{-4}$
Sodium	Na^+	23,0	0,001	$4,34 \times 10^{-5}$
Bicarbonate	HCO_3^-	61,0	0,217	$33,57 \times 10^{-4}$
Sulfate	SO_4^{2-}	96,1	0,002	$2,08 \times 10^{-4}$
Chlorure	Cl^-	35,5	0,001	$2,82 \times 10^{-5}$

4.3. Vérifions l'électroneutralité de la solution

La solution est électriquement neutre si son équation

d'électroneutralité est vérifiée.

Cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned} 2[\text{Ca}^{2+}] + 2[\text{Mg}^{2+}] + [\text{K}^+] + [\text{Na}^+] \\ = [\text{HCO}_3^-] + 2[\text{SO}_4^{2-}] + [\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-]. \end{aligned}$$

Calculons le premier membre de l'égalité :

$$\begin{aligned} 2[\text{Ca}^{2+}] + 2[\text{Mg}^{2+}] + [\text{K}^+] + [\text{Na}^+] \\ = 2 \times 7,48 \times 10^{-4} + 2 \times 8,64 \times 10^{-4} + 2,55 \times 10^{-4} \\ + 4,34 \times 10^{-5} = 3,5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Calculons le second membre de l'égalité :

$$\begin{aligned} [\text{HCO}_3^-] + 2[\text{SO}_4^{2-}] + [\text{Cl}^-] + [\text{NO}_3^-] \\ = 33,57 \times 10^{-4} + 2 \times 2,08 \times 10^{-5} + 2,82 \times 10^{-5} + 0 \\ = 3,4 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

En admettant que

$$3,5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1} \approx 3,4 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$$

nous concluons que l'électroneutralité est vérifiée.

Solution 5. (p. 193)

Etablissons la relation entre la solubilité d'un soluté et la concentration molaire C d'une solution saturée de ce soluté.

$$\begin{aligned} c &= \frac{n}{V} \text{ où} \\ n &= \frac{m}{M} \Rightarrow \\ c &= \frac{m}{M} \frac{1}{V} = \frac{m}{V} \frac{1}{M}. \end{aligned}$$

Or pour une solution saturée, m/V est la solubilité. Donc

$$c = \frac{\text{solubilité}}{M}$$

Solide	Masse molaire	C (mol L^{-1})	Solubilité (g L^{-1})
Nitrate d'ammonium			
NH_4NO_3	80	24	1920
Hydroxyde de sodium			
NaOH	40	23	920
Chlorure de sodium			
NaCl	58,5	6,24	365
Sulfate de sodium			
Na_2SO_4	142,1	1,37	195
Hydroxyde de calcium			
Ca(OH)_2	74,1	0,023	1,7
Sulfate de baryum			
BaSO_4	233,4	9×10^{-6}	$2,2 \times 10^{-3}$

Solution 6. (p. 193)**6.1. Concentration de la solution obtenue**

Calculons le nombre de mole de l'hydrogénocarbonate de sodium dans 3 g.

$$n_{\text{NaHCO}_3} = \frac{m_{\text{NaHCO}_3}}{M_{\text{NaHCO}_3}} = \frac{3}{23 + 1 + 12 + 16 \cdot 3} = 0,036 \text{ mol}$$

D'où la concentration de la solution.

$$c_{\text{NaHCO}_3} = \frac{n_{\text{NaHCO}_3}}{V} \quad \text{où} \quad V = \frac{2}{3} \cdot 0,15 = 0,1 \text{ L};$$

$$c_{\text{NaHCO}_3} = \frac{0,036}{0,1} = 0,36 \text{ mol L}^{-1}.$$

6.2. Nombre de cuillerées à verser pour saturer la solution

Établissons la relation entre la solubilité d'un soluté et la concentration molaire C d'une solution saturée de ce soluté.

$$c = \frac{n}{V} \quad \text{avec}$$

$$n = \frac{m}{M} \Rightarrow$$

$$c = \frac{m}{M} \cdot \frac{1}{V} = \frac{m}{V} \cdot \frac{1}{M}.$$

Or pour une solution saturée, m/V est la solubilité. Donc

$$c = \frac{\text{solubilité}}{M}$$

Calculons la concentration de la solution saturée.

$$c = \frac{\text{solubilité}}{M} = \frac{70}{84} = 0,83 \text{ mol}^{-1}$$

Le nombre de mole de NaHCO_3 contenu dans cette solution est :

$$n = c \cdot V = 0,83 \cdot 0,1 = 0,083 \text{ mol}.$$

Masse de NaHCO_3 dans la solution saturée :

$$m = n \cdot M = 0,083 \cdot 84 = 6,72 \text{ g}$$

D'où le nombre de cuillerées : $6,72 : 3 = 2,24$ cuillerées.

Solution 7. (p. 193)**7.1. Masse de sulfate de sodium à dissoudre**

Par définition, la quantité de matière de matière est donnée par les deux expressions suivantes :

$$n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = c_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V_{\text{Na}_2\text{SO}_4}; \quad (\text{S18.1})$$

$$n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = \frac{m_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{M_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}. \quad (\text{S18.2})$$

Identifions S18.1 et S18.2

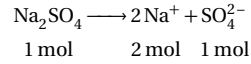
$$c_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = \frac{m_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{M_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = c_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot M_{\text{Na}_2\text{SO}_4};$$

$$m_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 0,25 \cdot 0,2 \cdot [23 \cdot 2 + 32,1 + 16 \cdot 4] = 7,1 \text{ g}.$$

7.2. Quantité de matière de chacun des ions

Écrivons l'équation de mise en solution de sulfate de sodium.



Le bilan molaire permet d'écrire :

$$\frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{2} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1}. \quad (\text{S18.3})$$

Quantité de matière du sulfate de sodium dans 10 cm^3 de solution

$$n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = c_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 0,25 \cdot 0,01 = 0,0025 \text{ mol}$$

De S18.3, on tire les quantités de matière d'ions sodium et sulfate.

$$\frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{2}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Na}^+} = 2n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 2 \times 2,5 \times 10^{-3}$$

$$= 5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1};$$

$$\frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1} \Rightarrow$$

$$n_{\text{SO}_4^{2-}} = n_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mg L}^{-3}.$$

7.3. Vérifions l'électroneutralité de la solution

Écrivons, pour la solution du sulfate de sodium, l'équation de l'électroneutralité :

$$[\text{Na}^+] = 2[\text{SO}_4^{2-}].$$

Calculons alors les concentrations des ions sodium et sulfate :

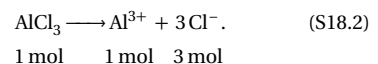
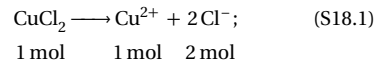
$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V} = \frac{5 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0,5 \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{V} = \frac{2,5 \times 10^{-3}}{10^{-2}} = 0,25 \text{ mol L}^{-1}.$$

Numériquement, nous constatons que :

$$0,5 = 2 \cdot 0,25.$$

L'équation de l'électroneutralité est alors vérifiée.

Solution 8. (p. 193)**8.1. Équations de mise en solution des solides ioniques**

Bilan des ions en solution.

Les ions présents en solution sont : Cu^{2+} ; Al^{3+} ; Cl^- .

8.2. Couleur de la solution

Les propriétés des solutions ioniques sont celles des ions qui les constituent. En particulier, la couleur d'une solution est celle des ions solvatés qu'elle contient.

Ainsi, parmi les ions présents dans la solution ci-dessus, seul Cu^{2+} a une couleur bleue, les ions Al^{3+} et Cl^- étant

18.5. Solutions des exercices et problèmes

incolores. Donc la solution obtenue est bleue.

8.3. Calcul des concentrations des différents ions

Remarquons d'abord que l'ion Cu^{2+} provient uniquement de CuCl_2 ; l'ion Al^{3+} a une seule source : AlCl_3 ; Par contre l'ion Cl^- provient de CuCl_2 et de AlCl_3 .

■ Calcul de $[\text{Cu}^{2+}]$

D'après le bilan molaire de l'équation de mise en solution S18.1,

$$\frac{n_{\text{CuCl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{2}. \quad (\text{S18.3})$$

De S18.3, on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{CuCl}_2}}{1} &= \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} \\ \Rightarrow n_{\text{Cu}^{2+}} &= n_{\text{CuCl}_2} = \frac{m_{\text{CuCl}_2}}{M_{\text{CuCl}_2}}; \\ n_{\text{Cu}^{2+}} &= \frac{2}{63,5 + 2 \cdot 35,5} = 0,015 \text{ mol.} \end{aligned}$$

La concentration des ions Cu^{2+} est donc :

$$[\text{Cu}^{2+}] = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{V} = \frac{0,015}{0,5} = 0,03 \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Calcul de $[\text{Al}^{3+}]$

D'après le bilan molaire de l'équation de mise en solution S18.2,

$$\frac{n_{\text{AlCl}_3}}{1} = \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{3}. \quad (\text{S18.4})$$

De S18.4, on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{AlCl}_3}}{1} &= \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{1} \\ \Rightarrow n_{\text{Al}^{3+}} &= n_{\text{AlCl}_3} = \frac{m_{\text{AlCl}_3}}{M_{\text{AlCl}_3}}; \\ n_{\text{Al}^{3+}} &= \frac{2}{27 + 3 \cdot 35,5} = 0,015 \text{ mol.} \end{aligned}$$

La concentration des ions Al^{3+} est donc :

$$[\text{Al}^{3+}] = \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{V} = \frac{0,015}{0,5} = 0,03 \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Calcul de $[\text{Cl}^-]$

Le nombre de mole d'ions Cl^- en solution est : $n_{\text{Cl}^-} = n_1 + n_2$ où n_1 est le nombre de moles d'ions Cl^- provenant de CuCl_2 et n_2 le nombre de moles d'ions provenant de AlCl_3 .

D'après le bilan molaire des équations de mise en solution S18.1 et S18.2, on a :

$$\begin{aligned} n_1 &= 2n_{\text{CuCl}_2} = 2 \cdot 0,015 = 0,030 \text{ mol;} \\ n_2 &= 3n_{\text{AlCl}_3} = 3 \cdot 0,015 = 0,045 \text{ mol.} \end{aligned}$$

Donc

$$n_{\text{Cl}^-} = 0,030 + 0,045 = 0,075 \text{ mol}$$

D'où :

$$[\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V} = \frac{0,075}{0,5} = 0,15 \text{ mol L}^{-1}.$$

8.4. Vérifions l'électroneutralité de la solution

L'équation d'électroneutralité pour cette solution s'écrit :

$$2[\text{Cu}^{2+}] + 3[\text{Al}^{3+}] = [\text{Cl}^-].$$

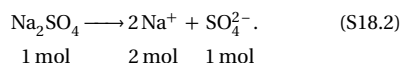
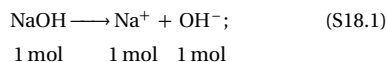
D'après les résultats numériques,

$$\begin{aligned} 2[\text{Cu}^{2+}] + 3[\text{Al}^{3+}] &= 2 \cdot 0,03 + 3 \cdot 0,03 = 0,15 \text{ mol L}^{-1}; \\ [\text{Cl}^-] &= 0,15 \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Nous constatons que l'équation d'électroneutralité est vérifiée. Donc la solution est électriquement neutre.

Solution 9. (p. 193)

■ Équations de mise en solution de l'hydroxyde de sodium et du sulfate de sodium



Bilan des ions en solution

Les ions présents en solution sont : Na^+ ; SO_4^{2-} ; OH^- .

Calcul des concentrations des différents ions

Les ions OH^- proviennent de NaOH . Les ions SO_4^{2-} proviennent de Na_2SO_4 . Les ions Na^+ proviennent de NaOH et Na_2SO_4 .

■ Calcul de $[\text{OH}^-]$

D'après le bilan molaire de l'équation de mise en solution S18.1,

$$\frac{n_{\text{NaOH}}}{1} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{1}. \quad (\text{S18.3})$$

De S18.3, on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{NaOH}}}{1} &= \frac{n_{\text{OH}^-}}{1} \Leftrightarrow n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}}; \\ n_{\text{OH}^-} &= c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}} = 10^{-1} \cdot 0,05 = 0,005 \text{ mol.} \end{aligned}$$

La concentration des ions OH^- est donc :

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V} = \frac{0,005}{0,05 + 0,1} = 0,033 \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Calcul de $[\text{SO}_4^{2-}]$

D'après le bilan molaire de l'équation de mise en solution S18.2,

$$\frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{2} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1}. \quad (\text{S18.4})$$

De S18.4, on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} &= \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1} \Rightarrow n_{\text{SO}_4^{2-}} = n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}; \\ n_{\text{SO}_4^{2-}} &= c_{\text{Na}_2\text{SO}_4} \cdot V_{\text{Na}_2\text{SO}_4} = 0,1 \cdot 0,2 = 0,02 \text{ mol.} \end{aligned}$$

La concentration des ions SO_4^{2-} est donc :

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{V} = \frac{0,02}{0,05 + 0,1} = 0,13 \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Calcul de $[\text{Na}^+]$

L'équation d'électroneutralité pour cette solution s'écrit :

$$\begin{aligned} 2[\text{SO}_4^{2-}] + [\text{OH}^-] &= [\text{Na}^+]; \\ [\text{Na}^+] &= 2 \cdot 0,133 + 0,033 \approx 0,3 \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Solution 10. (p. 193)**10.1.** Il s'agit d'une opération de dilution simple.**10.2.** Calcul du volume d'eau

Soient

- V_i le volume de la solution initiale,
- c_i la concentration de la solution initiale,
- V_f le volume de la solution obtenue,
- c_f la concentration de la solution obtenue.

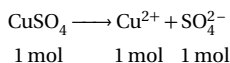
Au cours de cette dilution, le nombre de mole de chlorure de sodium ne varie pas. Donc :

$$c_i \cdot V_i = c_f \cdot V_f$$

$$\Rightarrow V_f = \frac{c_i \cdot V_i}{c_f} = \frac{0,1 \cdot 0,025}{0,01} = 0,25 \text{ L} = 250 \text{ mL}$$

Le volume d'eau à ajouter est de : $250 - 25 = 225 \text{ mL}$.**Solution 11. (p. 193)****11.1.** Masse de sulfate de cuivre anhydre nécessaire

Écrivons l'équation de mise en solution de sulfate de cuivre.



Le bilan molaire permet d'écrire :

$$\frac{n_{\text{CuSO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1}. \quad (\text{S18.1})$$

Calculons le nombre de mole d'ions Cu^{2+} dans la solution.

$$[\text{Cu}^{2+}] = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{V}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Cu}^{2+}} = V[\text{Cu}^{2+}] = 0,5 \cdot 0,25 = 0,125 \text{ mol.}$$

De S18.1, on tire :

$$\frac{n_{\text{CuSO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{CuSO}_4} = n_{\text{Cu}^{2+}} = 0,125 \text{ mol.}$$

La masse de sulfate de cuivre anhydre est donc :

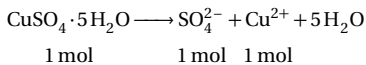
$$m_{\text{CuSO}_4} = n_{\text{CuSO}_4} \cdot M_{\text{CuSO}_4}$$

$$= 0,125 \cdot (63,5 + 32,1 + 4 \cdot 16)$$

$$= 19,95 \approx 20 \text{ g.}$$

11.2. Lorsque le solide ionique est hydraté

L'équation de mise en solution est :



La démarche est la même. On obtient :

$$m_{\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}} = n_{\text{Cu}^{2+}} \cdot M_{\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}};$$

$$M_{\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}} = M_{\text{CuSO}_4} + 5M_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$= 159,6 + 5 \cdot 18 = 249,6 \text{ g mol}^{-1};$$

$$m_{\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}} = 0,125 \cdot 249,6 = 31,2 \text{ g.}$$

Solution 12. (p. 193)**12.1.** Masse molaire M_s du sel de Mohr

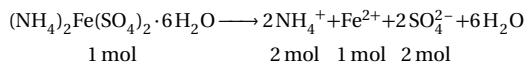
$$M_s = M_{[(\text{NH}_4)_2\text{Fe}(\text{SO}_4)_2]} + 6M_{\text{H}_2\text{O}}$$

$$= 2 \cdot (14 + 4 \cdot 1) + 55,8 + 2 \cdot (32,1 + 4 \cdot 16)$$

$$+ 6 \cdot (2 \cdot 1 + 16) = 392 \text{ g mol}^{-1}$$

12.2. Concentration molaires des différents ions en solution

Équation de mise en solution de sel de Mohr



Le bilan molaire permet d'écrire :

$$\frac{n_s}{1} = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{NH}_4^+}}{2} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{2}. \quad (\text{S18.1})$$

Calculons alors la quantité de matière n_s du sel de Mohr mise en solution.

$$n_s = \frac{m}{M_s} = \frac{0,8}{392} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

- Concentration de Fe^{2+} dans la solution :
D'après S18.1,

$$\frac{n_s}{1} = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{1} \Rightarrow n_s = 2 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

Nous pouvons alors calculer :

$$[\text{Fe}^{2+}] = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{V} = \frac{2 \times 10^{-3}}{0,1} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Concentration de NH_4^+ dans la solution :
D'après (S18.1),

$$\frac{n_s}{1} = \frac{n_{\text{NH}_4^+}}{2} \Rightarrow n_{\text{NH}_4^+} = 2n_s = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

Nous pouvons alors calculer :

$$[\text{NH}_4^+] = \frac{n_{\text{NH}_4^+}}{V} = \frac{4 \times 10^{-3}}{0,1} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Concentration de SO_4^{2-} dans la solution :
D'après (S18.1),

$$\frac{n_s}{1} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{2} \Rightarrow n_{\text{SO}_4^{2-}} = 2n_s = 4 \times 10^{-3} \text{ mol.}$$

Nous pouvons alors calculer :

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{V} = \frac{4 \times 10^{-3}}{0,1} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

12.3. Vérifions l'électroneutralité de cette solution

L'équation d'électroneutralité pour cette solution s'écrit :

$$2[\text{Fe}^{2+}] + [\text{NH}_4^+] = 2[\text{SO}_4^{2-}].$$

D'après les résultats numériques,

$$2[\text{Fe}^{2+}] + [\text{NH}_4^+] = 2 \times 2 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-2}$$

$$= 8 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1};$$

$$2[\text{SO}_4^{2-}] = 2 \times 4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

Nous constatons que l'équation d'électroneutralité est vérifiée. Donc la solution est électriquement neutre.

Le chlorure d'hydrogène l'acide chlorhydrique

19.1	Le chlorure d'hydrogène	200
19.1.1	Propriétés physiques	200
19.1.2	Structure	200
19.1.3	Préparation du chlorure d'hydrogène	200
19.2	Solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène	200
19.2.1	Structure des solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène	201
19.2.2	Propriétés chimiques des solutions de chlorure d'hydrogène	201
19.3	D'autres exemples de solutions acides	203
19.4	Généralisation : Acide de Brønsted	203
19.5	Enoncés des exercices et problèmes	204
19.6	Solutions des exercices et problèmes	205

19.1 Le chlorure d'hydrogène

19.1.1 Propriétés physiques

- Dans les conditions habituelles, le chlorure d'hydrogène est un *gaz incolore, d'odeur piquante*.
- Sa densité par rapport à l'air est 1,26. Il est donc plus dense que l'air.
- Le chlorure d'hydrogène est un gaz facilement liquéfiable; sous une pression de 1 atmosphère, il se liquéfie à -85°C . Cette propriété explique le transport et la livraison du chlorure d'hydrogène dans les bouteilles d'acier où il est maintenu à l'état liquide.
- Le chlorure d'hydrogène est très *soluble dans l'eau*. A 20°C un litre d'eau peut dissoudre jusqu'à 475 litres de chlorure d'hydrogène. Cette dissolution est exothermique et très rapide ainsi que le montre l'expérience du jet d'eau. Un ballon d'environ un litre est rempli de chlorure d'hydrogène bien sec, puis fermé par un bouchon à travers lequel on a fait passer un tube effilé. On y adapte un tube en caoutchouc, initialement fermé à l'aide d'une pince. Le tube en caoutchouc est plongé dans l'eau d'un cristalliseur contenant quelques gouttes d'hélianthine (jaune dans l'eau).

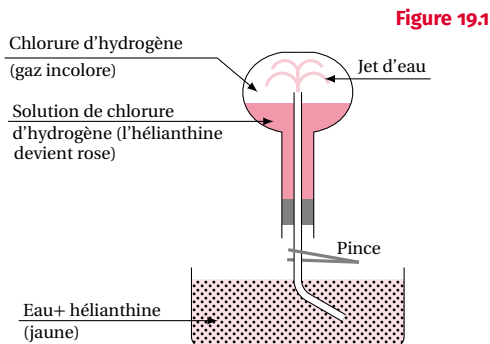


Figure 19.1

Lorsqu'on ouvre la pince, on constate que le liquide pénètre d'abord lentement dans le tube; puis brusquement, un jet d'eau puissant jaillit et le liquide emplit rapidement la totalité du ballon. La solution dans le tube est alors colorée en rose.

Interprétation de cette observation

Dès que l'eau et le chlorure d'hydrogène sont au contact, celui-ci se dissout très rapidement. Il en résulte une dépression dans le ballon (la pression y devient inférieure à la pression atmosphérique) qui provoque l'as-cension brutale de l'eau dans le tube.

19.1.2 Structure

Comme tous les composés gazeux, le chlorure d'hydrogène HCl a une structure moléculaire (Voir chapitre 15).

19.1.3 Préparation du chlorure d'hydrogène

Par action de l'acide sulfurique concentré sur le chlorure de sodium

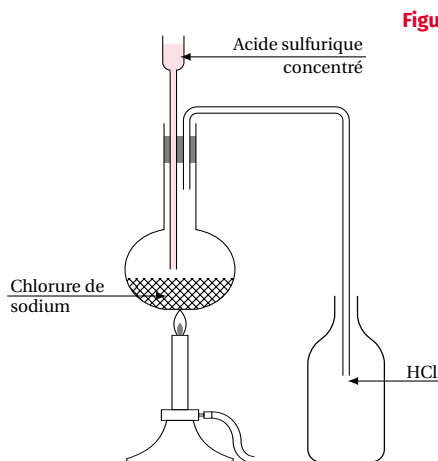
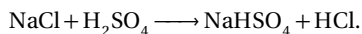


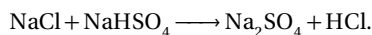
Figure 19.2

On verse de l'acide sulfurique concentré sur du chlorure de sodium chauffé. Il se dégage du chlorure d'hydrogène.

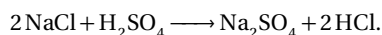
A température plus élevée, il se forme de l'hydrogéné-sulfate de sodium (NaHSO_4).



- Si la température atteint 400°C , une autre réaction se produit simultanément :

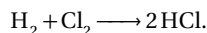


- Le bilan de ces deux réactions peut s'écrire :



Par action du dichlore sur l'hydrogène

Enflammons dans l'air un courant d'hydrogène sortant d'un tube effilé. Introduisons le tube dans un flacon du dichlore. L'hydrogène continue à brûler, la flamme, bleue dans l'air, est devenue blanche et la coloration jaune-verdâtre du dichlore disparaît. Cette réaction fortement exothermique a pour équation-bilan :



19.2 Solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène

19.2.1 Structure des solutions aqueuses de chlorure d'hydrogène

La mise en solution du chlorure d'hydrogène est très exothermique : il s'agit d'une véritable réaction chimique. Nous allons étudier la structure de la solution obtenue.

Expérience

Réalisons un circuit comprenant en série :

- Un générateur de courant continu.
- Une ampoule.
- Un électrolyseur et un interrupteur.

L'interrupteur étant fermé,

1. L'électrolyseur contient de l'eau distillée. La lampe ne brille pas et aucun phénomène n'est visible dans l'électrolyseur.

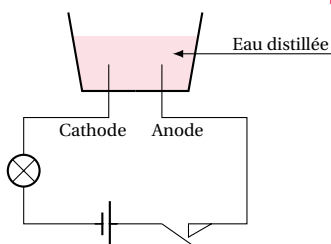


Figure 19.3

2. L'électrolyseur contient une solution de chlorure d'hydrogène. La lampe s'allume et on observe des dégagements gazeux aux électrodes :

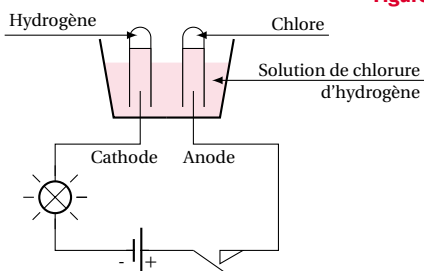


Figure 19.4

- Le gaz recueilli à la cathode est le dihydrogène (caractérisé par la détonation à l'approche d'une flamme).
- A l'anode, le gaz recueilli est le dichlore qui se

dissout en partie dans l'eau et décolore l'indigo.

Interprétation

La solution de chlorure d'hydrogène dans l'eau conduit le courant électrique : elle contient des ions.

Ces ions apparaissent lors de la dissolution du chlorure d'hydrogène dans l'eau. L'équation-bilan de la réaction s'écrit :

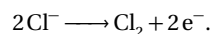


Au cours de cette réaction, la molécule d'eau arrache un proton H^+ à la molécule de chlorure d'hydrogène, donnant l'ion hydronium H_3O^+ . Il s'est formé simultanément un ion chlorure Cl^- .

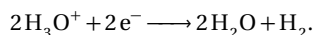
Dans la solution, il n'y a plus de molécules de chlorure d'hydrogène. On dit que l'ionisation est totale.

Les réactions d'oxydoréduction aux électrodes peuvent s'écrire :

A l'anode ;



A la cathode :



Conclusion: Le chlorure d'hydrogène a une structure moléculaire, mais ses solutions aqueuses ont une structure ionique.

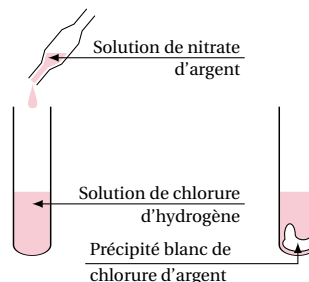
19.2.2 Propriétés chimiques des solutions de chlorure d'hydrogène

Ces solutions contiennent deux types d'ions : ion chlorure Cl^- et ion hydronium H_3O^+ .

Les solutions de chlorure d'hydrogène ont donc les propriétés des ions chlorure et des ions hydronium.

Les propriétés des ions chlorure Cl^-

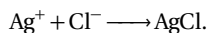
Figure 19.5



Versons quelques gouttes de nitrate d'argent dans un tube à essai contenant une solution de chlorure d'hydrogène.

On observe aussitôt un précipité blanc qui noircit à la lumière : il s'agit du chlorure d'argent qui apparaît à l'état solide car il est insoluble dans l'eau.

Le ions Ag^+ et Cl^- réagissent entre eux selon :



Au cours de cette expérience, les ions H_3O^+ et NO_3^- ne réagissent pas. Ils demeurent dans la solution. On les appelle *ions spectateurs*. Ils ne figurent donc pas dans l'équation-bilan.

Notons que cette réaction est très importante car elle permet d'identifier les ions chlorure.

Les propriétés des ions hydronium H_3O^+

Action sur les indicateurs colorés

Certains substances colorées sont sensibles à la présence des ions H_3O^+ . Cette sensibilité se traduit par le changement de leur couleur. Ce sont les indicateurs colorés. Bien qu'il existe plusieurs types d'indicateurs colorés, nous utiliserons pour le moment trois indicateurs : l'hélianthine, le bleu de bromothymol (B.B.T.) et la phénolphthaléine. Ces indicateurs seront utilisés en très faible quantité (quelques gouttes suffisent pour un tube à essai).

Expérience

Nous disposons de trois tubes à essai contenant de l'eau distillée. Dans le premier ajoutons 3 gouttes d'hélianthine, dans le second 3 gouttes du bleu de bromothymol, et dans le troisième 3 gouttes de phénolphthaléine. Ces trois tubes serviront de tubes témoins.

Refaisons la manipulation avec 3 autres tubes contenant une solution de chlorure d'hydrogène et observons les éventuels changement de couleur (qu'on appelle *virage*) des indicateurs par comparaison avec les tubes témoins correspondants. Le tableau ci-dessous résume les observations :

	eau distillée	solution de HCl
hélianthine	jaune	rose
bleu de bromothymol	vert	jaune
phénolphthaléine	incolore	incolore

Si on ajoute quelques grains de chlorure de sodium dans les tubes témoins, les indicateurs ne changent pas de teinte. Donc les ions chlorure n'ont aucun effet sur les indicateurs colorés.

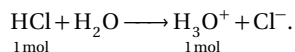
Le changement de couleur des indicateurs colorés est dû à la présence des ions hydronium H_3O^+ .

Les solutions qui font virer les indicateurs colorés comme la solution de chlorure d'hydrogène sont appelées *solutions acides*. *Le caractère acide de ces solutions est dû à la présence des ions H_3O^+ .*

La solution aqueuse de chlorure d'hydrogène est une solution acide. On l'appelle *acide chlorhydrique* noté ($\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-$).

L'acide chlorhydrique est un *acide fort* car il est *totallement ionisé en solution*.

D'autre part, c'est un monoacide car 1 mole de HCl libère 1 mole d'ions H_3O^+ suivant l'équation de mise en solution.



Remarque.

La saveur acide de certains fruits et du vinaigre est due aux ions H_3O^+ .

Action sur les métaux

Nous disposons dans des tubes à essai de la grenaille de zinc (a), de la limaille de fer (b), de la poudre d'aluminium (c), et des copeaux de cuivre (d).

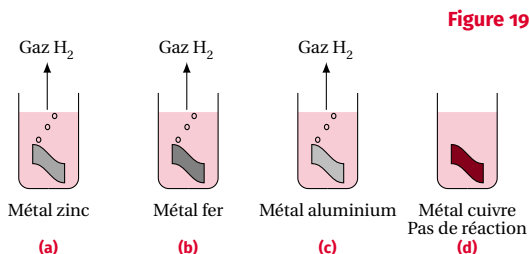
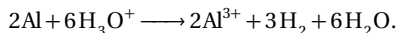
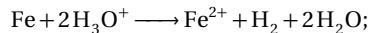
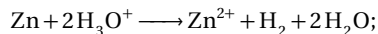


Figure 19.6

Ajoutons sur ces métaux une solution assez concentrée d'acide chlorhydrique.

La solution attaque les métaux zinc (a), fer (b) et aluminium (c) avec un dégagement de dihydrogène (H_2).

Les équations-bilan des réactions s'écrivent :



Les ions chlorure Cl^- sont des ions spectateurs qu'on ne fait pas apparaître dans l'écriture de l'équation-bilan.

Au cours de ces réactions, les métaux passent à l'état d'ions positifs. Ils ont *perdu des électrons*. Ils ont donc été oxydés. Ces électrons ont été *captés* par les protons H^+ des ions hydronium qui ont été *réduits*.

L'action de l'acide chlorhydrique sur un métal est donc une réaction d'*oxydoréduction*.

Les métaux précédents, qui ont cédé des électrons aux protons H^+ , sont dit *plus électropositifs* que l'hydrogène.

19.3. D'autres exemples de solutions acides

On constate que les solutions d'acide chlorhydrique n'attaquent ni le cuivre, ni l'or, ni l'argent car ces métaux sont moins électropositifs que l'hydrogène.

Donc les solutions d'acide chlorhydrique attaquent tous les métaux plus électropositifs que l'hydrogène.

Action sur l'hydroxyde de sodium

Composé très important en chimie, l'hydroxyde de sodium fera l'objet du chapitre suivant.

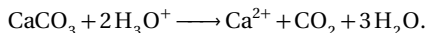
Notons tout simplement, qu'en mélangeant une solution d'acide chlorhydrique et une solution d'hydroxyde de sodium, toutes deux à température t_0 , on observe une élévation de température : il s'est donc produit une réaction chimique exothermique.

Action sur le carbonate de calcium (Calcaire)

Le carbonate de calcium est le principal composant des roches calcaires. La plupart des craies utilisées pour écrire au tableau sont du calcaire.

Versons un peu d'acide chlorhydrique sur un morceau de craie : on observe une effervescence. Le gaz dégagé produit un trouble de l'eau de chaux : c'est du dioxyde de carbone CO_2 .

L'équation-bilan de la réaction s'écrit :



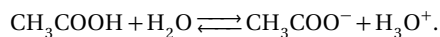
Les ions chlorure Cl^- , spectateurs, ne figurent pas dans l'équation-bilan.

Cette réaction est utilisée par les géologues pour reconnaître les roches calcaires. Elle permet également de préparer du dioxyde de carbone au laboratoire.

L'action de l'acide nitrique sur les métaux est différente de celle de l'acide chlorhydrique, à cause des propriétés oxydantes de l'ion nitrate NO_3^- . Par exemple, l'acide nitrique attaque le cuivre, métal moins électropositif que l'hydrogène. Dans ce cas il n'y a pas dégagement de dihydrogène, mais du monoxyde d'azote NO (gaz incolore qui devient roux au contact de l'air).

■ L'acide éthanoïque CH_3COOH .

Appelé couramment acide acétique, c'est le principal constituant du vinaigre. Au cours de sa réaction avec l'eau, toutes les molécules ne sont pas transformées en ions. On dit que la réaction n'est pas totale, ce qu'on traduit dans l'équation-bilan par une double flèche.



On dit que l'acide éthanoïque est un acide faible.

■ L'acide phosphorique H_3PO_4 .

C'est un triacide. L'acidité des boissons au coca est due en partie à cet acide.

Les acides ci-dessus cités se trouvent au laboratoire sous forme concentrée. Pour les diluer, il faut prendre beaucoup de précautions, par exemple en versant l'acide dans l'eau. En effet, lorsqu'on verse l'eau dans l'acide concentré, il y a des risques de projection.

■ Quelques acides naturels.

■ L'acide citrique (contenu dans le citron et de nombreux fruits).

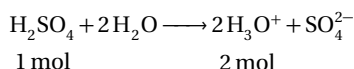
■ L'acide lactique (qui se forme lors de la fermentation du lait).

19.3 D'autres exemples de solutions acides

Il existe de nombreuses solutions acides. Nous citons les principaux acides utilisés au laboratoire :

■ L'acide sulfurique.

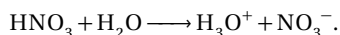
C'est un acide fort, car il est totalement ionisé en solution. L'équation-bilan de sa mise en solution s'écrit :



1 mole de H_2SO_4 libère 2 moles de H_3O^+ : l'acide sulfurique est un *diacide*. Dilué, ses propriétés acides sont comparables à celles de l'acide chlorhydrique.

■ L'acide nitrique HNO_3 .

C'est un *monoacide fort*. Son action sur l'eau a pour équation-bilan,



19.4 Généralisation : Acide de Brønsted

D'une manière générale, on appelle acide tout corps susceptible de céder un ou plusieurs protons H^+ au cours d'une réaction chimique.

Cette définition est due à Brønsted¹.

1. Johannes Nicolaus Brønsted (1879–1947), chimiste danois.

19.5 Énoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

La réaction entre le chlorure d'hydrogène et l'ammoniac produit des fumées blanches de chlorure d'ammonium.

1.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

1.2. On fait réagir 2,24 L de chlorure d'hydrogène sur un excès d'ammoniac. Quelle est la masse du produit obtenu?

1.3. Calculer le volume et la masse d'ammoniac consommé.

Les volumes sont mesurés dans les conditions normales de température et de pression.

Exercice 2.

Le dihydrogène brûle dans le dichlore en donnant du chlorure d'hydrogène. On brûle un excès de dihydrogène dans 200 cm³ de dichlore.

2.1. Quel volume de chlorure d'hydrogène obtiendra-t-on?

2.2. Quelle quantité, en moles, de dihydrogène a-t-elle été consommée?

Les volumes sont mesurés dans des conditions où le volume molaire vaut 25 L.

Exercice 3.

On dissout 120 cm³, volume mesuré dans des conditions où le volume molaire vaut 24 L, de chlorure d'hydrogène dans l'eau de façon à obtenir 250 cm³ de solution.

3.1. Quelle est la concentration molaire de la solution obtenue?

3.2. Déterminer la concentration des ions hydronium ainsi que celle des ions chlorure.

Exercice 4.

On dispose d'une solution aqueuse de chlorure d'hydrogène et d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque de même concentration : 10⁻² molL⁻¹. On veut déterminer la concentration des ions hydronium dans chaque solution. On trouve 10⁻² molL⁻¹ pour la première et 4 × 10⁻⁴ molL⁻¹ pour la seconde.

4.1. Expliquer cette différence. Que peut-on dire de chacun de ces acides?

4.2. Écrire l'équation-bilan de la réaction sur l'eau de chacun d'eux.

Exercice 5.

On fait agir de l'acide chlorhydrique en excès sur une roche calcaire.

5.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu.

5.2. Comment peut-on caractériser le gaz qui se dégage?

5.3. L'échantillon de roche contient 2,01 g de carbonate de calcium.

Quelle masse minimale de chlorure d'hydrogène a-t-il fallu dissoudre dans l'eau pour obtenir l'acide nécessaire à cette réaction?

Exercice 6.

6.1. Quel volume de dioxyde de carbone obtient-on par action d'acide chlorhydrique en excès sur 10 g de carbonate de calcium?

6.2. Le marbre est une roche contenant un fort pourcentage de carbonate de calcium. Un échantillon de 10 g de marbre libère, par action d'acide chlorhydrique en excès, 2 L de dioxyde de carbone. Calculer sa composition massique en carbonate de calcium, c'est-à-dire la masse de carbonate de calcium contenue dans 100 g de marbre. Le volume molaire sera pris égal à 25 L.

Exercice 7.

Quelle masse de fer faut-il faire réagir sur l'acide chlorhydrique en excès pour obtenir 13,4 L de dihydrogène, volume mesuré dans les conditions normales de température et de pression?

Exercice 8.

Quel volume de dihydrogène mesuré dans les conditions normales de température et de pression, obtient-on par attaque de 8,1 g d'aluminium par un excès d'acide chlorhydrique?

Exercice 9.

On prépare le dihydrogène au laboratoire par action de l'acide chlorhydrique sur le zinc.

9.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

9.2. Quelle masse de zinc faut-il attaquer par l'acide pour obtenir 1,2 L de dihydrogène, volume mesuré dans des conditions où le volume molaire vaut 24 L?

9.3. On dispose de 50 mL d'acide de concentration 1 molL⁻¹. Cette quantité est-elle suffisante pour réaliser l'expérience précédente?

Exercice 10.

On verse une solution aqueuse de nitrate d'argent dans 15 cm³ d'une solution chlorhydrique. Le précipité obtenu, lavé et séché, a une masse de 2,55 g.

Quelle est la concentration molaire de la solution chlorhydrique?

Exercice 11.

On dispose d'une solution aqueuse de composition inconnue.

Au cours d'une première expérience, on verse du nitrate

19.6. Solutions des exercices et problèmes

d'argent en excès dans 10 mL de solution. Il apparaît un précipité blanc qui, lavé et séché, a une masse de 1,44 g. Au cours d'une seconde expérience, on verse, dans un autre prélèvement de la solution, quelques gouttes de bleu de bromothymol qui prend la couleur jaune.

11.1. Quels ions contient cette solution ?

11.2. Quel est le nom de cette solution, sachant qu'elle ne contient pas d'autres ions que ceux mis en évidence dans l'expérience précédente ?

11.3. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a lieu au cours de la première expérience.

11.4. Calculer le nombre de moles d'ions de chaque espèce dans les 10 mL de la solution. En déduire la concentration de la solution.

Exercice 12.

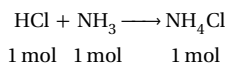
L'acide sulfurique concentré réagit sur le chlorure de sodium. On obtient un dégagement de chlorure d'hydrogène et il reste du sulfate de sodium.

12.1. Pourquoi ne peut-on pas recueillir le gaz sur la cuve à eau ?

Montrer qu'on peut le récupérer directement par déplacement d'air ?

12.2. Quel volume de chlorure d'hydrogène, mesuré dans les conditions normales de température et de pression, peut-on espérer obtenir à partir de 320 g de chlorure de sodium ?

19.6 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 204)**1.1. Équation-bilan de la réaction****1.2. Masse de chlorure d'ammonium obtenu**

A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{1} = \frac{n_{\text{NH}_3}}{1} = \frac{n_{\text{NH}_4\text{Cl}}}{1}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons le volume de chlorure d'hydrogène en quantité de matière.

Par définition,

$$n_{\text{HCl}} = \frac{v_{\text{HCl}}}{V_m} = \frac{2,24}{22,4} = 0,1 \text{ mol}$$

Calculons le nombre de mole de chlorure d'ammonium obtenu. D'après S19.1, on a :

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{1} = \frac{n_{\text{NH}_4\text{Cl}}}{1} \Rightarrow n_{\text{NH}_4\text{Cl}} = n_{\text{HCl}} = 0,1 \text{ mol}.$$

Calculons alors la masse de chlorure d'ammonium obtenu. Par définition,

$$n_{\text{NH}_4\text{Cl}} = \frac{m_{\text{NH}_4\text{Cl}}}{M_{\text{NH}_4\text{Cl}}} \Rightarrow m_{\text{NH}_4\text{Cl}} = n_{\text{NH}_4\text{Cl}} \cdot M_{\text{NH}_4\text{Cl}};$$

$$m_{\text{NH}_4\text{Cl}} = 0,1 \cdot (14 + 4 + 35,5) = 5,35 \text{ g}.$$

1.3. Calcul du volume de l'ammoniac consommé

D'après S19.1, on a :

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{1} = \frac{n_{\text{NH}_3}}{1} \Rightarrow n_{\text{NH}_3} = n_{\text{HCl}} = 0,1 \text{ mol}.$$

Calculons alors le volume de l'ammoniac consommé. Par définition,

$$n_{\text{NH}_3} = \frac{V_{\text{NH}_3}}{V_m} \Rightarrow V_{\text{NH}_3} = n_{\text{NH}_3} \cdot V_m = 0,1 \cdot 22,4 = 2,24 \text{ L}.$$

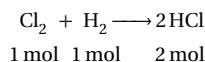
Calculons la masse de l'ammoniac consommé. Par définition,

$$n_{\text{NH}_3} = \frac{m_{\text{NH}_3}}{M_{\text{NH}_3}} \Rightarrow m_{\text{NH}_3} = n_{\text{NH}_3} \cdot M_{\text{NH}_3};$$

$$m_{\text{NH}_3} = 0,1 \cdot (14 + 3) = 1,7 \text{ g}.$$

Solution 2. (p. 204)**2.1. Volume de chlorure d'hydrogène obtenu.**

Équation-bilan de la réaction



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1} = \frac{n_{\text{HCl}}}{2}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons le volume de dichlore ($200 \text{ cm}^3 = 0,2 \text{ L}$) en quantité de matière. Par définition,

$$n_{\text{Cl}_2} = \frac{V_{\text{Cl}_2}}{V_m} = \frac{0,2}{25} = 0,008 \text{ mol}$$

Calculons le nombre de mole de chlorure d'hydrogène obtenu. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow n_{\text{HCl}} = 2n_{\text{Cl}_2} = 2 \cdot 0,008 = 0,016 \text{ mol.}$$

Calculons alors le volume de chlorure d'hydrogène obtenu. Par définition,

$$n_{\text{HCl}} = \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m} \Rightarrow V_{\text{HCl}} = n_{\text{HCl}} V_m = 0,016 \cdot 25 = 0,4 \text{ L}$$

2.2. Nombre de mole de dihydrogène consommé

D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1} \Rightarrow n_{\text{H}_2} = n_{\text{Cl}_2} = 0,008 \text{ mol.}$$

Solution 3. (p. 204)

3.1. Concentration molaire de la solution obtenue

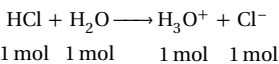
Calculons la quantité de matière contenu dans le volume ($120 \text{ cm}^3 = 0,12 \text{ L}$) de chlorure d'hydrogène. Par définition,

$$n_{\text{HCl}} = \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m} = \frac{0,12}{24} = 0,005 \text{ mol}$$

La concentration molaire de la solution obtenue est donc :

$$c_s = \frac{n_{\text{HCl}}}{V} = \frac{0,005}{0,25} = 0,02 \text{ mol L}^{-1}$$

3.2. Concentration molaire des ions de la solution obtenue. Équation-bilan de la réaction de mise en solution



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1}. \quad (\text{S19.1})$$

Concentrations des ions H_3O^+ et Cl^- . D'après S19.1 on en déduit :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{HCl}}}{1} &= \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} \Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCl}} = 0,005 \text{ mol} \\ \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] &= \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V} = \frac{0,005}{0,25} = 0,02 \text{ mol L}^{-1}; \\ \frac{n_{\text{HCl}}}{1} &= \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} \Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{HCl}} = 0,005 \text{ mol} \\ \Rightarrow [\text{Cl}^-] &= \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V} = \frac{0,005}{0,25} = 0,02 \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Solution 4. (p. 204)

4.1. Ces deux solutions acides de même concentration ne contiennent pas le même nombre d'ions H_3O^+ . Cette différence résulte du fait que ces acides ne s'ionisent pas de la même façon dans l'eau.

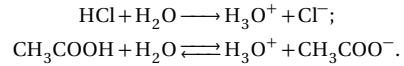
Comportement de chacun des acides

■ Pour la solution d'acide chlorhydrique, la concentra-

tion en ions hydronium est égale à la concentration de la solution. Ceci traduit le fait que l'acide chlorhydrique est totalement ionisé : *c'est acide fort*.

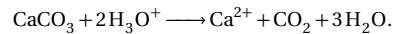
■ Pour la solution d'acide éthanóique, la concentration en ions hydronium est inférieure à la concentration de la solution. Ceci traduit le fait que l'acide éthanóique n'est pas totalement ionisé : *c'est acide faible*.

4.2. Équations-bilan de mise en solution de ces deux acides



Solution 5. (p. 204)

5.1. Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



L'ion chlorure est un ion spectateur, il ne figure pas dans l'équation-bilan.

5.2. Le gaz qui se dégage est le gaz carbonique. Il trouble l'eau de chaux.

5.3. Masse de chlorure d'hydrogène Déterminons d'abord le nombre de mole d'ion H_3O^+ qui participe à la réaction. A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} = \frac{n_{\text{Ca}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{3}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons la masse de carbonate de calcium ($2,01 \text{ g}$) en quantité de matière. Par définition,

$$n_{\text{CaCO}_3} = \frac{m_{\text{CaCO}_3}}{M_{\text{CaCO}_3}} = \frac{2,01}{40,1 + 12 + 16 \cdot 3} = 0,02008 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole d'ion H_3O^+ qui participe à la réaction. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} \Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 2n_{\text{CaCO}_3} = 2 \cdot 0,02 = 0,04 \text{ mol.}$$

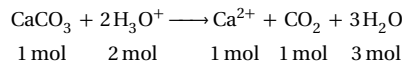
Le chlorure d'hydrogène est un monoacide acide fort ($n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCl}}$). La masse de chlorure d'hydrogène qu'il a fallu dissoudre est donc :

$$\begin{aligned} n_{\text{HCl}} &= \frac{m_{\text{HCl}}}{V_{\text{HCl}}} \Rightarrow m_{\text{HCl}} = n_{\text{HCl}} M_{\text{HCl}}; \\ m_{\text{HCl}} &= 0,04 \cdot (1 + 35,5) = 1,46 \text{ g.} \end{aligned}$$

Solution 6. (p. 204)

6.1. Volume de dioxyde de carbone obtenu

Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} = \frac{n_{\text{Ca}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{3}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons la masse de carbonate de calcium (10 g) en quantité de matière. Par définition,

$$n_{\text{CaCO}_3} = \frac{m_{\text{CaCO}_3}}{M_{\text{CaCO}_3}} = \frac{10}{40,1 + 12 + 16 \cdot 3} \approx 0,1 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole de CO_2 obtenu.

19.6. Solutions des exercices et problèmes

D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{1} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow n_{\text{CO}_2} = n_{\text{CaCO}_3} = 0,1 \text{ mol.}$$

Calculons alors le volume de CO_2 obtenu. Par définition,

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{v_{\text{CO}_2}}{V_m} \Rightarrow v_{\text{CO}_2} = n_{\text{CO}_2} \cdot V_m;$$

$$v_{\text{CO}_2} = 0,1 \cdot 25 = 2,5 \text{ L.}$$

6.2. Composition massique en CaCO_3 du marbre

Calculons la masse de calcaire contenu dans 10 g de marbre. Nombre de mole de CO_2 contenu dans 2 litres de matière.

$$n_{\text{CO}_2} = \frac{v_{\text{CO}_2}}{V_m} = \frac{2}{25} = 0,08 \text{ mol}$$

D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{CaCO}_3}}{1} = \frac{n_{\text{CO}_2}}{1} \Rightarrow n_{\text{CaCO}_3} = n_{\text{CO}_2} = 0,08 \text{ mol.}$$

Calculons alors la masse de CaCO_3 contenu dans 10 g.

$$n_{\text{CaCO}_3} = \frac{m_{\text{CaCO}_3}}{M_{\text{CaCO}_3}} \Rightarrow m_{\text{CaCO}_3} = n_{\text{CaCO}_3} \cdot M_{\text{CaCO}_3}$$

$$m_{\text{CaCO}_3} = 0,08 \cdot (40,1 + 12 + 16 \cdot 3) = 8 \text{ g.}$$

Composition massique du marbre.

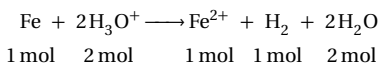
$$\left. \begin{array}{l} \text{dans 10 g de marbre} \longrightarrow 8 \text{ g de } \text{CaCO}_3 \\ 100 \text{ g de marbre} \longrightarrow x = ? \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \cdot 8}{10} = 80 \text{ g} \Rightarrow 80 \% \text{ de } \text{CaCO}_3.$$

Solution 7. (p. 204)

Calcul de la masse de fer

Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Fe}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} = \frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{2} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{2}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons le volume de dihydrogène obtenu (13,4 L) en quantité de matière. Par définition,

$$n_{\text{H}_2} = \frac{V_{\text{H}_2}}{V_m} = \frac{13,4}{22,4} \approx 0,6 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole du fer introduit.

D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{Fe}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1} \Rightarrow n_{\text{Fe}} = n_{\text{H}_2} = 0,6 \text{ mol.}$$

Calculons alors la masse de fer. Par définition,

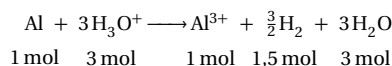
$$n_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}} \Rightarrow m_{\text{Fe}} = n_{\text{Fe}} \cdot M_{\text{Fe}};$$

$$m_{\text{Fe}} = 0,6 \cdot 55,8 = 33,48 \text{ g.}$$

Solution 8. (p. 204)

Volume du dihydrogène

Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



A partir du bilan molaire on peut écrire :

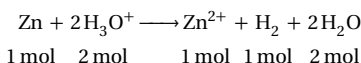
$$\frac{n_{\text{Al}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{3} = \frac{n_{\text{Al}^{3+}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1,5} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{3}. \quad (\text{S19.1})$$

En procédant de la même manière que pour les exercices précédents on trouve :

$$v_{\text{H}_2} = n_{\text{H}_2} \cdot V_m = 10,08 \text{ L}$$

Solution 9. (p. 204)

9.1. Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



9.2. Masse du zinc

A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Zn}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} = \frac{n_{\text{Zn}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{2}. \quad (\text{S19.1})$$

En procédant de la même manière que pour les exercices précédents on trouve : $m_{\text{Zn}} = 3,27 \text{ g.}$

9.3. Calculons le nombre de mole d'ion H_3O^+ nécessaire pour cette réaction. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{H}_2}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} \Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 2n_{\text{H}_2} = 2 \cdot \frac{V_{\text{H}_2}}{V_m};$$

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 2 \cdot \frac{1,2}{24} = 0,1 \text{ mol.}$$

Calculons le nombre de mole d'acide disponible dans 200 mL de solution.

L'acide chlorhydrique est un monoacide fort.

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{acide}} = c \cdot V = 1 \times 5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-2} \text{ mol}$$

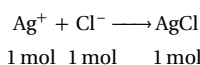
On constate le nombre de mole d'ions H_3O^+ nécessaire est supérieur au nombre de mole de H_3O^+ apporté. Nous concluons que la quantité d'acide est insuffisante.

Solution 10. (p. 204)

Calcul de la concentration molaire de la solution d'acide chlorhydrique

Les ions nitrate NO_3^- et hydronium H_3O^+ ne participent pas à la réaction. Ce sont des ions spectateurs.

Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Ag}^+}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{AgCl}}}{1}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons la masse de chlorure d'argent obtenu (2,55 g)

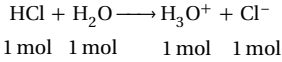
en quantité de matière.

$$n_{\text{AgCl}} = \frac{m_{\text{AgCl}}}{M_{\text{AgCl}}} = \frac{2,55}{107,9 + 35,5} \approx 0,018 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole d'ion Cl^- qui réagit. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{AgCl}}}{1} \Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{AgCl}} = 0,018 \text{ mol.}$$

L'équation d'ionisation de l'acide chlorhydrique est :



D'après cette équation,

$$n_{\text{HCl}} = n_{\text{Cl}^-} = 0,018 \text{ mol}$$

Par ailleurs, on a :

$$c_{\text{HCl}} = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_{\text{HCl}}} = \frac{0,018}{15 \times 10^{-3}} = 1,2 \text{ mol L}^{-1}$$

Solution 11. (p. 204)

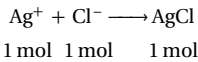
11.1. Nature des ions contenus dans la solution

- L'apparition du précipité blanc au cours de la première expérience, met en évidence les ions chlorure Cl^- dans la solution.
- La couleur jaune de bleu de bromothymol montre que la solution est acide. Elle contient les ions H_3O^+ . En conclusion, la solution proposée contient les ions Cl^- et les ions H_3O^+ .

11.2. Nom de cette solution

Puisque cette solution ne contient pas d'autres ions que ceux mis en évidence, il s'agit d'une solution d'acide chlorhydrique.

11.3. Équation-bilan de la réaction au cours de la première expérience



11.4. Nombre de mole d'ion Cl^- et d'ion H_3O^+

A partir du bilan molaire de la réaction ci-dessus on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Ag}^+}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{AgCl}}}{1}. \quad (\text{S19.1})$$

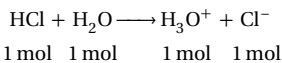
Exprimons la masse de chlorure d'argent obtenu (1,44 g) en quantité de matière. Par définition,

$$n_{\text{AgCl}} = \frac{m_{\text{AgCl}}}{M_{\text{AgCl}}} = \frac{1,44}{107,9 + 35,5} \approx 0,01 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole d'ion Cl^- et H_3O^+ qui réagit. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{AgCl}}}{1} \Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{AgCl}} = 0,01 \text{ mol.}$$

L'équation d'ionisation de l'acide chlorhydrique est :



Concentration de cette solution

D'après l'équation d'ionisation de l'acide chlorhydrique,

on a :

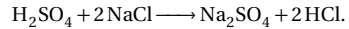
$$n_{\text{HCl}} = n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 0,01 \text{ mol};$$

$$c_{\text{HCl}} = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_{\text{HCl}}} = \frac{0,01}{10 \times 10^{-3}} = 1 \text{ mol L}^{-1}.$$

Solution 12. (p. 205)

12.1. On ne peut pas recueillir le gaz (chlorure d'hydrogène) sur la cuve à eau parce que ce gaz est très soluble dans l'eau. le chlorure d'hydrogène étant plus dense (1,26) que l'air (1) on peut le recueillir dans un flacon par déplacement d'air.

12.2. Calcul du volume de chlorure d'hydrogène
Écrivons l'équation-bilan de la réaction qui a lieu



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{NaCl}}}{2} = \frac{n_{\text{Na}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{HCl}}}{2}. \quad (\text{S19.1})$$

Exprimons la masse NaCl (320 g) en quantité de matière.

$$n_{\text{NaCl}} = \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} = \frac{320}{23 + 35,5} = 5,47 \text{ mol}$$

Calculons alors le nombre de mole de chlorure d'hydrogène obtenu. D'après S19.1 on a :

$$\frac{n_{\text{NaCl}}}{2} = \frac{n_{\text{HCl}}}{2} \Rightarrow n_{\text{HCl}} = n_{\text{NaCl}} = 5,47 \text{ mol.}$$

Calculons alors le volume du chlorure d'hydrogène obtenu.

$$n_{\text{HCl}} = \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m} \Rightarrow V_{\text{HCl}} = n_{\text{HCl}} \cdot V_m = 5,47 \cdot 22,4 = 122,53 \text{ L.}$$

L'hydroxyde de sodium et ses solutions aqueuses

20.1	Introduction	210
20.2	Hydroxyde de sodium solide	210
20.2.1	Propriétés physiques	210
20.2.2	Structure de l'hydroxyde de sodium solide	210
20.3	Les solutions aqueuses d'hydroxyde de sodium	210
20.3.1	Électrolyse d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium	210
20.4	Les propriétés des ions hydroxyde OH^-	211
20.4.1	Actions sur les indicateurs colorés	211
20.4.2	Action sur l'acide chlorhydrique	211
20.4.3	Action sur certains ions métalliques	211
20.4.4	Action sur certains métaux	212
20.4.5	Action sur le dichlore : formation d'eau de Javel	212
20.5	D'autres exemples de solutions basiques	212
20.6	Généralisation : base de Brønsted	212
20.7	Enoncés des exercices et problèmes	213
20.8	Solutions des exercices et problèmes	214

20.1 Introduction

D'une grande importance industrielle, l'hydroxyde de sodium est couramment appelée soude

20.2 Hydroxyde de sodium solide

20.2.1 Propriétés physiques

- L'hydroxyde de sodium est un solide blanc qui se présente généralement sous forme de pastilles ou de paillettes.
- La soude fond assez facilement; sa température de fusion est de l'ordre de 320 °C.
- La soude est très soluble dans l'eau; à 20 °C un litre d'eau peut dissoudre 1 kg d'hydroxyde de sodium! Cette dissolution s'accompagne d'un important dégagement de chaleur : la réaction est très exothermique.
- L'hydroxyde de sodium est *déliquescent* : cela signifie qu'elle fixe la vapeur d'eau et finit par se dissoudre dans cette eau absorbée. Grâce à cette propriété, la soude est utilisée dans les colonnes de déshydratation de certains gaz (ceux qui ne réagissent pas avec la soude).
- En raison de ses propriétés déshydratantes, l'hydroxyde de sodium est *caustique* (c'est-à-dire qu'il attaque les tissus organiques). Si nous touchons une pastille d'hydroxyde de sodium, nous avons l'impression de toucher un objet visqueux; cette sensation persiste même après lavage des mains à l'eau. En déshydratant la peau, la soude en fait disparaître les aspérités.
- L'hydroxyde de sodium est un composé dangereux pour la peau et plus particulièrement pour les yeux; il faut donc le manipuler avec précautions : port des gants et des lunettes.

20.2.2 Structure de l'hydroxyde de sodium solide

Une étude approfondie a montré que l'hydroxyde de sodium solide est formé d'un empilement régulier d'ions sodium Na^+ et d'ions hydroxyde OH^- .

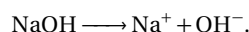
Un échantillon d'hydroxyde de sodium solide contient autant d'ions Na^+ que d'ions OH^- (par

électroneutralité de la matière). La formule statistique de l'hydroxyde de sodium est donc NaOH .

L'hydroxyde de sodium solide est un *solide ionique*.

20.3 Les solutions aqueuses d'hydroxyde de sodium

La dissolution de l'hydroxyde de sodium dans l'eau se traduit par la dispersion et la solvation des ions sodium Na^+ et hydroxyde OH^- , selon l'équation-bilan :



Les propriétés de la solution sont donc celles des ions Na^+ et celles des ions OH^- .

Les ions Na^+ étant peu réactifs, les propriétés de la solution aqueuse de l'hydroxyde de sodium sont essentiellement celles des ions hydroxyde.

20.3.1 Électrolyse d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium

Expérience

Réalisons un circuit électrique comprenant en série,

- un générateur de courant continu
- Une ampoule
- Un électrolyseur et un interrupteur.

L'interrupteur étant fermé,

1. L'électrolyseur contient de l'eau distillée. La lampe ne s'allume pas et aucun phénomène n'est observée dans l'électrolyseur.

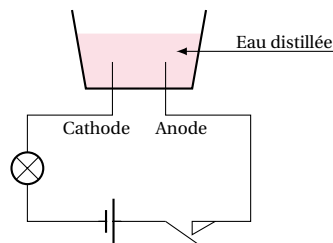


Figure 20.1

2. L'électrolyseur contient une solution d'hydroxyde de sodium. La lampe s'allume et on observe des dégagements gazeux aux électrodes :

20.4. Les propriétés des ions hydroxyde OH^-

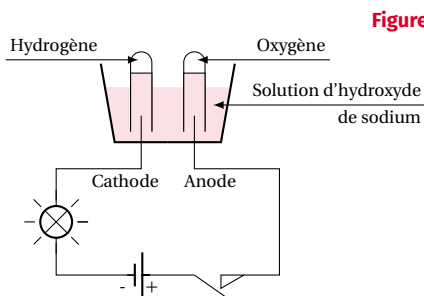
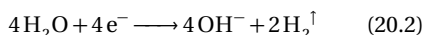


Figure 20.2

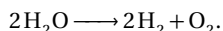
- à l'anode, le gaz recueilli rallume une allumette ne présentant qu'un point rouge : c'est du *dioxygène*. Ce gaz résulte de l'oxydation des ions OH^- :



- à la cathode, le gaz recueilli produit une détonation à l'approche d'une flamme : c'est le dihydrogène qui résulte de la réduction des molécules H_2O :



Le bilan de l'électrolyse s'obtient en additionnant 20.1 et 20.2 membre à membre, le nombre d'électrons cédés à l'anode étant égal au nombre d'électrons captés à la cathode :



Donc cette électrolyse se ramène à la décomposition de l'eau. Les ions Na^+ et OH^- se retrouvent intégralement à la fin de l'électrolyse.

20.4 Les propriétés des ions hydroxyde OH^-

20.4.1 Actions sur les indicateurs colorés

Avec les indicateurs cités au chapitre précédent (hélianthine, bleu de bromothymol, phénolphthaléine), réalisons des expériences analogues à celles faites avec la solution d'acide chlorhydrique.

Introduisons 3 gouttes d'indicateur coloré, d'une part dans un tube contenant de l'eau distillée (tube témoin), d'autre part dans un tube contenant une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium, et observons les éventuels changements de couleur des indicateurs colorés. Le tableau ci-dessous résume les observations :

	eau distillée	solution de soude
hélianthine	jaune	jaune
bleu de bromothymol	vert	bleu
phénolphthaléine	incolor	rouge violacé

Nous avons vu que les indicateurs colorés ont la même couleur dans une solution aqueuse de chlorure de sodium que dans l'eau distillée. Donc les ions sodium Na^+ ne provoquent pas le virage des indicateurs colorés.

Le virage des indicateurs est dû à la présence des ions hydroxyde OH^- .

Les solutions qui font virer les indicateurs colorés comme la solution d'hydroxyde de sodium sont appelées *solutions basiques*.

Le caractère basique de ces solutions est dû à la présence des ions OH^- .

L'hydroxyde de sodium étant totalement ionisé en solution, on dit que c'est une *base forte*.

20.4.2 Action sur l'acide chlorhydrique

Déjà évoquée au chapitre précédent, cette réaction fera l'objet du chapitre 22.

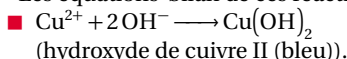
20.4.3 Action sur certains ions métalliques

Plaçons chacune dans un tube à essai, des solutions aqueuses contenant différents ions métalliques suivants :

- solution de sulfate de cuivre II : $(\text{Cu}^{2+} + \text{SO}_4^{2-})$.
- solution de sulfate de fer II : $(\text{Fe}^{2+} + \text{SO}_4^{2-})$.
- solution de chlorure de fer III : $(\text{Fe}^{3+} + 3\text{Cl}^-)$.
- solution de nitrate de zinc : $(\text{Zn}^{2+} + 2\text{NO}_3^-)$.
- solution de sulfate d'aluminium : $(2\text{Al}^{3+} + 3\text{SO}_4^{2-})$.

Dans chacun des tubes à essai, versons délicatement, goutte à goutte, une solution d'hydroxyde de sodium diluée : nous observons la formation des précipités colorés ou blancs. Nous pouvons vérifier que les ions sodium Na^+ peuvent coexister en solution, sans précipiter, avec les ions sulfate SO_4^{2-} , nitrate NO_3^- ou chlorure Cl^- . Ces ions ne sont pas responsables de la formation des précipités. En revanche, les ions hydroxyde OH^- ont une grande affinité pour certains ions métalliques à qui ils s'associent pour former un solide qui quitte la solution sous forme de précipité.

Les équations-bilan de ces réactions s'écrivent :



- $\text{Fe}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Fe}(\text{OH})_2$
(hydroxyde de Fer II (vert)).
- $\text{Fe}^{3+} + 3\text{OH}^- \longrightarrow \text{Fe}(\text{OH})_3$
(hydroxyde de Fer III (rouille)).
- $\text{Zn}^{2+} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{Zn}(\text{OH})_2$
(hydroxyde de Zinc (blanc)).
- $\text{Al}^{3+} + 3\text{OH}^- \longrightarrow \text{Al}(\text{OH})_3$
(hydroxyde d'aluminium (blanc)).

Dans ces réactions, les ions Na^+ , SO_4^{2-} , NO_3^- et Cl^- sont « spectateurs ».

Remarque.

Si l'on ajoute un excès de soude ou de la soude trop concentrée, certains précipités d'hydroxyde se redissolvent. C'est le cas des précipités d'hydroxyde de zinc et d'hydroxyde d'aluminium.

20.4.4 Action sur certains métaux

L'aluminium et le zinc sont attaqués par une solution d'hydroxyde de sodium avec dégagement de dihydrogène. Les équations-bilan s'écrivent :

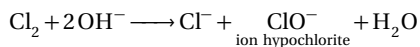
- $2\text{Al} + 2\text{OH}^- + 2\text{H}_2\text{O} \longrightarrow 2\text{AlO}_2^- + 3\text{H}_2$
ion aluminate
- $\text{Zn} + 2\text{OH}^- \longrightarrow \text{ZnO}_2^{2-} + \text{H}_2$
ion zincate

Dans les deux réactions, l'ion sodium Na^+ est « spectateur ».

20.4.5 Action sur le dichlore : formation d'eau de Javel

Versons quelques gouttes d'une solution de soude dans un flacon de dichlore. Bouchons le flacon et agitions. La couleur jaune-vert du dichlore disparaît. Nous venons de fabriquer l'eau de Javel reconnaissable par sa forte odeur.

L'équation-bilan de la réaction s'écrit :



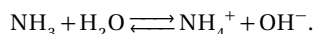
Les ions sodium Na^+ , spectateurs ne figurent pas dans l'équation-bilan.

L'eau de Javel est un mélange de solution de chlorure de sodium et d'hypochlorite de sodium. Mais ce sont les ions hypochlorite (ClO^-) qui donnent à l'eau de javel ses propriétés *désinfectantes* et *décolorantes*.

20.5 D'autres exemples de solutions basiques

- Hydroxyde de potassium ou potasse; ($\text{K}^+ + \text{OH}^-$). C'est une base forte car sa mise en solution est totale.
- L'eau de chaux ($\text{Ca}^{2+} + 2\text{OH}^-$).
- L'ammoniac, gaz très soluble dans l'eau, s'ionise partiellement en solution avec formation d'ions OH^- . On obtient donc une solution basique.

L'équation-bilan de la réaction s'écrit :

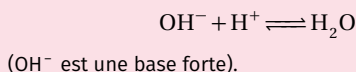
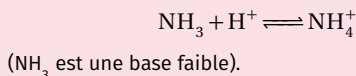


La double flèche indique que la réaction n'est pas totale : NH_3 est une base faible.

20.6 Généralisation : base de Brønsted

D'une manière générale, on appelle base, toute substance capable de fixer un ou plusieurs protons H^+ au cours d'une réaction chimique.

Exemples.



20.7 Enoncés des exercices et problèmes

Exercice 1.

On appelle lessive de soude une solution concentrée d'hydroxyde de sodium. Sur l'étiquette d'un flacon de lessive de soude du commerce, on trouve les indications : $d = 1,33$; 23 %, ce qui signifie que la densité, par rapport à l'eau, de la solution est 1,33 et que sa teneur d'hydroxyde de sodium, en masse, est 23 %.

Déterminer la masse d'hydroxyde de sodium contenu dans un litre de solution.

En déduire la concentration molaire de la solution.

Exercice 2.

On dissout 2,3 g d'hydroxyde de sodium dans l'eau de façon à obtenir 150 mL de solution.

Déterminer la concentration molaire des ions sodium et des ions hydroxyde dans cette solution.

Exercice 3.

On se propose de préparer au laboratoire des solutions d'hydroxyde de sodium.

3.1. Quelle masse de pastilles de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir 100 cm³ d'une solution molaire?

3.2. On prélève 10 cm³ de la solution ainsi préparée, on les verse dans une fiole jaugée de 1 L et on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Déterminer la concentration molaire des ions hydroxyde dans la solution diluée.

Exercice 4.

Dans 250 cm³ d'une solution d'hydroxyde de sodium, on verse une grande quantité de solution de chlorure de fer II. On obtient un précipité qui, lavé et séché, a une masse de 9,1 g.

4.1. Quelle est la couleur et la nature de ce précipité?

4.2. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui a eu lieu.

4.3. Déterminer la concentration de la solution d'hydroxyde de sodium?

Exercice 5.

L'eau de Javel est obtenue par action du dichlore sur la soude.

5.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction et préciser le nom des ions présents dans l'eau de Javel.

5.2. Quel volume de dichlore, mesuré dans les conditions normales de température et de pression, faut-il faire agir sur la soude pour obtenir un litre d'eau de Javel de concentration 4,8 molL⁻¹ en ions hypochlorite.

Exercice 6.

On dispose de deux solutions aqueuses d'hydroxyde de sodium. S_1 et S_2 , de volumes $V_1 = 100 \text{ cm}^3$ et $V_2 = 200 \text{ cm}^3$ et de concentration $c_1 = 0,2 \text{ molL}^{-1}$ et $c_2 = 0,05 \text{ molL}^{-1}$.

6.1. Calculer la quantité, en mol, d'ions Na⁺ et OH⁻ présents dans chaque solution.

6.2. On mélange les deux solutions. Déterminer la concentration de chaque espèce d'ions dans le mélange.

Exercice 7.

On verse une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium, de concentration 1 molL⁻¹, dans 25 cm³ d'une solution de chlorure de fer III, de concentration 0,2 molL⁻¹.

7.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

7.2. Quelle est la couleur du précipité formé?

7.3. Quel volume minimal de solution d'hydroxyde de sodium faut-il verser pour observer la précipitation de tous les ions Fe³⁺?

Exercice 8.

On attaque 5,4 g d'aluminium par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium, de concentration 0,2 molL⁻¹, jusqu'à disparition de l'aluminium.

8.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

8.2. Calculer le volume, dans les conditions normales de température et de pression, de dihydrogène dégagé.

8.3. Quel volume minimal de solution a-t-il fallu utiliser?

Exercice 9.

Quel volume d'eau faut-il ajouter à 100 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium, de concentration 0,05 molL⁻¹, pour obtenir une solution de concentration 0,01 molL⁻¹?

Exercice 10.

On mélange 10 mL d'une solution décimolaire d'hydroxyde de sodium et 20 mL d'eau salée contenant 17,6 g de chlorure de sodium par litre (concentration massique : 17,6 gL⁻¹).

Déterminer la concentration molaire des différents ions présents dans le mélange.

Exercice 11.

On ajoute à 50 cm³ d'une solution de sulfate de cuivre, de concentration 0,1 molL⁻¹, 15 cm³ d'une solution molaire de soude.

11.1. Déterminer la masse du précipité obtenu. Quelle est sa couleur?

11.2. Déterminer la nature et la concentration des différents ions présents dans la solution après la fin de la réaction.

20.8 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 213)

Masse d'hydroxyde de sodium contenu dans un litre de solution

Déterminons d'abord la masse d'un litre de la solution concentrée d'hydroxyde de sodium.

Désignons par ρ_s la masse volumique de la solution concentrée d'hydroxyde de sodium et ρ_e celle de l'eau. Par définition on a :

$$d = \frac{\rho_s}{\rho_e} \Rightarrow \rho_s = d \cdot \rho_e.$$

Par ailleurs, la masse volumique de la solution d'hydroxyde de sodium concentrée est liée à sa masse par la relation :

$$\begin{aligned}\rho_s &= \frac{m_s}{V_s} \\ \Rightarrow m_s &= \rho_s \cdot V_s = d \cdot \rho_e \cdot V_s \\ m_s &= 1,33 \cdot 1 \cdot 1000 = 1330 \text{ g.}\end{aligned}$$

Calculons alors la masse d'hydroxyde de sodium contenu dans un litre de solution.

La teneur de l'hydroxyde de sodium est 23 %. Ce qui veut dire que dans 100 g de solution concentré il y a 23 g d'hydroxyde de sodium pur.

On a donc :

$$m_{\text{NaOH}} = \frac{23}{100} \cdot m_s = \frac{23}{100} \cdot 1330 = 305,9 \text{ g}$$

Concentration molaire de cette solution

Exprimons la masse d'hydroxyde de sodium contenu dans cette solution en quantité de matière.

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} = \frac{305,5}{23 + 16 + 1} = 7,65 \text{ mol}$$

La concentration molaire de cette solution est donc :

$$c_{\text{NaOH}} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{V_s} = \frac{7,65}{1} = 7,65 \text{ mol L}^{-1}$$

Solution 2. (p. 213)

Déterminons la concentration des ions Na^+ et OH^-

Exprimons la masse d'hydroxyde de sodium contenu dans cette solution en quantité de matière.

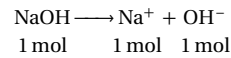
$$n_{\text{NaOH}} = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} = \frac{2,3}{23 + 16 + 1} = 0,057 \text{ mol}$$

La concentration molaire de cette solution en hydroxyde de sodium est

$$c_{\text{NaOH}} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{V_s} = \frac{0,057}{0,15} = 0,383 \text{ mol L}^{-1}$$

L'équation-bilan de mise en solution de l'hydroxyde de

sodium s'écrit :



D'après le bilan molaire de cette équation-bilan on a :

$$\frac{n_{\text{NaOH}}}{1} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Na}^+} = n_{\text{NaOH}} = 0,057 \text{ mol};$$

$$\frac{n_{\text{NaOH}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}} = 0,057 \text{ mol}.$$

On en déduit la concentration des ions Na^+ et OH^-

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V} = \frac{0,057}{0,15} = 0,383 \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V} = \frac{0,057}{0,15} = 0,383 \text{ mol L}^{-1}.$$

Solution 3. (p. 213)

3.1. Déterminons de la masse de pastille de soude

Une solution molaire contient 1 mol de NaOH par litre.

Par définition, on a :

$$\begin{aligned}c_{\text{NaOH}} &= \frac{n_{\text{NaOH}}}{V} \Rightarrow n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V \\ n_{\text{NaOH}} &= 1 \cdot 0,1 = 0,1 \text{ mol}\end{aligned}$$

par ailleurs, on a :

$$\begin{aligned}n_{\text{NaOH}} &= \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} \\ \Rightarrow m_{\text{NaOH}} &= n_{\text{NaOH}} \cdot M_{\text{NaOH}}; \\ m_{\text{NaOH}} &= 0,1 \cdot (23 + 16 + 1) = 4 \text{ g.}\end{aligned}$$

3.2. Déterminons la concentration molaire des ions OH^- dans la solution diluée

Soient

■ $V_i = 10 \text{ cm}^3$ le volume initial de la solution de NaOH;

■ $c_i = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$ la concentration initiale de la solution NaOH;

■ $V_f = 1000 \text{ cm}^3$ le volume de la solution finale de NaOH;

■ $c_f = ?$ la concentration finale de NaOH à déterminer. Dans la solution initiale et la solution finale, le nombre de NaOH ne change pas.

$$c_i \cdot V_i = c_f \cdot V_f$$

$$\Rightarrow c_f = \frac{c_i V_i}{V_f};$$

$$c_f = \frac{1 \cdot 10}{1000} = 0,01 \text{ mol L}^{-1}.$$

L'hydroxyde de sodium étant une monobase forte, on a :

$$\begin{aligned}n_{\text{NaOH}} &= n_{\text{OH}^-} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= c_{\text{NaOH}} = 0,01 \text{ mol L}^{-1}.\end{aligned}$$

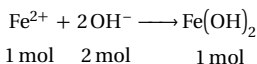
Solution 4. (p. 213)

4.1. Couleur et nature du précipité

C'est un précipité vert d'hydroxyde de fer II.

20.8. Solutions des exercices et problèmes

4.2. Équation-bilan de la réaction qui a lieu



4.3. Déterminons la concentration de l'hydroxyde de sodium

D'après le bilan-molaire de cette équation on a :

$$\frac{n_{\text{Fe}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} = \frac{n_{\text{Fe}(\text{OH})_2}}{1}. \quad (\text{S20.1})$$

Exprimons la masse d'hydroxyde de fer II séché en quantité de matière.

$$n_{\text{Fe}(\text{OH})_2} = \frac{m_{\text{Fe}(\text{OH})_2}}{M_{\text{Fe}(\text{OH})_2}};$$

$$n_{\text{Fe}} = \frac{9,1}{55,8 + 16 \cdot 2 + 1 \cdot 2} = 0,10 \text{ mol}.$$

Nombre de mole d'ions hydroxyde OH^- .

D'après (S20.1) on a :

$$\frac{n_{\text{Fe}(\text{OH})_2}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2}$$

$$\Rightarrow n_{\text{OH}^-} = 2n_{\text{Fe}(\text{OH})_2} = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ mol}.$$

L'hydroxyde de sodium étant une monobase forte,

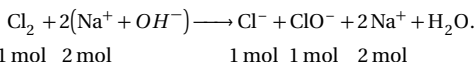
$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}}.$$

D'où la concentration de l'hydroxyde de sodium.

$$c_{\text{NaOH}} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{V} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8 \text{ mol L}^{-1}$$

Solution 5. (p. 213)

5.1. Équation-bilan de la réaction du dichlore sur la soude



L'eau de Javel contient les ions chlorure (Cl^-), les ions hypochlorite (ClO^-) et les ions sodium Na^+ .

5.2. Calcul du volume du dichlore

D'après le bilan-molaire de cette de l'équation ci-dessus on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{ClO}^-}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{1}. \quad (\text{S20.1})$$

- Nombre de mole d'ions ClO^- contenu dans un litre de solution d'eau de Javel.

$$n_{\text{ClO}^-} = c_{\text{ClO}^-} \cdot V = 4,8 \cdot 1 = 4,8 \text{ mol}$$

- Nombre de mole de Cl_2 nécessaire pour obtenir 1 litre d'eau de Javel.

D'après (S20.1) on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}_2}}{1} = \frac{n_{\text{ClO}^-}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Cl}_2} = n_{\text{ClO}^-} = 4,8 \text{ mol}.$$

Calculons alors le volume de dichlore.

$$n_{\text{Cl}_2} = \frac{V_{\text{Cl}_2}}{V_m}$$

$$\Rightarrow V_{\text{Cl}_2} = n_{\text{Cl}_2} \cdot V_m = 4,8 \cdot 22,4 = 107,52 \text{ L}.$$

Solution 6. (p. 213)

6.1. Calculons la quantité en mol des ions Na^+ et OH^- présent dans chaque solution

Calculons d'abord le nombre de mole de NaOH contenu dans chaque solution.

- Solution 1 :

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_1 = 0,2 \cdot 0,1 = 0,02 \text{ mol}$$

- Solution 2 :

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_2 = 0,05 \cdot 0,2 = 0,01 \text{ mol}$$

L'hydroxyde de sodium étant une monobase forte, on a :

- Solution 1 :

$$(n_{\text{Na}^+})_1 = (n_{\text{OH}^-})_1 = (n_{\text{NaOH}})_1 = 0,02 \text{ mol}.$$

- Solution 2 :

$$(n_{\text{Na}^+})_2 = (n_{\text{OH}^-})_2 = (n_{\text{NaOH}})_2 = 0,01 \text{ mol}.$$

6.2. Déterminons la concentration de chaque espèce ions dans la solution

Dans le mélange le nombre de mole de chaque espèce d'ion est :

$$n_{\text{Na}^+} = (n_{\text{Na}^+})_1 + (n_{\text{Na}^+})_2 = 0,02 + 0,01 = 0,03 \text{ mol};$$

$$n_{\text{OH}^-} = (n_{\text{OH}^-})_1 + (n_{\text{OH}^-})_2 = 0,02 + 0,01 = 0,03 \text{ mol}.$$

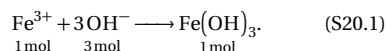
La concentration de chaque ion est donc :

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V_1 + V_2} = \frac{0,03}{0,1 + 0,2} = 0,1 \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_1 + V_2} = \frac{0,03}{0,1 + 0,2} = 0,1 \text{ mol L}^{-1}.$$

Solution 7. (p. 213)

7.1. Équation-bilan de la réaction



7.2. Couleur du précipité formé

Couleur rouille.

7.3. Calcul du volume minimal de la solution d'hydroxyde de sodium

D'après le bilan-molaire de l'équation S20.1 ci-dessus on a :

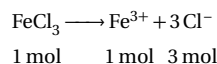
$$\frac{n_{\text{Fe}^{3+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{3} = \frac{n_{\text{Fe}(\text{OH})_3}}{1}. \quad (\text{S20.2})$$

- Nombre de mole de chlorure de fer (FeCl_3) contenu dans $25 \text{ cm}^3 = 0,025 \text{ L}$ de solution.

$$n_{\text{FeCl}_3} = c_{\text{FeCl}_3} \cdot V = 0,2 \cdot 0,025 = 0,005 \text{ mol}$$

- Nombre de mole d'ions Fe^{3+} contenu dans 25 cm^3 de solution de chlorure de fer.

Écrivons d'abord l'équation-bilan de mise en solution de chlorure de fer.



D'après le bilan molaire de cette équation, on a :

$$\frac{n_{\text{FeCl}_3}}{1} = \frac{n_{\text{Fe}^{3+}}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Fe}^{3+}} = n_{\text{FeCl}_3} = 0,005 \text{ mol.}$$

- Nombre de mole d'ions OH^- .

D'après (S20.1), on a :

$$\frac{n_{\text{Fe}^{3+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{3}$$

On en déduit :

$$n_{\text{OH}^-} = 3n_{\text{Fe}^{3+}} = 3 \cdot 0,005 = 0,015 \text{ mol}$$

L'hydroxyde de sodium étant une monobase forte.

$$n_{\text{NaOH}} = n_{\text{OH}^-} = 0,015 \text{ mol}$$

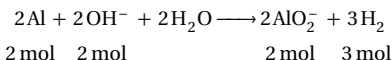
Le volume minimal de NaOH est donc :

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{NaOH}} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{c_{\text{NaOH}}} = \frac{0,015}{1} = 0,015 \text{ L} = 15 \text{ cm}^3.$$

Solution 8. (p. 213)

8.1. Équation-bilan de la réaction



8.2. Calcul du volume de dihydrogène

D'après le bilan molaire l'équation-bilan on a :

$$\frac{n_{\text{Al}}}{2} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{2} = \frac{n_{\text{AlO}_2^-}}{2} = \frac{n_{\text{H}_2}}{3}. \quad (\text{S20.1})$$

- Nombre de mole d'aluminium contenu dans 5,4 g de matière.

$$n_{\text{Al}} = \frac{m_{\text{Al}}}{M_{\text{Al}}} = \frac{5,4}{27} = 0,2 \text{ mol}$$

- Nombre de mole de H_2 produit

D'après (S20.1) on a :

$$\frac{n_{\text{Al}}}{2} = \frac{n_{\text{H}_2}}{3}$$

$$\Rightarrow n_{\text{H}_2} = \frac{3}{2} n_{\text{Al}} = \frac{3}{2} \cdot 0,2 = 0,3 \text{ mol.}$$

Calculons alors le volume de H_2 .

$$n_{\text{H}_2} = \frac{V_{\text{H}_2}}{V_m}$$

$$\Rightarrow V_{\text{H}_2} = n_{\text{H}_2} \cdot V_m = 0,3 \cdot 22,4 = 6,72 \text{ L.}$$

8.3. Volume minimal de la solution d'hydroxyde de sodium

Nombre de mole d'ions hydroxyde de sodium OH^- ayant réagi.

D'après (S20.1) on a :

$$\frac{n_{\text{Al}}}{2} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2}$$

$$\Rightarrow n_{\text{OH}^-} = n_{\text{Al}} = 0,2 \text{ mol.}$$

L'hydroxyde de sodium est une monobase forte.

$$n_{\text{NaOH}} = n_{\text{OH}^-} = 0,2 \text{ mol}$$

Le volume de NaOH utilisé est donc :

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{NaOH}} = \frac{n_{\text{NaOH}}}{c_{\text{NaOH}}} = \frac{0,2}{0,2} = 1 \text{ L.}$$

Solution 9. (p. 213)

Calcul du volume d'eau à ajouter

Soient :

- x le volume d'eau à calculer ;
- c_i la concentration initiale de la solution ;
- V_i le volume initial de la solution ;
- c_f la concentration finale de la solution ;
- $(V_i + x)$ le volume finale de la solution.

Au cours de cette opération, le nombre de mole d'hydroxyde de sodium ne change pas.

$$c_i \cdot V_i = c_f (V_i + x)$$

$$\Rightarrow x = \frac{c_i \cdot V_i}{c_f} - V_i$$

$$= \frac{0,05 \cdot 0,1}{0,01} - 0,1 = 0,4 \text{ L} = 400 \text{ mL.}$$

Solution 10. (p. 213)

Bilan des ions présents dans le mélange

Les ions OH^- provenant de la solution d'hydroxyde de sodium, les ions Cl^- provenant de la solution de chlorure de sodium, et les ions Na^+ provenant des deux solutions.

Concentration de l'ion OH^- dans le mélange

Calculons d'abord le nombre de mole d'ions OH^- dans le mélange.

L'hydroxyde de sodium est une monobase forte.

$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ mol.}$$

D'où sa concentration :

$$[\text{OH}^-] = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V_{\text{mélange}}} = \frac{10^{-3}}{10^{-2} + 2 \times 10^{-2}} = 0,033 \text{ mol L}^{-1}.$$

Concentration de l'ion Cl^- dans le mélange

Calculons le nombre de mole de NaCl dans 20 mL d'eau salée.

Masse de NaCl dans 20 mL d'eau salée :

Par définition

$$c_m = \frac{m_{\text{NaCl}}}{V_{\text{NaCl}}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{NaCl}} = c_m \cdot V_{\text{NaCl}}$$

$$m_{\text{NaCl}} = 17,6 \cdot 0,02 = 0,352 \text{ g.}$$

D'où le nombre de mole de NaCl dans 20 mL d'eau salée :

$$n_{\text{NaCl}} = \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} = \frac{0,352}{23 + 35,5} = 6,02 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Nombre de mole d'ions Cl^- dans le mélange :

Le chlorure de sodium s'ionise totalement dans l'eau.

Donc :

$$n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{NaCl}} = 6,02 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

20.8. Solutions des exercices et problèmes

D'où la concentration de l'ion Cl^- dans le mélange.

$$[\text{Cl}^-] = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{V_{\text{mélange}}} = \frac{6,02 \times 10^{-3}}{10^{-2} + 2 \times 10^{-2}} = 0,2 \text{ mol L}^{-1}.$$

Concentration de l'ion Na^+ dans le mélange

Calculons d'abord le nombre de mole d'ions Na^+ dans le mélange $n_{\text{Na}^+} = n_1 + n_2$ où

- n_1 est le nombre d'ions Na^+ provenant de la solution de NaOH ;
- n_2 est le nombre de mole d'ions Na^+ provenant de NaCl NaOH et NaCl sont totalement ionisés dans l'eau.

Donc :

$$n_1 = n_{\text{NaOH}} = 10^{-3} \text{ mol};$$

$$n_2 = n_{\text{NaCl}} = 6,02 \times 10^{-3} \text{ mol};$$

$$n_{\text{Na}^+} = 10^{-3} + 6,02 \times 10^{-3} = 7,02 \times 10^{-3} \text{ mol}.$$

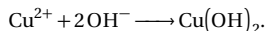
D'où sa concentration :

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V_{\text{mélange}}} = \frac{7,02 \times 10^{-3}}{10^{-2} + 2 \times 10^{-2}} = 0,234 \text{ mol L}^{-1}.$$

Solution 11. (p. 213)

11.1. Masse du précipité obtenu

Écrivons l'équation-bilan de la réaction



Les ions SO_4^{2-} et Na^+ n'interviennent pas. Ce sont des ions spectateurs.

D'après le bilan-molaire de cette de l'équation ci-dessus on a :

$$\frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} = \frac{n_{\text{Cu}(\text{OH})_2}}{1}. \quad (\text{S20.1})$$

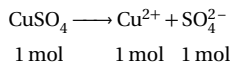
Déterminons les quantités de matière introduites.

- Nombre de mole de sulfate de cuivre.

$$n_{\text{CuSO}_4} = c_{\text{CuSO}_4} \cdot V_{\text{CuSO}_4} = 0,050 \cdot 0,1 = 0,005 \text{ mol}$$

- Nombre de mole de Cu^{2+} introduit.

Équation-bilan de mise en solution du sulfate de cuivre.



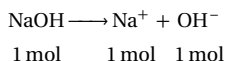
D'après le bilan molaire de cette équation de mise en solution, on a :

$$n_{\text{CuSO}_4} = n_{\text{Cu}^{2+}} \Rightarrow n_{\text{Cu}^{2+}} = 0,005 \text{ mol}.$$

- Nombre de mole de NaOH introduit.

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}} = 0,015 \cdot 1 = 0,015 \text{ mol}$$

Équation-bilan de mise en solution de la soude NaOH .



D'après le bilan molaire de cette équation de mise en solution, on a :

$$n_{\text{NaOH}} = n_{\text{OH}^-} \Rightarrow n_{\text{OH}^-} = 0,015 \text{ mol}.$$

D'après (S20.1), pour que la réaction de sulfate de cuivre sur l'hydroxyde de sodium se déroule dans les proportions stoechiométriques, il faut que :

$$\frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2}$$

Or on constate que :

$$\frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} < \frac{n_{\text{OH}^-}}{2} \text{ car } 0,005 < \frac{0,015}{2} = 0,0075.$$

Nous concluons que le sulfate de cuivre est le réactif introduit en défaut. La masse du précipité à déterminer dépend de la quantité de sulfate de cuivre introduite.

Calculons la masse du précipité

D'après (S20.1)

$$\frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{Cu}(\text{OH})_2}}{1}$$

$$\Rightarrow n_{\text{Cu}(\text{OH})_2} = n_{\text{Cu}^{2+}} = 0,005 \text{ mol}.$$

La masse de $\text{Cu}(\text{OH})_2$ est donc :

$$n_{\text{Cu}(\text{OH})_2} = \frac{m_{\text{Cu}(\text{OH})_2}}{M_{\text{Cu}(\text{OH})_2}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{Cu}(\text{OH})_2} = n_{\text{Cu}(\text{OH})_2} \cdot M_{\text{Cu}(\text{OH})_2}$$

$$m_{\text{Cu}(\text{OH})_2} = 0,005 \cdot (63,5 + 16 \cdot 2) = 0,487 \text{ g}.$$

La couleur de ce précipité est bleue

11.2. Nature et concentration des ions présents dans la solution.

Nature des ions présents dans la solution

A la fin de la réaction, il reste en solution, les ions spectateurs (Na^+ et SO_4^{2-}) et les ions OH^- qui n'ont pas réagi.

Concentration des ions présents dans la solution

- Nombre de mole d'ions SO_4^{2-} contenu dans la solution.

D'après le bilan molaire de la réaction de mise en solution du sulfate de cuivre ci-dessus, on a :

$$n_{\text{SO}_4^{2-}} = n_{\text{CuSO}_4} = 0,005 \text{ mol}$$

D'où la concentration des ions SO_4^{2-}

$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{0,005}{0,05 + 0,015} = 0,77 \text{ mol L}^{-1}.$$

- Nombre de mole d'ions Na^+ contenu dans la solution

- Nombre de mole de OH^- qui n'ont pas réagi

le nombre de mole d'ions OH^- qui reste en solution $(n_{\text{OH}^-})_R$ est égal au nombre de mole OH^- introduit $(n_{\text{OH}^-})_i$ diminué du nombre de mole d'ions OH^- qui a été consommé dans la réaction $(n_{\text{OH}^-})_C$.

Calculons alors le nombre de mole d'ions OH^- ayant été consommé au cours de la réaction.

D'après (S20.1)

$$\frac{n_{\text{Cu}^{2+}}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{2}$$

$$\Rightarrow (n_{\text{OH}^-})_C = 2n_{\text{Cu}^{2+}} = 2 \cdot 0,005 = 0,01 \text{ mol}.$$

Le nombre de mole d'ions OH^- restant dans la solu-

tion est donc :

$$\begin{aligned}(n_{\text{OH}^-})_R &= (n_{\text{OH}^-})_i - (n_{\text{OH}^-})_C \\ &= 0,015 - 0,010 = 5 \times 10^{-3} \text{ mol.}\end{aligned}$$

D'où la concentration des ions OH^-

$$\begin{aligned}[\text{OH}^-]_R &= \frac{(n_{\text{OH}^-})_R}{V_{\text{CuSO}_4} + V_{\text{NaOH}}}; \\ [\text{OH}^-]_R &= \frac{5 \times 10^{-3}}{0,05 + 0,015} \\ &= 0,0769 = 7,69 \times 10^{-2} \text{ molL}^{-1}.\end{aligned}$$

Le pH des solutions aqueuses

21.1	Définition et mesure de pH	220
21.1.1	Définition du pH	220
21.2	La mesure du pH	220
21.2.1	A l'aide du papier pH	221
21.2.2	Le pH-mètre	221
21.3	Cas de l'eau pure. Le produit ionique	221
21.3.1	Produit ionique de l'eau	221
21.4	Le pH des solutions neutres, acides et basiques	222
21.4.1	Les solutions neutres	222
21.4.2	Les solutions acides	222
21.4.3	Les solutions basiques	222
21.5	Ordre de grandeur du pH de quelques solutions	222
21.6	L'importance du pH	223
21.7	Domaine de virage de quelques indicateurs colorés	223
21.8	Enoncés des exercices et problèmes	224
21.9	Solutions des exercices et problèmes	225

21.1 Définition et mesure de pH

Nous avons vu au chapitre 19 que les propriétés dues à la présence de l'ion H_3O^+ dans une solution sont appelées *propriétés acides*.

Mais l'acidité d'une solution dépend non seulement de l'existence, mais aussi la concentration des ions H_3O^+ dans cette solution.

21.1.1 Définition du pH

La concentration des ions hydronium $[\text{H}_3\text{O}^+]$ dans une solution est, en général, petite et s'exprime le plus souvent sous la forme d'une puissance négative de 10.

$$10^{-14} \text{ molL}^{-1} < [\text{H}_3\text{O}^+] < 1 \text{ molL}^{-1}.$$

L'utilisation des valeurs numériques des concentrations $[\text{H}_3\text{O}^+]$ est peu commode. Cette observation a conduit en 1909 le chimiste danois Soerensen à associer à la concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$ une nouvelle grandeur appelée pH.

Définition.

Le pH d'une solution aqueuse est défini, à partir de la concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$ dans la solution, exprimée en molL^{-1} , par la relation :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}.$$

Exemples.

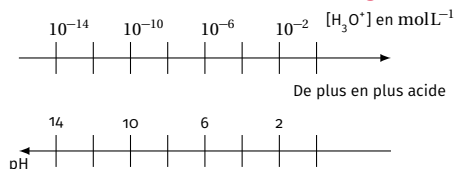
- Si $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2}$, $\text{pH} = 2$.
- Pour une solution de $\text{pH} = 3$,

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \text{ molL}^{-1}$$

Remarque.

1. L'abréviation pH vient de l'expression « potentiel Hydrogène ». La lettre p est minuscule, la lettre H, majuscule.
2. Le pH d'une solution n'a pas d'unité. C'est un nombre positif qui n'est pas forcément entier.
3. D'après la définition du pH, $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et pH varient en sens contraires; plus $[\text{H}_3\text{O}^+]$ est élevé, plus le pH est petit.
Donc une solution est d'autant plus acide que sa concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$ est grande et son pH faible, comme le montre l'échelle suivante.

Figure 21.1



4. L'utilisation de la relation

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

est facile si la concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$ peut se mettre sous la forme 10^{-a} ou si le pH est un nombre entier. (Voir exemples ci-dessus). Dans le cas contraire, il faut utiliser une machine à calculer scientifique et procéder comme suit :

- Calcul de la concentration des ions H_3O^+ connaissant le pH de la solution
Prenons l'exemple d'une solution de $\text{pH}=4,2$. D'après la définition du pH,

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-4,2}.$$

Cette réponse, bien que juste, ne nous permet pas de voir l'ordre de grandeur réel de la concentration. Sur une calculatrice,

- i. On compose le nombre décimal négatif $(-4,2)$.
- ii. On appuie sur la touche 10^x
- iii. On trouve : $6,31 \times 10^{-5}$. La valeur de la concentration cherchée est $6,31 \times 10^{-5} \text{ molL}^{-1}$.

- Calcul du pH connaissant la concentration $[\text{H}_3\text{O}^+]$
Soit à déterminer le pH d'une solution dont la concentration

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,004 \text{ molL}^{-1}.$$

Pour cette opération, on utilise la touche « log » (à ne pas confondre avec la touche ln).

- i. On appuie sur la touche « log ».
- ii. On écrit la valeur 0,004.
- iii. On prend l'opposé du nombre obtenu en appuyant sur la touche $+/-$.
- iv. On trouve $2,3979 \approx 2,4$ qui est la valeur du pH cherché.

5. La relation

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}.$$

n'est valable que pour des solutions dont les concentrations $[\text{H}_3\text{O}^+]$ sont inférieures ou égales à $0,1 \text{ molL}^{-1}$.

21.2 La mesure du pH

21.2.1 A l'aide du papier pH

Le papier pH est un papier imprégné d'un indicateur coloré universel, puis séché et présenté sous forme d'un rouleau ou de languettes.

Pour déterminer le pH d'une solution à l'aide du papier pH, il suffit de déposer à l'aide d'un agitateur quelques gouttes de la solution sur un morceau de papier pH. Le papier prend alors une teinte dépendant du pH de la solution. On compare ensuite cette teinte à l'échelle des couleurs figurant sur le coffret du papier pH qui correspondent à des pH bien déterminés.

Cette méthode est rapide, mais peu précise. Elle permet tout simplement de donner un ordre de grandeur du pH d'une solution.

NB: On ne trempe jamais le papier pH dans une solution.

21.2.2 Le pH-mètre

Pour une détermination plus précise du pH, on utilise un pH-mètre, qui donne la valeur du pH à 0,1 unité près.

21.3 Cas de l'eau pure. Le produit ionique

Mesurons le pH de l'eau pure à l'aide d'un pH-mètre. Les résultats obtenus dans les laboratoires spécialisés montrent qu'à 25 °C, ce pH vaut 7.

L'eau pure renferme donc des ions hydronium $[H_3O^+]$ de concentration.

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}.$$

Comme toute matière, l'eau pure est électriquement neutre. Elle contient donc nécessairement des ions négatifs. Ce sont des ions hydroxyde OH^- .

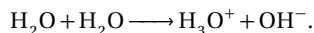
L'équation d'électroneutralité permet d'écrire $[H_3O^+] = [OH^-]$.

Remarque.

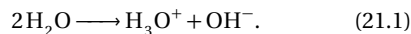
Jusqu'à présent, nous avons affirmé que l'eau pure, formée de molécules, ne conduisait pas le courant électrique. Mais un détecteur de courant extrêmement sen-

sible montre une faible conductibilité de l'eau pure, ce qui confirme la présence d'une petite quantité d'ions.

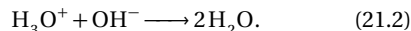
L'existence des ions hydronium et hydroxyde s'interprète par l'équation-bilan :



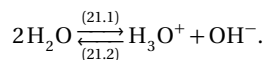
soit



Nous étudierons au chapitre suivant la réaction acide-base d'équation-bilan



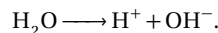
Les réactions (21.1) et (21.2) sont simultanées et inverses l'une de l'autre. On dit qu'on a un *équilibre chimique* qui se traduit par une double flèche dans l'équation-bilan :



La réaction est très limitée dans le sens (21.1) et presque totale dans le sens (21.2), ce qui explique la faible présence d'ions dans l'eau pure.

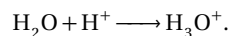
Au cours de la réaction (21.1) il y a transfert d'un proton d'une molécule d'eau à l'autre. Cette réaction est ainsi appelée *autoprotolyse de l'eau*.

Le mécanisme comporte 2 étapes : une molécule d'eau s'ionise en libérant un proton :



Ici, H_2O en libérant un proton se comporte comme un acide au sens de Brønsted.

Le proton libéré est solvaté par une autre molécule d'eau :



H_2O qui se comporte tantôt comme un acide, tantôt comme une base, est une substance amphotère.

21.3.1 Produit ionique de l'eau

Nous savons que :

- le pH de l'eau pure est égal à 7 à 25 °C d'où :

$$[H_3O^+] = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$$

- Par ailleurs, dans l'eau pure,

$$[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$$

à 25 °C.

Le produit de ces concentrations vaut :

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$$

à 25 °C

Nous admettrons la généralisation de ce résultat à toute solution aqueuse. Ainsi, si nous considé-

rons une solution aqueuse quelconque, les concentrations $[\text{H}_3\text{O}^+]$ et $[\text{OH}^-]$ sont en général différentes, mais leur produit, appelé produit ionique de l'eau est constante à une température donnée. On note K_e à 25 °C $K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$.

Remarque.

- K_e augmente avec la température. Par exemple, à 60 °C $K_e = 10^{-13}$.
- K_e s'exprime sans unités.

21.4 Le pH des solutions neutres, acides et basiques

21.4.1 Les solutions neutres

Une solution aqueuse est dite neutre si elle contient autant d'ions H_3O^+ que d'ion OH^- .

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] \text{ or } [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \text{ à } 25^\circ\text{C};$$

On déduit que $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7} \text{ molL}^{-1}$ à 25 °C et son pH est égal à 7.

A 25 °C le pH d'une solution neutre est égal à 7.

NB: L'eau pure est neutre, mais il existe de nombreuses solutions aqueuses neutres, les solutions aqueuses de chlorure de sodium par exemple.

Remarque.

Il ne faut pas confondre neutralité électrique (électroneutralité) et neutralité du point de vue pH.

En effet, toute solution ionique est électriquement neutre mais peut avoir un pH différent de 7 à 25 °C.

21.4.2 Les solutions acides

Une solution est acide si elle contient plus d'ions H_3O^+ que d'ions OH^- .

Expériences

Ces expériences se font à 25 °C.

Diluons progressivement une solution concentrée d'acide et mesurons son pH à chaque dilution. Nous constatons que son pH augmente mais reste toujours inférieur à 7.

Faisons l'opération inverse en acidifiant progressivement une solution diluée d'acide. Nous constatons que son pH diminue mais reste toujours supérieur à 0.

Interprétation

Le pH des solutions acides est toujours inférieur à 7 à 25 °C.

21.4.3 Les solutions basiques

Une solution est basique si elle contient plus d'ions OH^- que d'ions H_3O^+ .

Expériences

Les expériences se déroulent à 25 °C.

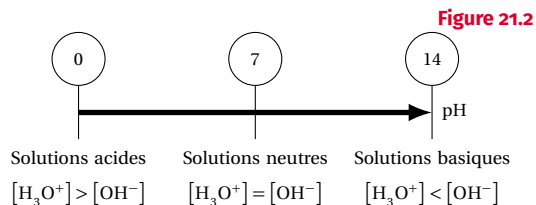
- Diluons progressivement une solution concentrée d'hydroxyde de sodium et mesurons le pH à chaque dilution. Nous constatons que le pH diminue, mais reste toujours supérieur à 7.
- Versons progressivement une solution d'hydroxyde de sodium dans de l'eau pure. Nous constatons que le pH augmente, mais reste inférieur à 14.

Interprétation

Le pH des solutions basiques est toujours supérieur à 7 à 25 °C.

21.5 Ordre de grandeur du pH de quelques solutions

Nous pouvons résumer sur un diagramme les différentes zones de pH à 25 °C.



Le tableau ci-dessous nous donne le pH de quelques liquides qui nous sont familiers :

21.6. L'importance du pH

Liquides	pH
suc gastrique	1,5
jus de citrons	2,3
coca-cola	2,5
vinaigre	3
vin	2,8 à 3,5
jus d'orange	3,5
bière	4,2
jus de tomate	4,3
eau de pluie	5,5 à 6,5
urine	5 à 8
salive	6,5 à 7,5
sang (à 37 °C)	7,38 à 7,45
eau de lavage (savons)	9 à 11
eau de Javel concentrée	10,6

Remarque.

Le coca-cola est une boisson très acide (pH = 2,5). La grande quantité de sucre qu'il contient masque le goût acide.

strictement contrôlé par l'organisme; il est habituellement très constant et égal à 7,4 car ses variations ont des conséquences graves : on admet que s'il atteint 7,1, le sujet tombe dans le coma, et que s'il descend à 6,9, c'est la mort.

Remarque.

Certaines solutions ont un pH qui varie extrêmement peu lorsqu'on leur ajoute une quantité modérée d'eau, de solution acide ou de solution basique. De telles solutions portent le nom de solutions tampon. Le sang est un exemple de solution tampon.

21.7 Domaine de virage de quelques indicateurs colorés

Les indicateurs sont des substances organiques dont la couleur dépend du pH. Leur changement de coloration se produit dans un intervalle d'environ 2 unités de pH appelé *zone de virage*. La coloration prise par un indicateur coloré dans sa zone de virage est appelée sa *teinte sensible*. Le tableau ci-dessous présente les principaux indicateurs colorés avec leur zone de virage :

21.6 L'importance du pH

pH et industrie

Dans l'industrie chimique, la connaissance des pH de nombreuses solutions permet de prévoir leur utilisation pour des opérations bien précises.

pH et agriculture

Dans l'agriculture, la bonne croissance d'une plante ne peut s'effectuer que dans un domaine de pH bien déterminé. Certaines plantes exigent des sols acides (Blé, pomme de terre, vigne), d'autres des sols basiques (betteraves). Le pH des sols cultivés varie entre 6 et 8, mais lorsqu'on laisse un sol en jachère, son pH diminue et peut atteindre 5.

pH et vie quotidienne

Nous avons vu dans le tableau ci-contre le pH de quelques solutions couramment utilisées.

pH et biologie

Les milieux biologiques ont également des pH caractéristiques (voir tableau ci-dessus). Le pH du sang est

Indicateur	Teinte « acide »	Zone de virage	Teinte « basique »
Hélianthine	Rouge	3,1 à 4,4 (orange)	Jaune
Vert de bromocrésol	Jaune	3,8-5,4 (Vert)	Bleu
rouge de méthyle	Rouge	4,2-6,2 (orange)	Jaune
Bleu de bromothymol (B.B.T.)	Jaune	6,0-7,6 (vert)	Bleu
Phénolphthaléine (P.P.)	Incolore	8,2-10,0 (Rose)	Rouge violacé

21.8 Énoncés des exercices et problèmes

Les masses molaires atomiques nécessaires à la résolution des exercices seront recherchées dans la classification périodique.

Les solutions seront supposées prises à 25 °C, sauf indication contraire.

Exercice 1.

Le pH du lait de vache est 6,5. Calculer les concentrations des ions hydronium et hydroxyde dans ce lait.

Exercice 2.

La concentration des ions hydroxyde dans une solution aqueuse est égale à $10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$.

2.1. Calculer la concentration des ions hydronium et le pH de cette solution.

2.2. Quelle est la couleur prise dans cette solution par : le bleu de bromothymol; la phénolphthaléine; l'hélianthine.

2.3. Dire, en justifiant votre réponse, s'il peut s'agir :

- d'une solution d'acide chlorhydrique;
- d'une solution d'hydroxyde de sodium;
- de l'eau pure.

Exercice 3.

Une solution aqueuse de bromure de potassium a un pH égal à 7.

3.1. Quelles sont les espèces chimiques présentes dans la solution?

3.2. Écrire la relation entre les concentrations des ions hydroxyde et hydronium, d'une part, entre les concentrations des ions bromure et potassium, d'autre part. En déduire l'électroneutralité de la solution.

Exercice 4.

On prépare une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium en dissolvant dans l'eau 2 g de cristaux anhydres et en complétant le volume à 250 mL.

4.1. Déterminer la concentration C de la solution.

4.2. Calculer les concentrations des ions hydroxyde et hydronium.

4.3. En déduire le pH de la solution.

Exercice 5.

Une solution aqueuse a un pH égal à 6,5 à 60 °C. Calculer les concentrations des ions hydronium et hydroxyde dans cette solution, sachant que le produit io-

nique de l'eau à cette température vaut 10^{-13} . Cette solution est-elle chimiquement neutre?

Exercice 6.

On dispose de trois béchers contenant respectivement de l'eau pure, une solution d'hydroxyde de sodium et une solution d'acide chlorhydrique.

Attribuez les concentrations suivantes à chacune de ces trois solutions :

$$[\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1};$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 3 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

Exercice 7.

Une solution aqueuse d'acide, de concentration $c = 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$, a un pH égal à 5.

7.1. Déterminer les concentrations des ions hydronium et hydroxyde dans cette solution.

7.2. Indiquer, avec justification à l'appui, s'il s'agit d'un acide fort ou d'un acide faible.

Exercice 8.

Une solution aqueuse décimolaire d'ammoniac a un pH égal à 10.

8.1. Calculer la concentration des ions OH^- dans la solution.

8.2. Comparer cette concentration à celle de la solution d'ammoniac. Justifier la différence observée.

Exercice 9.

On prépare deux solutions décimolaires en faisant barboter dans l'eau, d'une part du chlorure d'hydrogène (solution A), d'autre part de l'ammoniac (solution B).

9.1. Quelle masse de chlorure d'hydrogène et quel volume d'ammoniac (mesuré dans les conditions où le volume molaire vaut 24 L) a-t-il fallu dissoudre dans 250 mL d'eau pour obtenir les solutions A et B?

9.2. Écrire les équations-bilan traduisant l'action de l'eau sur le chlorure d'hydrogène et sur l'ammoniac.

9.3. Rappeler la définition d'un acide et celle d'une base selon Brønsted.

9.4. Parmi les espèces chimiques figurant dans les équations précédentes, indiquer celles qui, dans ce cas précis, se comportent comme des acides et celles qui se comportent comme des bases.

9.5. Que peut-on dire du comportement de l'eau?

9.6. Quel est le pH de la solution A?

9.7. Peut-on déduire la valeur exacte du pH de la solution B à partir des données précédentes? Pourquoi?

9.8. Dire si le pH de la solution B est inférieur, supérieur ou égal à celui de l'eau pure.

Exercice 10.

Classer par ordre décroissant de leur acidité les solutions suivantes :

10.1. $\text{pH} = 3$

10.2. $[\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$

10.3. $[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]$

10.4. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$

10.5. $\text{pH} = 8$

Exercice 11.

Quel est le pH d'une solution d'acide sulfurique de concentration $5 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$?

Exercice 12.

On prélève 50 mL d'une solution d'acide chlorhydrique, de $\text{pH} = 3$, dans laquelle on ajoute 50 mL d'une solution d'acide sulfurique, de concentration $5 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$. Quel est le pH du mélange obtenu ?

Exercice 13.

A partir d'une solution d'acide chlorhydrique de $\text{pH} = 2,5$, on veut préparer une solution de $\text{pH} = 3$.

13.1. Quel volume d'eau faut-il ajouter à un litre de la solution initiale ?

13.2. Comment appelle-t-on cette opération ?

21.9 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 224)

Calculons la concentration des ions hydronium $[\text{H}_3\text{O}^+]$
Par définition,

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6,5}.$$

En utilisant la calculatrice on trouve :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 3,16 \times 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}.$$

Calculons la concentration des ions hydroxyde $[\text{OH}^-]$
Par définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]};$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{3,16 \times 10^{-7}} = 3,16 \times 10^{-8} \text{ mol L}^{-1}.$$

Solution 2. (p. 224)

2.1. Calculons la concentration des ions hydronium

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]};$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{10^{-4}} = 10^{-10} \text{ mol L}^{-1}.$$

Calculons le pH de la solution

D'après la définition du pH

$$\left. \begin{array}{l} [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-10} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pH} = 10.$$

2.2. Couleur prise dans cette solution par les indicateurs colorés

Le pH de cette solution est égal 10. Cette solution est basique et les indicateurs colorés prendront leur teinte « basique ». Ainsi,

- le bleu de bromothymol prendra une couleur bleue dans cette solution ;
- la phénolphthaléine prendra une couleur rose dans cette solution ;
- l'hélianthine une couleur jaune dans cette solution.

2.3. Nature de la solution

Des trois corps proposés seul l'hydroxyde de sodium est une base. Or la solution proposée est basique. Donc il s'agit d'une solution d'hydroxyde de sodium.

Solution 3. (p. 224)

Inventaires des espèces chimiques présentes dans la solution

Br^- et K^+ provenant de KBr ; OH^- , H_3O^+ provenant de H_2O .

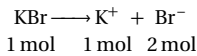
Relation entre les ions hydronium H_3O^+ et hydroxyde OH^-

Le pH étant égal à 7, nous en déduisons que la solution de bromure de potassium est une solution neutre caractérisée par :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-]. \quad (\text{S21.1})$$

Relation entre les ions Br^- et K^+

Écrivons l'équation-bilan de mise en solution de KBr .



D'après le bilan molaire de cette équation,

$$n_{\text{Br}^-} = n_{\text{K}^+}. \quad (\text{S21.2})$$

Division (S21.2) par le volume de la solution obtenue V .

$$\frac{n_{\text{K}^+}}{V} = \frac{n_{\text{Br}^-}}{V} \Leftrightarrow [\text{K}^+] = [\text{Br}^-]. \quad (\text{S21.3})$$

Electroneutralité de la solution

Faisons la somme membre à membre (S21.1) + (S21.3).

On obtient

$$[\text{H}_3\text{O}^+] + [\text{K}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{Br}^-],$$

équation de l'électroneutralité de la solution.

Solution 4. (p. 224)

4.1. *Déterminons la concentration de la solution d'hydroxyde de sodium* Par définition on a :

$$n_{\text{NaOH}} = c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}}$$

$$n_{\text{NaOH}} = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}}.$$

On en déduit :

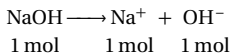
$$c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}} = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} \Rightarrow c_{\text{NaOH}} = \frac{1}{V_{\text{NaOH}}} \cdot \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}};$$

$$c_{\text{NaOH}} = \frac{1}{250 \times 10^{-3}} \times \frac{2}{23 + 16 + 1} = 0,2 \text{ mol L}^{-1}.$$

4.2. *Calculons les concentrations des ions hydroxyde et hydronium*

■ Concentration des ions OH^- .

L'équation de mise en solution de NaOH s'écrit :



D'après le bilan molaire de cette équation, on a :

$$n_{\text{NaOH}} = n_{\text{Na}^+} = n_{\text{OH}^-}. \quad (\text{S21.1})$$

Divisons (S21.1) par V , volume de la solution

$$\frac{n_{\text{NaOH}}}{V} = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{V}$$

$$\Leftrightarrow c_{\text{NaOH}} = [\text{Na}^+] = [\text{OH}^-] = 0,2 \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Concentration des ions H_3O^+ .

D'après la définition du produit ionique de l'eau,

on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{0,2} = 5 \times 10^{-14} \text{ mol L}^{-1}.$$

4.3. pH de la solution

En utilisant la calculatrice (voir paragraphe (21.1) du cours) on trouve : $\text{pH} = 13,3$.

Solution 5. (p. 224)

■ Concentration des ions H_3O^+

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6,5} = 3,16 \times 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}.$$

■ Concentration des ions OH^-

D'après la définition du produit ionique de l'eau,

on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-13}$$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-13}}{[\text{H}_3\text{O}^+]};$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-13}}{3,16 \times 10^{-7}} = 3,16 \times 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}.$$

Nature de cette solution

On constate que :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-] = 3,16 \times 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}.$$

Nous concluons que la solution est chimiquement neutre.

Solution 6. (p. 224)

■ $[\text{OH}^-] = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$.

Calculons la concentration de cette solution en ions hydronium.

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-3}} = 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}.$$

On constate que

$$[\text{H}_3\text{O}^+] < [\text{OH}^-].$$

Donc cette solution est basique. Des trois solutions proposées, seule la solution d'hydroxyde de sodium est basique. Nous attribuons cette concentration à la solution d'hydroxyde de sodium.

■ $[\text{OH}^-] = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$.

Calculons la concentration de cette solution en ions hydronium.

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

21.9. Solutions des exercices et problèmes

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{10^{-7}} = 10^{-7} \text{ molL}^{-1}.$$

On constate que

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = [\text{OH}^-].$$

Donc cette solution est chimiquement neutre. Des trois solutions proposées, seule l'eau pure est chimiquement neutre. Nous attribuons cette concentration à l'eau pure.

■ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 3 \times 10^{-3} \text{ molL}^{-1}.$

Calculons la concentration de cette solution en ions hydroxyde.

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \\ [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{3 \times 10^{-3}} = 3,33 \times 10^{-12} \text{ molL}^{-1}. \end{aligned}$$

On constate que

$$[\text{H}_3\text{O}^+] > [\text{OH}^-].$$

Donc cette solution est acide. Des trois solutions proposées, seule la solution d'acide chlorhydrique est acide. Nous attribuons cette concentration à la solution d'acide chlorhydrique.

Solution 7. (p. 224)**7.1. Déterminons la concentration des ions hydronium**

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-5} \text{ molL}^{-1}.$$

Déterminons la concentration d'ions OH^-

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]}; \\ [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{10^{-5}} = 10^{-9} \text{ molL}^{-1}. \end{aligned}$$

7.2. Pour $\text{pH} = 5 \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-5} \text{ molL}^{-1}.$

Ce qui est inférieure à la concentration de l'acide. Par conséquent :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} < n_{\text{acide}}.$$

Donc l'acide n'est pas totalement ionisé : c'est un acide faible.

Solution 8. (p. 224)**8.1. Calculons la concentration des ions OH^- dans la solution**

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+][\text{OH}^-] &= 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{OH}^-] &= \frac{10^{-14}}{[\text{H}_3\text{O}^+]} \\ \text{où } [\text{H}_3\text{O}^+] &= 10^{-\text{pH}} = 10^{-5} \text{ molL}^{-1} \end{aligned}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-5}} = 10^{-9} \text{ molL}^{-1}$$

8.2. Comparons $[\text{OH}^-]$ et C (concentration de la solution d'ammoniac)

$$[\text{OH}^-] < C$$

L'ammoniac est une base faible. Elle est partiellement ionisée en solution. C'est ce qui explique la différence observée.

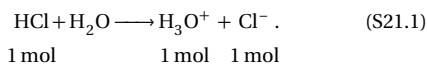
Solution 9. (p. 224)**9.1. Masse de chlorure d'hydrogène**

Par définition on a :

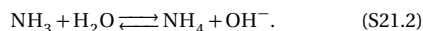
$$\begin{aligned} n_{\text{HCl}} &= c_{\text{HCl}} \cdot V_{\text{HCl}}; \quad n_{\text{HCl}} = \frac{m_{\text{HCl}}}{M_{\text{HCl}}} \\ \Rightarrow c_{\text{HCl}} \cdot V_{\text{HCl}} &= \frac{m_{\text{HCl}}}{M_{\text{HCl}}} \\ \Rightarrow m_{\text{HCl}} &= c_{\text{HCl}} \cdot V_{\text{HCl}} \cdot M_{\text{HCl}}; \\ m_{\text{HCl}} &= 0,1 \times 250 \times 10^{-3} \times (35,5 + 1) \\ &= 0,91 \text{ g}. \end{aligned}$$

Volume de l'ammoniac dissout :

$$\begin{aligned} n_{\text{NH}_3} &= c_{\text{NH}_3} V_s \\ n_{\text{NH}_3} &= \frac{V_{\text{NH}_3}}{V_m} \\ \Rightarrow c_{\text{NH}_3} V_s &= \frac{V_{\text{NH}_3}}{V_m} \\ \Rightarrow V_{\text{NH}_3} &= c_{\text{NH}_3} V_s V_m; \\ V_{\text{NH}_3} &= 0,1 \times 250 \times 10^{-3} \times 24 = 0,6 \text{ L}. \end{aligned}$$

9.2. Écrivons l'équation traduisant l'action de l'eau sur HCl 

Écrivons l'équation traduisant l'action de l'eau sur NH_3

**9.3. Définition d'un acide et d'une base selon Brønsted**

Un acide est un corps susceptible de libérer un ou plusieurs protons au cours d'une réaction chimique.

Une base est un corps susceptible de fixer un ou plusieurs protons au cours d'une réaction chimique.

9.4. Dans l'équation-bilan (S21.1), HCl se comporte comme un acide.

Dans l'équation-bilan (S21.2) NH_3 se comporte comme une base.

9.5. Dans l'équation-bilan (S21.1) H_2O fixe un proton. C'est une base.

Dans l'équation-bilan (S21.2) H_2O libère un proton. C'est un acide.

On dit l'eau est amphotère.

9.6. pH de la solution

D'après le bilan molaire de la réaction (S21.1), on a :

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1}. \quad (\text{S21.3})$$

Divisons (S21.3) par V , volume de la solution.

$$\frac{n_{\text{HCl}}}{V} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V}$$

$$\Rightarrow c_{\text{HCl}} = [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-1} \text{ mol L}^{-1}$$

d'après la définition du pH (voir paragraphe 21.1 du cours) on trouve :

$$\left. \begin{array}{l} [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pH} = 1.$$

9.7. On ne peut pas déduire le pH de la solution B à partir des données de l'énoncé. En effet, l'ammoniac étant une base faible, est partiellement ionisée. A partir de la concentration de NH_3 on ne peut calculer celle des ions OH^- que si on connaît le nombre de mole de NH_3 dissocier.

9.8. La solution B est une solution basique. Son pH est supérieure à celle de l'eau pure.

Solution 10. (p. 225)

En utilisant la méthode de résolution déjà appliquée aux exercices précédents, on trouve :

10.1. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$

10.2. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}$

10.3. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-7} \text{ mol L}^{-1}$

10.4. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 5 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$

10.5. $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-8} \text{ mol L}^{-1}$

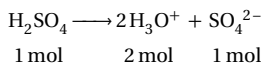
Une solution est d'autant plus acide qu'elle contient d'ions H_3O^+ .

Classement des solutions en fonction de leur acidité décroissant :

$$S_4 \quad S_1 \quad S_3 \quad S_5 \quad S_2.$$

Solution 11. (p. 225)

Écrivons l'équation-bilan de mise en solution de l'acide sulfurique.



Déterminons la concentration en ion H_3O^+ .

D'après le bilan molaire de la réaction ci-dessus, on a :

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2}. \quad (\text{S21.1})$$

Divisons (S21.1) par V .

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2V}$$

$$\Leftrightarrow c_{\text{H}_2\text{SO}_4} = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]}{2} \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 2c_{\text{H}_2\text{SO}_4};$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 2 \times 5 \times 10^{-4} = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

La pH de cette solution est donc :

$$\left. \begin{array}{l} [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pH} = 3.$$

Solution 12. (p. 225)

- Nombre de mole n_1 d'ions H_3O^+ contenu dans la solution d'acide chlorhydrique.

$$n_1 = [\text{H}_3\text{O}^+]_1 \cdot V_1;$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_1 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1};$$

$$n_1 = 10^{-3} \times 50 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol}.$$

- Nombre de mole n_2 d'ions H_3O^+ contenu dans la solution d'acide sulfurique.

$$n_2 = [\text{H}_3\text{O}^+]_2 \cdot V_2;$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_2 = 2c_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 2 \times 5 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Nombre de mole n d'ions H_3O^+ contenu dans le mélange.

$$n = n_1 + n_2 = 5 \times 10^{-5} + 5 \times 10^{-5} = 10^{-4} \text{ mol}$$

La concentration d'ions H_3O^+ contenu dans le mélange est donc :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_m = \frac{n}{V_1 + V_2};$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_m = \frac{10^{-4}}{50 \times 10^{-3} + 50 \times 10^{-3}}$$

$$= 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

D'où le pH du mélange.

$$\left. \begin{array}{l} [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} \\ [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{pH} = 3.$$

Solution 13. (p. 225)

13.1.

- Concentration d'ions H_3O^+ dans la solution initiale

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_1 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,5} = 3,16 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Concentration d'ions H_3O^+ dans la solution finale

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_2 = 10^{-\text{pH}} = 10^{-3} = 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

Au cours de cette opération, le nombre de mole d'ions H_3O^+ ne varie pas.

Soient V_1 le volume de la solution initiale et V_2 le volume de la solution finale :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_1 \cdot V_1 = [\text{H}_3\text{O}^+]_2 \cdot V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_1 \cdot V_1}{[\text{H}_3\text{O}^+]_2}$$

$$= \frac{3,16 \times 10^{-3} \times 1}{10^{-3}} = 3,16 \text{ L},$$

Le volume d'eau à ajouter est donc :

$$V_2 - V_1 = 3,16 - 1 = 2,16 \text{ L}.$$

- 13.2. Cette opération est une dilution.

La réaction entre une solution chlorhydrique et une solution d'hydroxyde de sodium

22.1	Introduction	230
22.2	Étude de la réaction	230
22.2.1	Expérience	230
22.3	Équation-bilan de la réaction	230
22.4	L'équivalence acido-basique	230
22.4.1	Définition de l'équivalence	230
22.4.2	Comment reconnaître l'équivalence?	230
22.4.3	L'utilisation des indicateurs colorés	231
22.5	Dosage acido-basique	231
22.5.1	Définition	231
22.5.2	Principe du dosage acido-basique	231
22.5.3	Exemple de dosage acido-basique : dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium	232
22.6	Enoncés des exercices et problèmes	233
22.7	Solutions des exercices et problèmes	235

22.1 Introduction

Nous savons que la solution d'acide chlorhydrique a un pH inférieur à 7 à 25 °C et que ses propriétés acides sont dues à la présence d'ions H_3O^+ .

Nous avons aussi vu que la solution d'hydroxyde de sodium a un pH supérieur à 7 à 25 °C et l'ion hydroxyde OH^- est responsable de ses propriétés basiques.

Nous allons étudier la réaction qui se produit lorsqu'on mélange une solution d'acide chlorhydrique et une solution d'hydroxyde de sodium.

22.2 Étude de la réaction

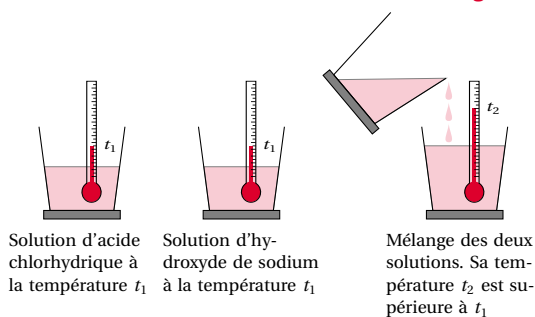
22.2.1 Expérience

A l'aide d'une pipette, prélevons 20 mL d'une solution d'acide chlorhydrique, de concentration 1 mol L^{-1} , que nous versons dans un bécher de 100 mL. Mesurons à l'aide d'un thermomètre la température de cette solution.

A l'aide d'une seconde pipette, prélevons 20 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration 1 mol L^{-1} , que nous versons dans un second bécher de 100 mL. Mesurons encore la température de cette solution.

Versons d'un trait le contenu du second bécher dans le premier.

Figure 22.1



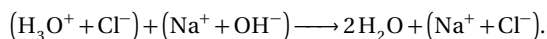
On observe une élévation de température. Donc la réaction entre les solutions d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium est exothermique. A l'aide du papier pH, mesurons le pH de la solution obtenue. Nous trouvons un pH sensiblement égal à 7. La solution obtenue est donc neutre.

Chaufons dans une coupelle quelques cm^3 de la solution afin d'en évaporer l'eau. Nous obtenons des cristaux blancs, de goût salé.

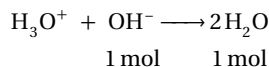
L'analyse montre qu'il s'agit de chlorure de sodium. La solution obtenue est donc une solution aqueuse de chlorure de sodium.

22.3 Équation-bilan de la réaction

Dans l'expérience ci-dessus, nous avons utilisé des solutions de même volume et de même concentration, donc renfermant la même quantité de matière. A partir des réactifs et des produits de la réaction, nous pouvons écrire l'équation-bilan.



Les ions Na^+ et Cl^- n'interviennent pas : ce sont des ions spectateurs et l'équation-bilan de la réaction se réduit à :



La réaction entre les solutions d'acide chlorhydrique et d'hydroxyde de sodium est donc une réaction entre les ions H_3O^+ et OH^- .

Cette réaction peut être considérée comme totale, la réaction inverse étant très limitée. (Voir chapitre 21). Elle se produit lors de toute réaction entre un *acide fort* et une *base forte*.

Si les réactifs sont en proportions stoechiométriques, la solution finale est neutre (pH = 7 à 25 °C).

22.4 L'équivalence acido-basique

22.4.1 Définition de l'équivalence

On dit qu'on est à l'équivalence d'une réaction chimique, lorsque les réactifs ont été mélangés exactement dans les proportions stoechiométriques de l'équation-bilan.

Dans le cas de la réaction entre les ions H_3O^+ et OH^- , on parle d'équivalence acido-basique.

D'après l'équation-bilan de cette réaction, à l'équivalence, $n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-}$.

22.5. Dosage acido-basique

22.4.2 Comment reconnaître l'équivalence ?

On utilise le dispositif expérimental ci-dessous.

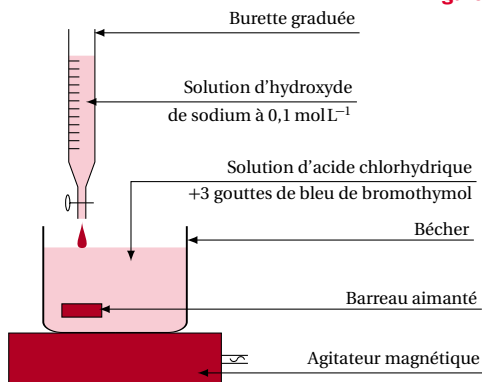


Figure 22.2

A l'aide d'une pipette de 20 cm³, prélevons 20 cm³, d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration 0,1 mol L⁻¹, que nous versons dans un bécher. Ajoutons-y 3 gouttes de bleu de bromothymol, qui donne à la solution une couleur jaune.

Plaçons dans la burette graduée une solution d'hydroxyde de sodium, de concentration 0,1 mol L⁻¹ jusqu'à la graduation 0.

Versons progressivement la solution d'hydroxyde de sodium dans l'acide contenu dans le bécher. On verse d'abord cm³, par cm³, jusqu'à ce qu'il se produise un changement de couleur du jaune au bleu (virage de l'indicateur).

Le virage se produit à une goutte près : la solution vire d'un seul coup du jaune au bleu. C'est pourquoi il faut verser la solution d'hydroxyde de sodium par très petites quantités lorsqu'on s'approche de l'équivalence. Ici, l'équivalence est obtenue lorsqu'on a versé 20 cm³ de la solution basique.

Le bleu de bromothymol vient de nous permettre de mettre en évidence l'équivalence acido-basique.

22.4.3 L'utilisation des indicateurs colorés

Nous savons que la teinte d'un indicateur coloré est fonction du pH du milieu. Par ailleurs, le virage d'un indicateur coloré se produit dans un intervalle de pH bien déterminé, caractéristique de l'indicateur. Ceci explique l'utilisation des indicateurs colorés pour mettre en évidence l'équivalence acido-basique.

Lorsqu'on fait agir une base forte sur un acide fort, le

pH, à l'équivalence, vaut 7, valeur qui se trouve dans la zone de virage du bleu de bromothymol.

L'expérience montre que, lorsqu'on verse une base forte dans un acide fort, il se produit une brusque variation de pH au voisinage du point d'équivalence. On peut donc, dans ce cas, utiliser la phénol phtaléine et, dans une moindre mesure, l'hélianthine pour mettre en évidence l'équivalence. Cependant, le bleu de bromothymol est l'indicateur le plus approprié.

Remarque.

Lorsque l'un des réactifs est un acide ou une base faible, le pH à l'équivalence est différent de 7. Le choix de l'indicateur coloré doit être judicieux.

22.5 Dosage acido-basique

22.5.1 Définition

Doser une solution consiste à déterminer sa concentration molaire.

22.5.2 Principe du dosage acido-basique

Pour doser une solution acide, on utilise une solution basique titrée, c'est-à-dire une solution basique de concentration c_b connue.

Soient V_b le volume de la solution basique qu'il faut verser dans un volume V_a de la solution acide pour obtenir l'équivalence et C_a la concentration de la solution acide à déterminer.

Lorsque que la réaction acide-base a lieu mole à mole, à l'équivalence.

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-} \text{ or}$$

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = c_a \cdot V_a \text{ et}$$

$$n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b$$

d'où la relation

$$c_a V_a = c_b V_b$$

appelée formule des dosages acido-basiques. On en déduit :

$$c_a = \frac{c_b V_b}{V_a}$$

Pour déterminer la concentration d'une solution basique, on utilise une solution acide titrée. De la formule de dosage, on tire :

$$c_b = \frac{c_a V_a}{V_b}$$

Remarque.

La formule des dosages précédents est valable dans le cas d'un monoacide et d'une monobase. Dans le cas d'un polyacide ou d'une polybase, il faut tenir compte de la quantité de matière d'ions H_3O^+ ou d'ions OH^- libérés par une mole d'acide ou de base (voir exercices).

On laisse couler la base d'un trait jusqu'à $(V - 1) \text{ cm}^3$ puis goutte à goutte jusqu'au virage de l'indicateur à la goutte près. On note alors le volume V_b de base versé.

De la formule des dosages

$$c_a V_a = c_b V_b$$

on tire la concentration cherchée :

$$c_a = \frac{c_b V_b}{V_a}$$

22.5.3 Exemple de dosage acido-basique : dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium

Mode opératoire

Soit une solution d'acide chlorhydrique de concentration c_a inconnue. A l'aide d'une pipette, on prélève 20 cm^3 de la solution acide qu'on verse dans un bécher bien propre. On y ajoute 3 gouttes de phénolphtaléine. Dans une burette, on met la solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$, jusqu'à la graduation 0.

Exemple de calcul numérique

Soit

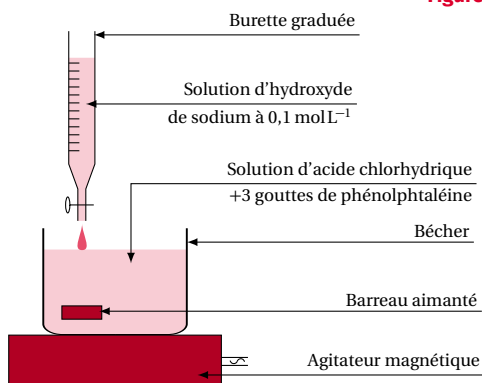
$$V_b = 22 \text{ cm}^3;$$

$$c_a = \frac{c_b \cdot V_b}{V_a} = \frac{0,1 \cdot 22}{20} = 0,11 \text{ mol L}^{-1}.$$

Remarque.

Les volumes ont été laissés en cm^3 , le rapport de deux volumes ne dépendant pas des unités employées.

Figure 22.3



Dosage rapide

Pour le premier essai, on verse la soude cm^3 par cm^3 jusqu'au virage de l'indicateur coloré de l'incolore au rouge violacé. Soit V le volume versé.

Dosage précis

On reprend la procédure avec un nouveau prélèvement d'acide.

22.6 Enoncés des exercices et problèmes

Les masses molaires atomiques nécessaires à la résolution des exercices seront recherchées dans la classification périodique.

Exercice 1.

1.1. Quel volume de chlorure d'hydrogène, mesuré dans les conditions où le volume molaire vaut 24 L, faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir 1 L de solution de concentration $0,05 \text{ mol L}^{-1}$?

1.2. Il faut verser 25 cm^3 de cette solution dans 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium pour atteindre l'équivalence acido-basique.

1.2.1. Calculer la concentration de la solution basique.

1.2.2. Calculer la masse de chlorure de sodium obtenu en évaporant l'eau de la solution.

1.2.3. Calculer la masse de pastilles de soude nécessaire à la préparation de 100 cm^3 de la solution basique.

Exercice 2.

On verse progressivement une solution d'hydroxyde de sodium, de concentration $0,1 \text{ mol L}^{-1}$ dans 20 cm^3 d'acide chlorhydrique, de concentration $0,1 \text{ mol L}^{-1}$. Calculer le pH, à 25°C , de la solution contenue dans l'erlenmeyer, après avoir ajouté successivement 1; 19; 19,9 et $20,1 \text{ cm}^3$ de la solution basique.

Exercice 3.

3.1. Quelle masse de cristaux d'hydroxyde de sodium faut-il dissoudre dans l'eau pour obtenir 1 L de solution de concentration $0,15 \text{ mol L}^{-1}$?

3.2. Quel volume d'acide chlorhydrique, de concentration $0,2 \text{ mol L}^{-1}$, faut-il pour réagir complètement sur 100 cm^3 de la solution basique ?

3.3. Quelle est la masse du chlorure de sodium obtenue après évaporation de l'eau de la solution ?

Exercice 4.

On dispose d'acide chlorhydrique concentré, de concentration 12 mol L^{-1} .

4.1. Quel volume d'acide concentré faut-il pour préparer :

- 100 cm^3 de solution à $0,2 \text{ mol L}^{-1}$;
- 1000 cm^3 de solution à $0,75 \text{ mol L}^{-1}$?

4.2. Quel volume d'eau distillée faut-il ajouter à 100 cm^3 de la solution à $0,2 \text{ mol L}^{-1}$ pour avoir une solution de concentration $0,15 \text{ mol L}^{-1}$?

4.3. Pour atteindre l'équivalence, il faut verser $15,7 \text{ cm}^3$ de la solution précédente dans 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium, de concentration inconnue.

4.4. Calculer la concentration des ions sodium dans la solution obtenue.

4.5. Déterminer la quantité (en mol) de nitrate d'argent nécessaire pour précipiter tous les ions chlorure de la solution.

Exercice 5.

On mélange à 50 cm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique, de concentration $0,05 \text{ mol L}^{-1}$;

- 30 cm^3 d'une solution de soude, de concentration $0,1 \text{ mol L}^{-1}$;
- 50 cm^3 d'une solution de soude, de concentration $0,05 \text{ mol L}^{-1}$;
- 20 cm^3 d'une solution de soude, de concentration $0,05 \text{ mol L}^{-1}$.

Déterminer, dans chaque cas, la couleur prise par l'hélianthine placée dans le mélange.

Conseil : on déterminera le pH de chacun des mélanges et on se reportera au tableau du chapitre 21.

Exercice 6.

L'acide nitrique est une monoacide fort.

6.1. Qu'est-ce qu'un monoacide ?

6.2. Qu'est-ce qu'un acide fort ?

6.3. On fait réagir 100 cm^3 d'une solution décimolaire d'acide nitrique sur 100 cm^3 d'une solution décimolaire d'hydroxyde de sodium. Formule de l'acide nitrique en solution : $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-$.

6.3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction.

6.3.2. Calculer la masse de nitrate de sodium obtenu après avoir évaporé l'eau de la solution.

Exercice 7.

On mélange 12 cm^3 d'une solution d'acide chlorhydrique, de concentration $0,1 \text{ mol L}^{-1}$, et 8 cm^3 d'une solution d'acide nitrique, de concentration $0,1 \text{ mol L}^{-1}$. On verse une solution de soude dans le mélange jusqu'à l'équivalence acido-basique. Il faut 25 cm^3 de cette solution. On chauffe ensuite la solution obtenue afin d'en éliminer l'eau.

Calculer :

7.1. La quantité de matière d'ions hydronium dans le mélange d'acides.

7.2. La concentration de la solution de soude.

7.3. La masse de chlorure de sodium obtenue.

7.4. La masse de nitrate de sodium obtenue.

Exercice 8.

On dissout 20 g d'hydroxyde de sodium dans un litre de solution obtenue en dissolvant dans l'eau 22,4 L (volume mesuré dans les conditions normales de température et de pression) de chlorure d'hydrogène.

8.1. Déterminer le pH de la solution finale.

8.2. Calculer la quantité (en mol) d'ions chlorure et d'ions sodium.

8.3. Quelle masse de cristaux d'hydroxyde de sodium faut-il ajouter pour que le pH de la solution soit égal à 7?

Exercice 9.

L'acide sulfurique est un diacide fort.

9.1. Écrire l'équation-bilan de l'action de l'eau sur l'acide sulfurique.

9.2. Donner la relation entre la concentration c_a de la solution acide et la concentration des ions hydronium dans la solution.

9.3. On fait agir une solution d'hydroxyde de sodium, de concentration c_b , sur la solution d'acide sulfurique. Pour atteindre l'équivalence, il faut verser un volume V_b de la solution basique dans un volume V_a de la solution acide.

9.3.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction entre un acide fort et une base forte et donner la relation entre les quantités (en mol) d'ions hydronium et hydroxyde à l'équivalence.

9.3.2. Établir la relation entre c_a , V_a , c_b et V_b , lorsqu'un diacide fort réagit avec une monobase forte.

9.3.3. Calculer : c_a , si

$$V_a = 20 \text{ cm}^3,$$

$$V_b = 20 \text{ cm}^3 \text{ et}$$

$$c_b = 0,1 \text{ mol L}^{-1}.$$

Exercice 10.

On mélange 10 mL d'une solution décimolaire d'hydroxyde de sodium à 20 mL d'une solution d'acide sulfurique, de concentration $0,005 \text{ mol L}^{-1}$.

10.1. Déterminer la quantité (en mol) d'ions hydroxyde apportés par la solution basique.

10.2. Déterminer la quantité (en mol) d'ions hydronium apportés par la solution acide.

10.3. Quel est le caractère (acide, basique, ou neutre) du mélange?

10.4. Calculer les concentrations des ions hydroxyde et hydronium dans le mélange.

10.5. En déduire le pH du mélange.

Exercice 11.

Soit un flacon contenant une solution S_0 d'acide chlorhydrique. L'étiquette portée sur ce flacon montre les indications suivantes :

■ acide chlorhydrique

■ 31,74 % en masse

■ masse volumique de la solution : $\rho = 1150 \text{ g dm}^{-3}$

■ Masse molaire de $\text{HCl} = 36,5 \text{ g mol}^{-1}$.

11.1. Calculer la concentration c_0 de la solution chlorhydrique.

11.2. Le dosage direct par la soude pouvant être dangereux en raison des concentrations élevées, que peut-on faire pour ramener la concentration de la solution commerciale à une valeur raisonnable, voisine de $0,1 \text{ mol L}^{-1}$?

11.3. Ayant dilué 100 fois un échantillon du flacon,

on obtient une solution S dont on prélève un volume $V_a = 10,0 \text{ cm}^3$. Quelle verrerie convient Pour ce prélèvement?

11.4. On dose ce prélèvement au moyen d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 0,100 \text{ mol L}^{-1}$. Expliquer rapidement les deux étapes successives de la démarche expérimentale; Quel indicateur coloré doit-on choisir?

11.5. Le virage de l'indicateur coloré est obtenu pour un volume de soude $V_b = 10,0 \text{ cm}^3$. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui se produit lors du dosage et en déduire la concentration volumique molaire c_a de la solution S .

Exercice 12.

On se propose d'étudier les variations du pH au cours de la réaction entre une solution d'acide chlorhydrique et une solution d'hydroxyde de sodium. A cet effet, on place dans un bécher 20 mL d'une solution centimolaire d'acide chlorhydrique. On y verse progressivement une solution centimolaire d'hydroxyde de sodium. Pour chaque volume de base introduit, on mesure le pH à l'aide d'un pH-mètre.

Les résultats des mesures sont consignés dans le tableau ci-après.

V_b (mL)	0	2	4	6	8	10
pH	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
V_b (mL)	12	14	16	18	18,5	19
pH	2,6	2,7	2,9	3,3	3,45	3,6
V_b (mL)	19,5	20	20,5	21	21,5	22
pH	4,2	7	9,3	10	10,3	10,5
V_b (mL)	24	26	28	30		
pH	10,9	11	11,1	11,2		

12.1. Au cours de l'opération, une partie de la solution reste sur les parois de l'erenmeyer, ce qui peut modifier les résultats du dosage. Comment peut-on corriger cette source d'erreur.

12.2. Tracer le graphe $\text{pH} = f(V_b)$:

Echelles : abscisses : 1 cm pour 2 mL ordonnées : 1 cm pour 1 unité pH.

12.3. Placer sur la courbe le point d'équivalence.

Que peut-on dire de la courbe dans l'intervalle $19,5 \text{ cm}^3 - 20,5 \text{ cm}^3$?

22.7 Solutions des exercices et problèmes

Solution 1. (p. 233)

1.1. Volume du chlorure d'hydrogène

Par définition on a :

$$n_{\text{HCl}} = c_s \cdot V_s$$

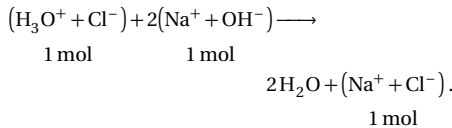
$$n_{\text{HCl}} = \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} c_s \cdot V_s &= \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m} \\ \Rightarrow V_{\text{HCl}} &= c_s \cdot V_s \cdot V_m \\ V_{\text{HCl}} &= 0,05 \cdot 124 = 1,2 \text{ L} \end{aligned}$$

1.2. Calcul de la concentration de la solution basique

1.2.1. Écrivons l'équation-bilan de la réaction.



La réaction a lieu mole à mole. Dans ces conditions, à l'équivalence acido-basique, on a :

$$\begin{aligned} c_a \cdot V_a &= c_b \cdot V_b \\ \Rightarrow c_b &= \frac{c_a \cdot V_a}{V_b} \\ c_b &= \frac{0,05 \cdot 25}{20} = 0,0625 \text{ mol L}^{-1} \end{aligned}$$

1.2.2. Masse de chlorure de sodium obtenu

A partir du bilan molaire de l'équation-bilan ci-dessus on peut écrire :

$$\frac{n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{Cl}^-)}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

D'après (S22.1) on en déduit :

$$\begin{aligned} n_{\text{NaCl}} &= n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-)} = c_a V_a \\ n_{\text{NaCl}} &= 0,05 \times 25 \times 10^{-3} = 1,25 \times 10^{-3} \text{ mol} \end{aligned}$$

La masse de chlorure de sodium est donc :

$$\begin{aligned} n_{\text{NaCl}} &= \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} \Rightarrow m_{\text{NaCl}} = n_{\text{NaCl}} \cdot M_{\text{NaCl}}; \\ m_{\text{NaCl}} &= 1,25 \times 10^{-3} \times (23 + 35,5) = 0,073 \text{ g}. \end{aligned}$$

1.2.3. Masse de la pastille de soude

Par définition on a :

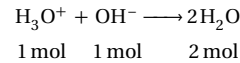
$$\begin{aligned} n_{\text{NaOH}} &= c_b \cdot V_b; \\ n_{\text{NaOH}} &= \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}}. \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} c_b \cdot V_b &= \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} \\ \Rightarrow m_{\text{NaOH}} &= c_b \cdot V_b \cdot M_{\text{NaOH}}; \\ m_{\text{NaOH}} &= 6,25 \times 10^{-2} \times 100 \times 10^{-3} \times (23 + 16 + 1) \\ &= 0,25 \text{ g}. \end{aligned}$$

Solution 2. (p. 233)

Calcul du pH de la solution contenue dans l'erlenmeyer
Écrivons l'équation-bilan de la réaction.



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{2}. \quad (\text{S22.1})$$

D'après (S22.1) on en déduit :

$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{H}_3\text{O}^+}$$

- Nombre de mole d'ions H_3O^+ contenu dans $V_a = 20 \text{ cm}^3$ de solution acide :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = c_a \cdot V_a$$

- Nombre de mole d'ions OH^- contenu dans V_b de solution de base versée :

$$n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b$$

- Nombre de mole d'ions H_3O^+ ayant réagi :
D'après (S22.1) on a :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b$$

- Nombre de mole d'ions H_3O^+ restant dans l'erlenmeyer :

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_R} = V_a \cdot c_a - c_b \cdot V_b,$$

- Concentration d'ions H_3O^+ restant :

$$[\text{H}_3\text{O}^+]_R = \frac{V_a \cdot c_a - c_b \cdot V_b}{V_a + V_b}.$$

Pour $V_b = 1 \text{ cm}^3$

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+]_R &= \frac{20 \cdot 0,1 - 0,1 \cdot 1}{20 + 1} \\ &= 0,09 = 9 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Le pH de cette solution est donc :

En utilisant la calculatrice (voir cours chapitre 21), on trouve : $\text{pH} = 1$.

La même démarche nous donne pour :

- $V_b = 19 \text{ cm}^3$: $\text{pH} = 2,6$.

- $V_b = 19,9 \text{ cm}^3$: $\text{pH} = 3,6$. Pour $V_b = 20,1 \text{ cm}^3$.

- Nombre de mole d'ions H_3O^+ contenu dans $V_a = 20 \text{ cm}^3$ de solution acide :

$$\begin{aligned} n_{\text{H}_3\text{O}^+} &= c_a \cdot V_a = 0,1 \times 20 \times 10^{-3} \\ &= 0,201 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

- Nombre de mole d'ions OH^- contenu dans

$V_b = 20,1 \text{ cm}^3$ de solution de base versée :

$$n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b = 0,1 \times 20,1 \times 10^{-3} \\ = 0,2 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

En comparant n_{OH^-} à $n_{\text{H}_3\text{O}^+}$, on constate que n_{OH^-} est supérieur à $n_{\text{H}_3\text{O}^+}$. Nous concluons que les ions OH^- sont en excès.

- Nombre de mole d'ions OH^- en excès.

$$n'_{\text{OH}^-} = 0,201 \times 10^{-2} - 0,2 \times 10^{-2} = 10^{-5} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Concentration d'ions OH^- en excès

$$[\text{OH}^-]' = \frac{10^{-5}}{20 \times 10^{-3} + 20,1 \times 10^{-3}} \\ = 2,5 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}.$$

- Calculons alors la concentration en ions H_3O^+ de cette solution.

D'après le produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{OH}^-]'[\text{H}_3\text{O}^+]' = 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]' = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]'} \\ = \frac{10^{-14}}{2,5 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^{-11} \text{ mol L}^{-1}.$$

D'où le pH de cette solution : $\text{pH} = 10,4$.

Solution 3. (p. 233)

En s'inspirant de la résolution de l'exercice 1 ci-dessus, on trouve :

3.1. Masse de cristaux d'hydroxyde de sodium : $m = 6 \text{ g}$.

3.2. Volume d'acide chlorhydrique : $V = 75 \text{ cm}^3$.

3.3. Masse de chlorure de sodium : $m' = 0,87 \text{ g}$.

Solution 4. (p. 233)

4.1. Volume de l'acide chlorhydrique concentré à utiliser

Démarche voir exercice 3 chapitre 20

$$c_i \cdot V_i = c_f \cdot V_f \Rightarrow V_i = \frac{c_f \cdot V_f}{c_i}.$$

Pour $V_f = 100 \text{ cm}^3$.

$$V_i = \frac{0,2 \times 0,1}{12} = 1,66 \times 10^{-3} \text{ L} \approx 1,7 \text{ cm}^3.$$

Pour $V_f = 1000 \text{ cm}^3$.

$$V_i = \frac{0,75 \times 1}{12} = 62,5 \times 10^{-3} \text{ L} \approx 62,5 \text{ cm}^3.$$

4.2. Calcul du volume d'eau distillée

Soient :

- $c_1 = 0,2 \text{ mol L}^{-1}$ la concentration de la solution initiale;
- $V_1 = 100 \text{ cm}^3$ le volume de la solution initiale;
- $c_2 = 0,15 \text{ mol L}^{-1}$ la concentration de la solution finale;
- $V_2 = ?$ le volume de la solution finale.

Au cours de cette opération, il y a conservation du

nombre de mole d'acide chlorhydrique.

$$c_1 \cdot V_1 = c_2 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{c_1 \cdot V_1}{c_2};$$

$$V_2 = \frac{0,2 \times 100 \times 10^{-3}}{0,15} = 0,133 \text{ L} = 133 \text{ mL}$$

Le volume d'eau à ajouter est :

$$V_2 - V_1 = 133 - 100 = 33 \text{ mL}$$

4.2.1. Calcul de la concentration des ions Na^+

Nombre de mole d'ions Na^+ .

Ces ions proviennent de NaOH tel que : $n_{\text{Na}^+} = n_{\text{NaOH}}$. Or à l'équivalence,

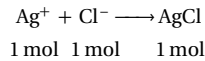
$$n_{\text{NaOH}} = n_{\text{H}_3\text{O}^+} = c_a \cdot V_a \\ = 0,15 \times 15,7 \times 10^{-3} = 2,355 \times 10^{-3} \text{ mol}.$$

D'où la concentration des ions Na^+

$$[\text{Na}^+] = \frac{n_{\text{Na}^+}}{V_a + V_b} \\ = \frac{2,355 \times 10^{-3}}{15,7 \times 10^{-3} + 20 \times 10^{-3}} = 0,066 \text{ mol L}^{-1}.$$

4.2.2. Calculons la quantité de nitrate d'argent

L'équation de précipitation des ions Cl^- s'écrit :

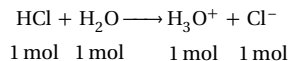


A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{Ag}^+}}{1} = \frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{AgCl}}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

D'après (S22.1) on a : $n_{\text{Ag}^+} = n_{\text{Cl}^-}$.

Les ions Cl^- proviennent de l'acide chlorhydrique selon le schéma :



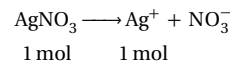
D'après le bilan molaire on a :

$$\frac{n_{\text{Cl}^-}}{1} = \frac{n_{\text{HCl}}}{1} \\ \Rightarrow n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{HCl}} = c_a \cdot V_a;$$

$$n_{\text{Cl}^-} = 0,15 \times 15,7 \times 10^{-3} = 2,35 \times 10^{-3} \text{ mol}.$$

D'où $n_{\text{Ag}^+} = n_{\text{Cl}^-} = 2,355 \times 10^{-3} \text{ mol}$.

Equation de mise en solution de nitrate d'argent



D'après le bilan molaire,

$$n_{\text{AgNO}_3} = n_{\text{Ag}^+} = 2,35 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Solution 5. (p. 233)

Schématisons l'opération de mélange.

- Mélange 1

$$S_1(\text{HCl}) \left\{ \begin{array}{l} V_1 = 50 \text{ cm}^3 \\ c_1 = 0,05 \text{ mol L}^{-1} \end{array} \right.$$

22.7. Solutions des exercices et problèmes

et

$$S_2(\text{NaOH}) \begin{cases} V_2 = 30 \text{ cm}^3 \\ c_2 = 0,1 \text{ mol L}^{-1} \end{cases}$$

Déterminons la quantité d'ions H_3O^+ apporté par la solution de HCl

Par définition,

$$\begin{aligned} n_{\text{HCl}} &= c_{\text{HCl}} \cdot V_{\text{HCl}} = 0,05 \times 50 \times 10^{-3} \\ &= 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol} \end{aligned}$$

L'acide chlorhydrique est un monoacide fort.

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCl}} = 2,5 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

Déterminons le nombre de mole d'ions OH^- apporté par la solution de NaOH

Par définition,

$$\begin{aligned} n_{\text{NaOH}} &= c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}} = 0,1 \times 30 \times 10^{-3} \\ &= 3 \times 10^{-3} \text{ mol} \end{aligned}$$

L'hydroxyde de sodium est une monobase forte.

$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}} = 3 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

On constate que :

$$n_{\text{OH}^-} > n_{\text{H}_3\text{O}^+}.$$

Nous concluons que les ions OH^- sont en excès dans le mélange.

Quantité d'ions OH^- en excès dans le mélange

$$n_{(\text{OH}^-)_R} = (3 - 2,5) \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-4} \text{ mol}.$$

D'où la concentration des ions OH^- dans le mélange :

$$[\text{OH}^-]_R = \frac{5 \times 10^{-4}}{(30 + 50) \times 10^{-3}} = 6,25 \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}.$$

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$\begin{aligned} [\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+] &= 10^{-14} \\ \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] &= \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} \\ &= \frac{10^{-14}}{6,25 \times 10^{-3}} \\ &= 1,6 \times 10^{-12} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

pH du mélange

En utilisant la calculatrice on trouve $\text{pH} = 11,8$ d'où la couleur de l'hélianthine : Jaune

■ Mélange 2

$$S_1(\text{HCl}) \begin{cases} V_1 = 50 \text{ cm}^3 \\ c_1 = 0,05 \text{ mol L}^{-1} \end{cases}$$

et

$$S_2(\text{NaOH}) \begin{cases} V_2 = 50 \text{ cm}^3 \\ c_2 = 0,05 \text{ mol L}^{-1} \end{cases}$$

A volumes égaux, et à concentrations égales, on a :

$$\begin{aligned} n_{\text{HCl}} &= n_{\text{NaOH}} \\ \Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} &= n_{\text{OH}^-} \\ \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] &= [\text{OH}^-] = 10^{-7} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = 7$$

D'où la couleur de l'hélianthine : jaune

■ Mélange 3

$$S_1(\text{HCl}) \begin{cases} V_1 = 50 \text{ cm}^3 \\ c_1 = 0,05 \text{ mol L}^{-1} \end{cases}$$

et

$$S_2(\text{NaOH}) \begin{cases} V_2 = 20 \text{ cm}^3 \\ c_2 = 0,1 \text{ mol L}^{-1} \end{cases}$$

Déterminons la quantité d'ions OH^- apporté par la solution de NaOH

$$\begin{aligned} n_{\text{NaOH}} &= c_{\text{NaOH}} \cdot V_{\text{NaOH}}; \\ n_{\text{NaOH}} &= 0,05 \times 20 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{ mol}. \end{aligned}$$

L'hydroxyde de sodium est une monobase forte.

$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}} = 10^{-3} \text{ mol}$$

On constate que :

$$n_{\text{OH}^-} < n_{\text{H}_3\text{O}^+}.$$

Nous concluons que les ions H_3O^+ sont en excès dans le mélange.

Quantité d'ions H_3O^+ en excès dans le mélange :

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_R} = (2,5 - 1) \times 10^{-3} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ mol}.$$

D'où la concentration des ions H_3O^+ dans le mélange :

$$\begin{aligned} [\text{H}_3\text{O}^+]_R &= \frac{1,5 \times 10^{-3}}{(50 + 20) \times 10^{-3}} \\ &= 0,214 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

pH du mélange. En utilisant la calculatrice on trouve $\text{pH} = 1,67$ d'où la couleur de l'hélianthine : rouge.

Solution 6. (p. 233)

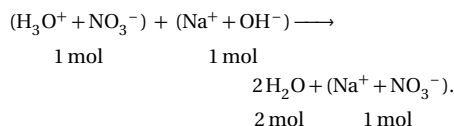
6.1. Définition d'un monoacide

Un monoacide est un corps susceptible de céder une seule mole de proton H^+ par mole d'acide au cours d'une réaction chimique.

6.2. Définition d'un acide fort

Un acide est qualifié de fort s'il est totalement ionisé en solution.

6.3. 6.3.1. Équation-bilan de la réaction



6.3.2. Masse de nitrate de sodium

A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{NO}_3^-)}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

D'après (S22.1), pour que les réactifs soient en proportions stoechiométriques, il faut :

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-)} = n_{(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)}.$$

Vérifions cette hypothèse :

$$n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{NO}_3^-)} = c_a \cdot V_a = 0,1 \times 0,1 = 10^{-2} \text{ mol};$$

$$n_{(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)} = c_b \cdot V_b = 0,1 \times 0,1 = 10^{-2} \text{ mol}.$$

Nous concluons que les réactifs sont en proportions stoechiométriques.

D'après (S22.1)

$$n_{\text{NaNO}_3} = n_{\text{HNO}_3} = 10^{-2} \text{ mol}.$$

La masse de nitrate de sodium est donc :

$$m_{\text{NaNO}_3} = n_{\text{NaNO}_3} \cdot M_{\text{NaNO}_3};$$

$$m_{\text{NaNO}_3} = 0,01 \cdot (14 + 16 \cdot 3 + 23) = 0,85 \text{ g}.$$

Solution 7. (p. 233)

7.1. Calculons la quantité de matière d'ions hydronium contenue dans le mélange

L'acide chlorhydrique et l'acide nitrique sont des monoacides forts.

Considérons la solution d'acide chlorhydrique.

$$\begin{aligned} n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{HCl}}} &= n_{\text{HCl}} = c_{\text{HCl}} \cdot V_{\text{HCl}} \\ &= 0,1 \times 12 \times 10^{-3} = 1,2 \times 10^{-3} \text{ mol}. \end{aligned}$$

Considérons la solution d'acide nitrique.

$$\begin{aligned} n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{HNO}_3}} &= n_{\text{HNO}_3} = c_{\text{HNO}_3} \cdot V_{\text{HNO}_3} \\ V_{\text{HNO}_3} &= 0,1 \times 8 \times 10^{-3} = 8 \times 10^{-4} \text{ mol}. \end{aligned}$$

la quantité de matière d'ions hydronium contenue dans le mélange est donc :

$$\begin{aligned} n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{m}}} &= n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{HCl}}} + n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{HNO}_3}} \\ &= 12 \times 10^{-4} + 8 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}. \end{aligned}$$

7.2. Calculons la concentration de la soude

Soient : c_s la concentration de la soude et V_s son volume. c_m la concentration du mélange en ions H_3O^+ et V_m le volume du mélange d'acide

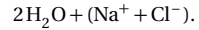
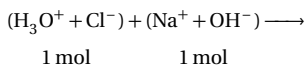
$$\begin{aligned} c_m &= \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V_{\text{HCl}} + V_{\text{HNO}_3}} \\ &= \frac{2 \times 10^{-3}}{12 \times 10^{-3} + 8 \times 10^{-3}} = 0,1 \text{ molL}^{-1}. \end{aligned}$$

A l'équivalence acido-basique, on a :

$$\begin{aligned} c_m \cdot V_m &= c_s \cdot V_s \\ \Rightarrow c_s &= \frac{c_m \cdot V_m}{V_s}; \\ c_s &= \frac{0,1 \times 20 \times 10^{-3}}{25 \times 10^{-3}} = 0,08 \text{ molL}^{-1}. \end{aligned}$$

7.3. Calculons la masse de chlorure de sodium obtenue

Ecrivons l'équation-bilan de la réaction.



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{(\text{H}_3\text{O}^+ + \text{Cl}^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{OH}^-)}}{1} = \frac{n_{(\text{Na}^+ + \text{Cl}^-)}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

C'est l'acide chlorhydrique introduit qui détermine la quantité de chlorure de sodium obtenue.

D'après (S22.1) on a :

$$n_{\text{NaCl}} = n_{\text{HCl}} = 0,1 \times 12 \times 10^{-3} = 12 \times 10^{-4} \text{ molL}^{-1}.$$

La masse de chlorure de sodium est donc :

$$\begin{aligned} n_{\text{NaCl}} &= \frac{m_{\text{NaCl}}}{M_{\text{NaCl}}} \\ \Rightarrow m_{\text{NaCl}} &= n_{\text{NaCl}} \cdot M_{\text{NaCl}}; \\ m_{\text{NaCl}} &= 12 \times 10^{-4} \times (23 + 35,5) = 0,07 \text{ g}. \end{aligned}$$

7.4. Calculons la masse de nitrate de sodium obtenue

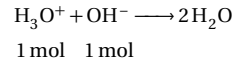
Voir (7.3.)

$$\begin{aligned} m_{\text{NaNO}_3} &= n_{\text{NaNO}_3} \cdot M_{\text{NaNO}_3}; \\ m_{\text{NaNO}_3} &= 8 \times 10^{-4} (14 + 16 \times 3 + 23) = 0,068 \text{ g}. \end{aligned}$$

Solution 8. (p. 233)

8.1. Déterminons le pH de la solution

Lors du mélange de l'hydroxyde de sodium et de l'acide chlorhydrique la réaction qui se produit a pour équation-bilan :



A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

Calculons le nombre de mole d'ions H_3O^+ apporté par la solution acide.

L'acide chlorhydrique est un monoacide fort.

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{HCl}} = \frac{V_{\text{HCl}}}{V_m} = \frac{22,4}{22,4} = 1 \text{ mol}$$

Calculons le nombre de mole d'ions OH^- apporté par la solution de soude.

La soude est une monobase forte.

$$n_{\text{OH}^-} = n_{\text{NaOH}} = \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} = \frac{20}{23 + 16 + 1} = 0,5 \text{ mol}$$

On constate que

$$n_{\text{HCl}} > n_{\text{NaOH}}.$$

D'après le bilan molaire, les ions H_3O^+ sont en excès.

Calculons le nombre d'ions H_3O^+ restant.

$$\begin{aligned} (n_{\text{H}_3\text{O}^+})_{\text{R}} &= n_{\text{H}_3\text{O}^+} - n_{\text{OH}^-} = 1 - 0,5 = 0,5 \text{ mol} \\ \Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{R}} &= \frac{(n_{\text{H}_3\text{O}^+})_{\text{R}}}{V} = \frac{0,5}{1} = 0,5 \text{ molL}^{-1}. \end{aligned}$$

En utilisant la calculatrice on trouve le pH de la solution : $\text{pH} = 0,3$.

8.2. Calcul de la quantité de matière d'ions Cl^- et Na^+

22.7. Solutions des exercices et problèmes

Les ions Cl^- proviennent de l'acide chlorhydrique

$$n_{\text{Cl}^-} = n_{\text{HCl}} = \frac{22,4}{22,4} = 1 \text{ mol}$$

Les ions Na^+ proviennent de la soude NaOH

$$n_{\text{Na}^+} = n_{\text{NaOH}} = \frac{20}{40} = 0,5 \text{ mol}$$

8.3. Calcul de la masse des cristaux d'hydroxyde de sodium

Pour que le pH soit égal à 7, il faut que la totalité des ions H_3O^+ réagissent.

Or d'après le bilan molaire (S22.1) le nombre d'ions OH^- à ajouter est :

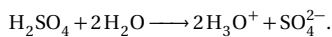
$$n_{\text{OH}^-} = n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_R}$$

Comme $n_{\text{NaOH}} = n_{\text{OH}^-}$, la masse des cristaux d'hydroxyde de sodium à ajouter est :

$$\begin{aligned} \frac{m_{\text{NaOH}}}{M_{\text{NaOH}}} &= n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_R} \\ \Rightarrow m_{\text{NaOH}} &= n_{(\text{H}_3\text{O}^+)_R} M_{\text{NaOH}} \\ m_{\text{NaOH}} &= 0,5 \cdot (23 + 16 + 1) = 20 \text{ g.} \end{aligned}$$

Solution 9. (p. 234)

9.1. Equation-bilan de mise en solution de l'acide sulfurique.



9.2. Relation entre la concentration c_a de la solution acide et la concentration des ions H_3O^+ .

Le bilan molaire de la réaction S22.1 permet d'écrire :

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{1} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{2} = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} = \frac{n_{\text{SO}_4^{2-}}}{1}. \quad (\text{S22.1})$$

De (S22.1) on tire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{1} &= \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{2} \\ \Rightarrow n_{\text{H}_3\text{O}^+} &= 2n_{\text{H}_2\text{SO}_4} \end{aligned}$$

Par définition, la concentration des ions H_3O^+ est :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{V} = \frac{2n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V}$$

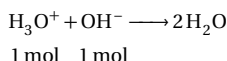
Puisque

$$\frac{n_{\text{H}_2\text{SO}_4}}{V} = c_a$$

il s'en suit que :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 2c_a$$

9.3. 9.3.1. Équation-bilan de la réaction entre un acide fort et une base forte



Relation entre les quantités d'ions hydronium et hydroxyde

A partir du bilan molaire à l'équivalence on peut écrire :

$$\frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} = \frac{n_{\text{OH}^-}}{1}. \quad (\text{S22.2})$$

D'après (S22.2) on a :

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-}$$

9.3.2. Relation entre c_a , V_a , c_b , et V_b

L'équivalence

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = n_{\text{OH}^-}; \quad (\text{S22.3})$$

$$n_{\text{H}_3\text{O}^+} = 2c_a \cdot V_a;$$

$$n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b.$$

(S22.3) devient :

$$2c_a \cdot V_a = c_b \cdot V_b$$

9.3.3. Calcul de c_a

$$c_a = \frac{c_b \cdot V_b}{2V_a} = \frac{0,1 \cdot 20}{2 \cdot 20} = 0,05 \text{ mol L}^{-1}$$

Solution 10. (p. 234)

10.1. Quantité d'ions OH^- apporté par la solution d'hydroxyde de sodium

$$n_{\text{OH}^-} = c_b \cdot V_b = 10 \times 10^{-3} \times 0,1 = 10^{-3} \text{ mol.}$$

10.2. Quantité d'ions H_3O^+ apporté par la solution d'acide sulfurique

Voir exercice 9.

$$\begin{aligned} n_{\text{H}_3\text{O}^+} &= 2c_a \cdot V_a = 2 \times 0,005 \times 20 \times 10^{-3} \\ &= 2 \times 10^{-4} \text{ mol.} \end{aligned}$$

10.3. Nature (acide, basique ou neutre) du mélange

Lors du mélange, il se produit une réaction entre l'hydroxyde de sodium et l'acide sulfurique. En fonction des quantités des réactifs mélangés on montre que :

$$n_{\text{OH}^-} > n_{\text{H}_3\text{O}^+}$$

(voir exercice ci-dessus). Nous concluons que le mélange est basique.

10.4. Concentration des ions OH^- dans le mélange

Quantité d'ions OH^- en excès dans le mélange

$$\begin{aligned} n_{(\text{OH}^-)_R} &= n_{\text{OH}^-} - n_{\text{H}_3\text{O}^+} \\ &= 10^{-3} - 2 \times 10^{-4} = 8 \times 10^{-4} \text{ mol.} \end{aligned}$$

D'où la concentration des ions OH^- dans le mélange :

$$[\text{OH}^-] = \frac{8 \times 10^{-4}}{(10 + 20) \times 10^{-3}} = 0,026 = 2,6 \times 10^{-2} \text{ mol L}^{-1}.$$

Concentration des ions H_3O^+ dans le mélange

D'après la définition du produit ionique de l'eau, on a :

$$[\text{OH}^-][\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-14}$$

$$\Rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = \frac{10^{-14}}{0,026} = 3,85 \times 10^{-13} \text{ mol L}^{-1}.$$

10.5. pH du mélange

En utilisant la calculatrice on trouve : $\text{pH} = 12,42$.

Solution 11. (p. 234)

11.1. Calcul de la concentration c_0 de la solution d'acide chlorhydrique.

Par définition, on a :

$$\begin{aligned} n_{\text{HCl}} &= c_0 \cdot V_0; \\ n_{\text{HCl}} &= \frac{m_{\text{HCl}}}{M_{\text{HCl}}}; \\ c_0 \cdot V_0 &= \frac{m_{\text{HCl}}}{M_{\text{HCl}}} \\ \Rightarrow c_0 &= \frac{1}{V_0} \cdot \frac{m_{\text{HCl}}}{M_{\text{HCl}}}. \end{aligned}$$

Déterminons l'expression de m_{HCl} , la masse d'acide chlorhydrique contenu dans le flacon de solution.

La masse volumique de cette solution d'acide est de $1150 \text{ g dm}^{-3} = 1150 \text{ g L}^{-1}$.

Ceci se traduit par :

$$\rho = \frac{m_{\text{HCl}}}{V_0} \Rightarrow m_{\text{HCl}} = \rho \cdot V_0.$$

Par ailleurs, l'indication « 31,74 % en masse » signifie que la teneur de cette solution en HCl est de 31,74 %. Autrement dit, dans 100 g de cette solution, il y a 31,74 g d'acide chlorhydrique pur. Donc l'expression de m_{HCl} est :

$$m_{\text{HCl}} = \rho \cdot V_0 \cdot \frac{31,74}{100}$$

et la concentration c_0 de cette solution est :

$$\begin{aligned} c_0 &= \rho \cdot V_0 \cdot \frac{31,74}{100} \cdot \frac{1}{V_0} \cdot \frac{1}{M_{\text{HCl}}} = \rho \cdot \frac{31,74}{100} \cdot \frac{1}{M_{\text{HCl}}}; \\ c_0 &= 1150 \cdot \frac{31,74}{100} \cdot \frac{1}{36,5} = 10 \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

11.2. Pour ramener la concentration de la solution commerciale à une concentration à $0,1 \text{ mol L}^{-1}$, il faut la diluer avec de l'eau distillée.

Soient $c_f = 0,1 \text{ mol L}^{-1}$ la concentration de cette solution et V_f son volume.

Écrivons la conservation du nombre de mole d'acide dans ces deux solutions.

$$\begin{aligned} c_0 \cdot V_0 &= c_f \cdot V_f \\ \Rightarrow V_f &= V_0 \cdot \frac{c_0}{c_f} = \frac{V_0 \cdot 10}{0,1} = 100 V_0. \end{aligned}$$

A l'aide d'une pipette de volume V_0 , on prélève un volume V_0 de la solution commerciale S_0 qu'on introduit dans une fiole jaugée de volume 100. V_0 et on complète ensuite avec de l'eau distillée jusqu'au trait de la jauge.

11.3. Pour effectuer le prélèvement $V_a = 10 \text{ cm}^3$, on utilisera la pipette de volume 10 cm^3 .

11.4. Expliquons les deux étapes successives de la démarche expérimentale.

Dans une première étape, la solution de soude contenue dans la burette est versée cm^3 par cm^3 jusqu'au virage de l'indicateur coloré. On repère le volume V de la soude nécessaire au virage de l'indicateur coloré.

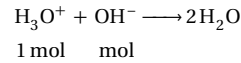
Lors de la deuxième étape, on verse d'un seul trait le volume $(V - 1) \text{ cm}^3$ de la solution de soude. Puis, à partir de cet instant on verse goutte à goutte la solution de

la soude, jusqu'au virage de l'indicateur coloré. On note alors V_b qui est le volume de la solution de soude à l'équivalence.

Choix de l'indicateur coloré. Lors du dosage de la solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium, à l'équivalence, $\text{pH} = 7$.

La zone de virage de l'indicateur coloré choisi doit contenir la valeur 7 du pH. Le bleu de bromothymol répond à ce critère.

11.5. Équation-bilan de la réaction.



Concentration c_a de la solution acide. A partir du bilan molaire à l'équivalence on peut écrire :

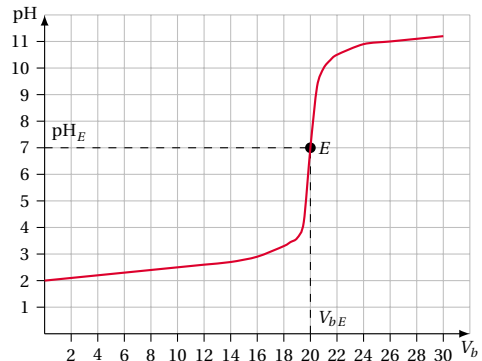
A partir du bilan molaire on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{n_{\text{H}_3\text{O}^+}}{1} &= \frac{n_{\text{OH}^-}}{1} \Rightarrow c_a \cdot V_a = c_b \cdot V_b \\ \Rightarrow c_a &= \frac{c_b \cdot V_b}{V_a} = \frac{0,1 \cdot 10}{10} = 0,1 \text{ mol L}^{-1}. \end{aligned}$$

Solution 12. (p. 234)

12.1. Pour récupérer les gouttes de la solution qui auraient échappé au dosage, on doit, à l'aide d'une pissette, arroser d'eau distillée les parois de l'erlenmeyer. L'eau distillée ne modifie pas le nombre d'ion hydronium dans l'erlenmeyer.

12.2. Courbe $\text{pH} = f(V_b)$ (voir ci-dessous).



12.3. Plaçons le point d'équivalence E sur la courbe.

La réaction se produisant entre un acide fort (acide chlorhydrique) et une base forte (hydroxyde de sodium), le pH à l'équivalence est égal à 7.

Dans l'intervalle $19,5 \text{ cm}^3 - 20,5 \text{ cm}^3$, il se produit une brusque variation de pH.

Identification de quelques ions

23.1	Introduction	242
23.2	Couleur de la solution	242
23.3	La formation de précipités	242
23.3.1	Tests d'identification de quelques anions	242
23.3.2	Tests d'identification de quelques cations	242
23.3.3	Action d'une solution d'ammoniac sur les hydroxydes formés	242
23.4	Dégagement gazeux	243

23.1 Introduction

L'identification des ions présents dans une solution et la détermination de leurs concentrations sont les deux buts de *l'analyse chimique*. Compte tenu de l'importance du problème dans la vie quotidienne (lutte contre la pollution, contrôles alimentaires, prévention des falsifications, recherche de poisons,...) les moyens mis en œuvre sont très divers.

23.2 Couleur de la solution

La couleur est une indication pour reconnaître certains ions :

Formule	Couleur
Anions	
MnO ₄ ⁻	violet
Cr ₂ O ₇ ²⁻	Orange
SO ₄ ²⁻	incolore
Cl ⁻	incolore
S ²⁻	incolore
Cations	
Fe ²⁺	vert pâle
Fe ³⁺	jaune rouille
Cu ²⁺	bleu
Al ³⁺	incolore
Zn ²⁺	incolore
Cr ³⁺	vert ou violet selon l'anion présent

23.3 La formation de précipités

23.3.1 Tests d'identification de quelques anions

Ions → ↓ Réactif	Cl ⁻ incolore	SO ₄ ²⁻ incolore	S ²⁻ incolore
Ag ⁺ apporté par AgNO ₃	AgCl précipité blanc	Ag ₂ SO ₄ précipité blanc	Ag ₂ S précipité noir
Ba ²⁺ apporté par BaCl ₂	pas de réaction	BaSO ₄ précipité blanc	BaS précipité blanc
Pb ²⁺ apporté par Pb(NO ₃) ₂	PbCl ₂ précipité blanc	PbSO ₄ précipité blanc	PbS précipité noir

23.3.2 Tests d'identification de quelques cations

Ions → ↓ Réactif	Cu ²⁺ bleu clair	Fe ²⁺ vert pâle	Fe ³⁺ brun clair	Al ³⁺ incolore	Zn ²⁺ incolore
OH ⁻ *	Cu(OH) ₂ précipité bleu	Fe(OH) ₂ ** précipité vert	Fe(OH) ₃ précipité rouille	Al(OH) ₃ précipité blanc	Zn(OH) ₂ précipité blanc

* Apporté par une solution NaOH dilué.
** Foncé qui s'oxyde en Fe(OH)₃ sous l'action de O₂ de l'air.

Précipité → ↓ Réactif	Cu(OH) ₂	Fe(OH) ₂	Fe(OH) ₃	Al(OH) ₃	Zn(OH) ₂
OH ⁻ *	le précipité se redissout difficile- ment	le précipité est prati- quement insoluble : s'oxyde en Fe(OH) ₃	le précipité ne se redissout pas	le précipité se redissout	le précipité se redissout

* Apporté par une solution concentrée de NaOH.

23.3.3 Action d’une solution d’ammoniac sur les hydroxydes formés

	Cu(OH) ₂	Fe(OH) ₂	Fe(OH) ₃	Al(OH) ₃	Zn(OH) ₂
Solution d’ammoniac NH ₄ OH	le précipité se redissout	le précipité ne se redissout pas	le précipité ne se redissout pas	le précipité ne se redissout pas	le précipité se redissout

23.4 Dégagement gazeux

Au cours de certaines réactions chimiques, se produisent des dégagements gazeux facilement identifiables, caractéristiques de certains ions. Ainsi

Ions → ↓ Réactif	S ²⁻	CO ₃ ²⁻	NO ₃ ⁻	NH ₄ ⁺
H ₃ O ⁺	dégagement de H ₂ S (odeur d’oeufs pourris)	dégagement de CO ₂ (qui trouble l’eau de chaux)		
Cu			en présence de H ₃ O ⁺ dégagement gazeux de NO ₂ (roux)	
OH ⁻				dégagement de NH ₃ (odeur des OH ⁻ urines)

Annexes

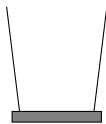
La verrerie de chimie



Ballon à fond plat



Ballon à fond rond



Verre à pied



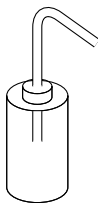
Tube à essai



Éprouvette à pied graduée



Erlenmeyer



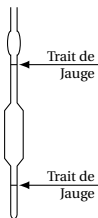
Pissette (en plastique)



Cristalliseur



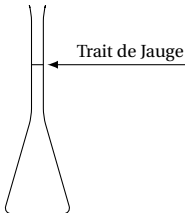
Becher



Pipette à deux traits



Burette graduée



Fiole jaugée